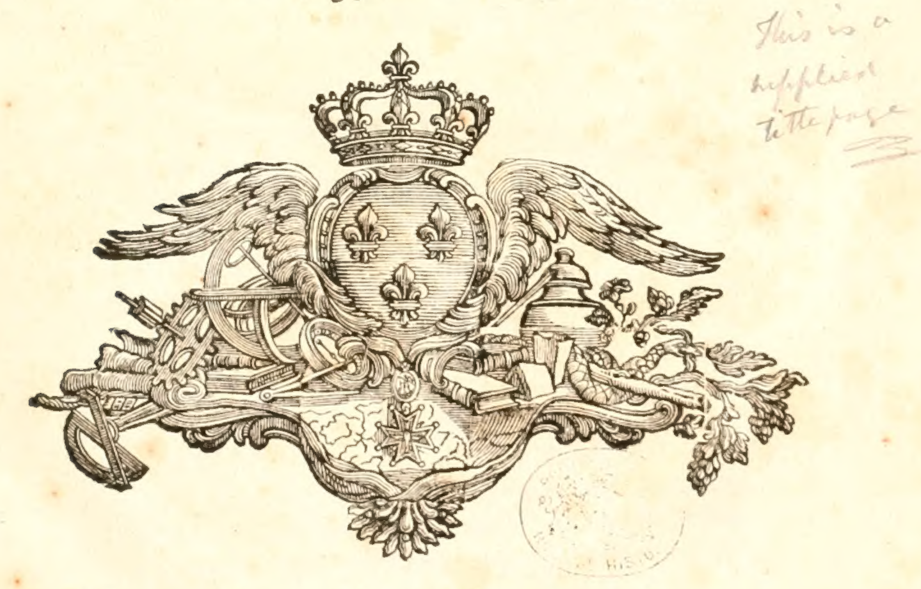
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
~~ROYALE~~
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXV.

HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE
DES SCIENCES.
ANNÉE M. DCC. LXXXIX.

RAPPORT

Fait à l'Académie des Sciences, sur le systéme général des Poids et Mesures, par les Citoyens BORDA, LAGRANGE *et* MONGE.

LORSQUE l'Académie présenta à l'Assemblée Nationale Constituante, en 1791, son projet sur les poids et mesures, elle se borna à proposer ce qui concernoit l'unité principale à laquelle toutes les mesures doivent se rapporter, et elle annonça qu'elle donneroit dans un second mémoire le plan du systéme général qui doit être établi d'après cette nouvelle unité. Pour remplir cet engagement, l'Académie vient de discuter, dans ses séances, les différentes parties de ce systême; elle a établi la liaison qu'il devoit y avoir entre les mesures linéaires et celles de capacité, entre les mesures de capacité et les poids, entre les poids et les monnoies, et elle a donné des noms à ces différentes mesures et à leurs divisions; enfin, elle s'est occupée d'étendre aux mesures de toute espèce l'échelle de division décimale qu'elle avoit proposée en 1790, et qui constitue une partie principale

du nouveau systême métrique. Nous allons présenter ici le résultat de ce travail de l'Académie ; nous parlerons d'abord de la division décimale, et successivement des mesures linéaires, des mesures de capacité, des poids et des monnoies.

De la Division Décimale.

Nos mesures actuelles ont toutes des échelles de division différentes, qui même changent souvent d'une subdivision à l'autre dans la même mesure, et dont aucune n'est conforme à l'échelle arithmétique. Cette discordance qui a lieu également dans les divisions des poids et des monnoies, mettent de l'embarras dans tous les calculs relatifs aux poids et mesures, soit qu'il s'agisse, comme dans le toisé, de déterminer les surfaces ou les solidités des corps d'après leurs dimensions, soit qu'on veuille trouver les volumes d'après les poids, soit qu'on applique les prix aux choses mesurées ou pesées.

L'échelle de division décimale, que l'Académie a proposé de substituer à ces divisions irrégulières, fera disparoître toutes ces difficultés, et mettra une grande simplicité dans les calculs, en les réduisant aux opérations que l'on fait sur les nombres entiers.

Mais ce n'est pas seulement dans les subdivisions des mesures usuelles que l'Académie emploie l'échelle décimale ; elle a pensé que les mesures linéaires devoient aussi être liées entr'elles par des rapports décimaux, et, en conséquence, elle prend les mesures agraires, itinéraires et géographiques, dans les termes d'une même progression décuple, qui renferme en même-temps les mesures linéaires usuelles et leurs subdivisions.

L'Académie a cru aussi devoir étendre le systême de division décimale jusqu'aux mesures dont l'astronomie fait usage : déjà cette division a été employée dans les cercles astronomiques dont les citoyens Méchain et Delambre se servent pour mesurer l'arc terrestre compris entre Dunkerque et

Barcelonne: le quart de cercle de ces instrumens, est divisé en 100 degrés, le degré en 100 minutes, et la minute en 100 secondes.

Une horloge astronomique destinée aux observations sur la longueur du pendule, a été également divisée en parties décimales; le jour entier d'un minuit à l'autre y est partagée en 10 heures, l'heure en 100 minutes, et la minute en 100 secondes, ce qui donne 100 mille secondes pour le jour entier, d'où l'on voit que la nouvelle seconde est environ les $\frac{6}{7}$ de l'ancienne, et que le nouveau pendule à seconde, est à-peu-près les trois quarts du pendule à seconde ordinaire.

L'art de la navigation étant intimément lié à l'astronomie, et les mêmes tables de calcul servant aux marins et aux astronomes, il s'ensuit que si les mesures astronomiques sont assujetties à la division décimale, les mesures nautiques doivent l'être aussi. L'Académie demande, en conséquence, que la boussole soit divisée en parties cosrespondantes aux divisions décimales du cercle; que la ligne de loch, qui sert à mesurer le sillage des vaisseaux, soit réglée sur la nouvelle seconde terrestre, et que les ampoulettes, dont on se sert dans l'observation du loch, le soient sur la division décimale du jour astronomique.

Enfin, l'Académie pense qu'il sera utile d'employer cette division, même dans les instrumens de physique.

Des mesures linéaires.

L'Académie a proposé de rapporter à la grandeur de la terre les mesures linéaires de toute espèce, en prenant pour chacune de ces mesures une des divisions décimales du quart du méridien terrestre, regardé comme base principale des mesures linéaires.

L'étendue du quart du méridien terrestre est déjà connue, d'une manière très-approchée, d'après les opérations faites par les astronomes de l'Académie, pour mesurer l'arc du

méridien qui traverse la France : il résulte de ces opérations ; suivant l'abbé de la Caille, (*Voyez les mémoires de l'Académie, année* 1758.) que le 45e degré de latitude contient 57027 toises (1) ; mais l'on sait qu'en supposant que la terre soit un sphéroïde elliptique, le 45e degré peut être regardé comme un terme moyen entre tous les degrés de latitude ; d'où il suit que le quart du méridien terrestre est égal à 90 fois 57027 toises, ou 5132430 toises : c'est donc en subdivisant successivement de 10 en 10 cette dernière longueur, qu'on aura toutes nos mesures linéaires.

Examinons les usages que doivent avoir ces divisions ou mesures, dans notre système métrique.

Les deux premières divisions du quart du méridien, dont l'une contient 513243 toises, et l'autre 51324 toises, ne peuvent être regardées que comme de grandes mesures géographiques. Nous remarquerons que dans la nouvelle division du cercle, adoptée par l'Académie, le quart de cercle est divisé en 100 degrés ; qu'ainsi, la mesure de 51324 toises, qui est la 100e partie du quart du méridien, sera le *degré terrestre* ; et que la première division, de 513243 toises, vaudra 10 *degrés terrestres*.

Les deux divisions suivantes pourront être employées comme mesures itinéraires ; la première, qui contient 5132 toises, ne diffère pas beaucoup de notre mesure itinéraire appelée poste, et nous remarquerons que, d'après les recherches des auteurs qui se sont occupés de la métrologie ancienne, une mesure semblable a été autrefois en usage dans la haute Egypte, sous le nom de *shoene*, et en Asie, sous le nom de *stathme* qui signifie *station*, et qu'elle se retrouve

(1) Les commissaires des poids et mesures, dans leur rapport du 19 janvier 1793, qui a été envoyé au comité des monnoies de la Convention, estiment qu'on peut répondre de l'exactitude de cette détermination à un 4500e près.

encore à présent dans la presqu'isle de l'Inde, sur la côte de Coromandel. La seconde mesure, dix fois plus petite que la première, et contenant seulement 513 toises, servira pour exprimer les petites distances itinéraires : elle sera la *minute décimale terrestre*.

L'Académie emploie la cinquième et sixième division pour les mesures agraires ou d'arpentage. La plus grande des deux ou la cent millième partie du quart du méridien, contiendra $51^t,3243$ ou 307 pieds 11 pouces 4 lignes, et sera le côté de notre nouvel arpent ; lequel se trouvera à-peu-près double de notre grand arpent actuel (1) ; nous remarquerons que, suivant Freret, une mesure à-peu-près la même a été en usage chez les Grecs, sous le nom de petit *stade*. La seconde mesure agraire, ou la millionième partie du quart du méridien, aura 30 pieds 9 pouces 6 lignes ; elle remplacera la perche dans ses usages, et sera comme elle le côté d'un quarré élémentaire de l'arpent. Cette mesure étant la *seconde décimale* terrestre, pourra aussi être employée dans l'art de la navigation, comme division de la ligne de *loch*, ainsi que nous l'avons déjà dit.

La septième division ou la dix millionième partie du quart du méridien, sera l'unité principale de nos mesures linéaires usuelles ; elle remplacera la *toise* et le *pied* pour comparer les distances, quarrer les surfaces et cuber les solidités ; l'*aune* pour mesurer les toiles et étoffes, et la *brasse* pour les usages nautiques. Cette mesure sera de 3 pieds 11 lignes 44 centièmes ; elle aura trois subdivisions, qui seront en même-temps les huitième, neuvième et dixième divisions décimales du quart du méridien ; la première vaudra 41

---

(1) Le nouvel arpent ayant pour côté 307 pieds 11 pouces 4 lig. ; contiendra 94,831 pieds quarrés. Notre grand arpent, qui est de 100 perches quarrées, chaque perche étant de 22 pieds, contient 48,400 pieds quarrés ; d'où on trouvera que ces deux arpens seront à très-peu-près entr'eux comme 49 et 25.

lignes $\frac{1}{3}$ à-peu-près, la seconde 4 lignes $\frac{4}{9}$, et la troisième, $\frac{4}{9}$ de ligne.

Telles sont les dix divisions décimales du quart du méridien terrestre, qui comprennent, comme l'on voit, toutes les mesures linéaires, depuis les plus petites, qui servirent aux arts et au commerce, jusqu'aux plus grandes, qui appartiennent à la géographie.

Nous allons maintenant parler des noms que l'Académie propose de donner à ces différentes mesures.

Les commissaires chargés du projet général des poids et mesures s'étoient déjà occupés de ces noms en 1792, à l'occasion des opérations du cadastre, sur lesquelles l'Académie avoit été consultée par le ministre des contributions publiques. Leurs opinions se trouvèrent alors partagées entre deux espèces de nomenclatures; l'une, dans laquelle on donnoit aux subdivisions des mesures, des noms composés qui indiquoient le rapport décimal qu'elles avoient entr'elles, et l'autre, dont les noms étoient simples, monosyllabiques et indépendans les uns des autres. Les commissaires se déterminèrent pour la première de ces nomenclatures, et voici les noms qu'ils proposèrent.

Ils donnèrent d'abord à l'unité principale des mesures linéaires usuelles, que nous avons dit être la dix millionième partie du quart du méridien, le nom générique de *mètre*; ensuite, employant des mots composés pour exprimer les subdivisions, ils appellèrent *deci-mètre* la dixième partie du mètre, *centi-mètre* sa centième partie, et *milli-mètre* sa millième partie. Quant aux autres mesures multiples du mètre, qui forment les différentes divisions du quart du méridien, les commissaires pensèrent qu'il étoit inutile de leur donner des dénominations particulières, si ce n'est à la quatrième division, contenant mille mètres, qu'ils regardèrent comme une mesure itinéraire, et qu'ils appellèrent *millaire*.

Telle est la nomenclature des mesures linéaires que les

commissaires présentèrent à l'Académie, et qui fut adoptée par elle; mais l'Académie l'ayant examinée depuis avec plus d'attention, y a reconnu plusieurs défauts qu'elle ne trouve pas compensés par ses avantages.

Il lui a paru d'abord que les noms proposés sont trop longs pour exprimer des choses d'un usage très-fréquent, telles que des mesures qui servent aux arts et au commerce: Qu'ensuite, si la composition de ces mots a l'avantage de rappeller le rapport des divisions entr'elles, elle a en même-temps l'inconvénient de présenter à l'esprit une combinaison de plusieurs idées pour n'exprimer que des objets simples; ainsi, par exemple, le mot *deci-mètre* donne d'abord l'idée métaphysique d'une dixième partie, ensuite celle d'une mesure déterminée, et enfin, l'application de la première idée à la seconde, et ce n'est qu'après ces trois opérations de l'esprit qu'on est ramené à l'idée de la mesure physique qu'on vouloit désigner. On peut dire, à la vérité, qu'après un long usage, le mot *deci-mètre* ne présenteroit plus que l'idée de cette mesure physique, sans aucune autre idée accessoire; mais alors, il auroit perdu l'avantage de rappeller la division décimale, et il ne lui resteroit plus que le défaut d'être composé de plusieurs syllabes; enfin, les mots *deci-mètre, centi-mètre* et *milli-mètre*, ayant la même désinence, il seroit à craindre qu'il n'en résultât des méprises, et qu'on ne prît souvent un de ces noms pour l'autre.

Ces raisons ont ramené l'Académie à l'idée de la seconde nomenclature, qu'elle avoit d'abord rejettée, et dans le choix qu'elle a fait de nouveaux noms, elle a observé que chacun ne présente qu'une idée simple, qu'ils soient très-courts, du moins ceux qui désignent des mesures d'un fréquent usage, et qu'ils aient des sons très-différens entr'eux, pour qu'on ne confonde jamais une mesure avec une autre; elle a observé aussi que les noms qui expriment les subdivisions des mesures usuelles commencent par des lettres différentes, afin que dans les abréviations, chaque division puisse être désignée par une seule lettre.

Commençant d'abord par les mesures usuelles, elle a conservé à l'unité principale le nom de *mètre*, qu'elle lui avoit premièrement donné, et qui lui a paru convenir à une mesure à laquelle plusieurs autres doivent être rapportées.

Elle a désigné la première division de cette mesure par le nom de *palme*, du latin *palmus*, qui signifie le travers de la main, et c'est-là en effet la grandeur de cette première division, qui est de 44 lignes $\frac{1}{3}$ environ.

La seconde division, qui est de 4 lignes $\frac{1}{3}$, étant à-peu-près égale au travers du petit doigt; l'Académie lui a donné le nom de *doigt*.

Enfin, elle a appellé *trait* la troisième division, qui est environ de $\frac{4}{9}$ de ligne.

Considérant ensuite les mesures supérieures au mètre, elle a cru devoir dénommer toutes ces mesures, afin d'éviter la diversité des noms qui pourroient s'établir par l'usage.

Elle a donné à la première, qui est de 30 pieds 9 pouces à-peu-près, le nom de *perche*, qui est déjà usité dans l'arpentage, et qui aura le même usage dans les nouvelles mesures. La division suivante, de 51 toises 2 pieds, que l'Académie propose de prendre pour le côté du nouvel arpent, se trouve, ainsi que nous l'avons dit, égale à une mesure connue dans l'antiquité sous le nom de petit *stade*, et d'après cela, l'Académie l'appelle *stade*.

Le nouvel arpent sera donc la même chose qu'un *stade* quarré, et contiendra 100 *perches* quarrées.

Après le stade viennent les mesures itinéraires; l'Académie propose le nom de *mille* pour la plus petite de ces mesures, qui est de 100 mètres ou 513 toises, et le nom de *poste* pour la grande, qui est de 5132 toises.

La mesure suivante, de 51324 toises, sera, comme nous l'avons déjà dit, le degré terrestre, et d'après cela, l'Académie lui donne le nom de *degré*.

Enfin, pour ne laisser aucune division du quart du méridien

lieu, quelle que soit la figure de la terre, en la supposant même recouverte d'un fluide d'une profondeur et d'une densité quelconque, ainsi que je l'ai fait voir ailleurs.

Considérons maintenant l'écliptique en mouvement par l'action des planètes, et rapportons la position de l'écliptique vraie et de l'équateur, à un plan fixe, par exemple, à l'écliptique de 1700; θ sera l'inclinaison de l'équateur sur ce plan, et ψ sera la quantité dont les équinoxes ont rétrogradé sur le même plan, depuis l'époque donnée. On sait que la tangente de l'inclinaison de l'orbite solaire sur ce plan, multipliée par le sinus de la distance de son nœud ascendant à l'équinoxe du printems, est exprimée par une suite de termes de la forme $c.\ \sin.(it + A)$; nous représenterons cette suite par $\Sigma.c.\ \sin.(it + A)$, la caractéristique Σ des intégrales finies servant ici à désigner la somme des termes de la forme précédente, dont le nombre est égal à celui des planètes. Pareillement, la tangente de l'inclinaison de l'orbite solaire, multipliée par le cosinus de la distance de son nœud ascendant à l'équinoxe du printems, sera représentée par la fonction $\Sigma.\ c.\ \cos.(it + A)$, dans laquelle se change $\Sigma.\ c.\ \sin.(it + A)$, en augmentant dans cette dernière fonction, tous les angles it, de 90°. L'expression précédente de $\delta\theta$, dûe à un terme semblable que produit la variation du plan de l'orbite lunaire, donnera donc pour la variation de θ, qui résulte de l'action du Soleil combinée avec le déplacement de l'écliptique,

$$\delta\theta = -\frac{\mu}{\mu + \mu'}.\ \Sigma.\frac{nc}{i}.\ \cos.(it + A),$$

La formule $\Sigma.\ c.\ \sin.(it + A)$ représente encore la tangente de l'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire sur le plan fixe, multipliée par le sinus de la distance de son nœud ascendant à l'équinoxe, en y ajoutant le terme de la forme $c.\ \sin.(it + A)$, dû au mouvement propre des nœuds de l'orbite lunaire. (*Voyez les Mémoires de l'Académie pour l'année* 1786, *pag.* 2[illegible]). Nous ferons ici abstraction de ce

dernier terme d'où résulte la nutation. On aura donc par l'action de la Lune,

$$\delta\theta = -\frac{\mu'}{\mu+\mu'}.\ \Sigma.\frac{nc}{i}.\cos.(it+A).$$

ainsi par les actions réunies du Soleil et de la Lune, on aura,

$$\delta\theta = -\Sigma.\frac{nc}{i}.\cos.(it+A).$$

Pour avoir la variation de l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique vraie, il faut ajouter à cette valeur de $\delta\theta$, la variation qui résulte du déplacement seul de l'écliptique, et qui est égale à $\Sigma.c.\cos.(it+A)$, comme il est facile de s'en assurer; en désignant donc par $\delta\theta'$ l'accroissement de l'obliquité de l'écliptique vraie, on aura,

$$\delta\theta' = \Sigma.\left(1-\frac{n}{i}\right).c.\cos.(it+A).$$

Considérons maintenant, le mouvement des équinoxes. On aura, en vertu des actions du Soleil et de la Lune combinées avec le déplacement de l'écliptique,

$$\frac{d\psi}{dt} = n + \frac{(\cos.\theta^2 - \sin.\theta^2)}{\sin.\theta.\cos.\theta}.\ \Sigma.nc.\cos.(it+A).$$

La quantité n, est proportionelle au cosinus de l'obliquité du plan fixe sur l'équateur; elle est par conséquent de cette forme, $K.\cos.\theta$; ce qui donne

$$n = n.(1 - \delta\theta.\tan g.\theta)$$

n et θ étant constans dans le second membre de cette équation. L'expression précédente de $\frac{d\psi}{dt}$, deviendra ainsi, en substituant pour $\delta\theta$, sa valeur $-\Sigma.\frac{nc}{i}.\cos.(it+A)$, et en négligeant les termes de l'ordre c^2,

$$\frac{d\psi}{dt} = n + \Sigma.\left\{\left(\frac{n}{i}-1\right).\tan g.\theta + \cos.\theta\right\}.nc.\cos.(it+A);$$

ce qui donne en intégrant

$$\psi = nt + \text{const.} + \Sigma.\left\{\left(\frac{n}{i}-1\right).\tan g.\theta + \cos.\theta\right\}.\frac{nc}{i}.\sin.(it+A).$$

Ainsi la variation de l'angle ψ, ou du mouvement des équinoxes, variation que nous désignerons par $\delta\psi$, est

$$\delta\psi = \Sigma.\left\{\left(\frac{n}{i}-1\right).\tan g.\theta + \cos.\theta\right\}\frac{nc}{i}.\sin.(it+A).$$

Pour avoir la variation de cet angle, relativement à l'écliptique vraie, il faut retrancher de $\delta\psi'$, la variation du mouvement des équinoxes en longitude, dûe au seul déplacement de l'écliptique, et qui est égale à $\Sigma. c. \cot. \theta. \sin.(it + A)$; en nommant donc $\delta\psi'$ la variation du mouvement rétrograde des équinoxes par rapport à l'écliptique vraie, on aura

$$\delta\psi' = \Sigma. \{1 + \tfrac{n}{i}.\text{tang}.\theta^2\}.(\tfrac{n}{i} - 1).c.\cot.\theta.\sin.(it + A).$$

Il est facile de conclure de cette formule, la variation de l'année tropique; car on aura son accroissement, en multipliant $-\frac{d.\delta\psi'}{dt}$, par un jour, ou par 86400 secondes de temps, et en le divisant par 59′ 8″, 3, mouvement journalier du Soleil; ce qui revient à réduire en secondes les coëfficiens des sinus et des cosinus de $-\frac{d.\delta\psi'}{dt}$, et à les multiplier par 24, 3497.

IV.

On peut observer sur les valeurs précédentes de $\delta\theta'$, et de $\delta\psi'$, qu'elles seroient nulles, à très-peu-près, si i étoit peu différent de n; ce cas auroit lieu, si le mouvement des équinoxes étoit très-rapide relativement à celui du plan de l'orbite de la terre; car alors, les angles $(n - i).t$, dont ce dernier mouvement dépend, seroient très-petits par rapport à nt.

Si l'on choisit pour plan fixe, celui de l'écliptique à une époque donnée, et que l'on fixe l'origine de t à cette époque; la tangente de l'inclinaison de l'orbite terrestre sur le plan fixe, sera nulle avec t. Or, le carré de cette tangente est

$$\{\Sigma. c.\cos.(it + A)\}^2 + \{\Sigma. c.\sin.(it + A)\}^2;$$

on aura donc à l'époque donnée,

$$\Sigma. c. \sin. A = 0; \Sigma. c. \cos. A = 0.$$

Ainsi, en réduisant l'expression de $\delta\theta'$ dans une suite ordonnée par rapport aux puissances de t, et en ne conservant que la première puissance, on aura

$$\delta\theta' = -\Sigma.\tfrac{n}{i} c.\cos.A - \Sigma. c.it. \sin.A.$$

La variation de l'obliquité de l'écliptique, sera donc à cette époque, égale à — Σ. *c. it.* sin. A, et par conséquent elle sera la même que celle qui résulte du seul déplacement de l'écliptique.

La fonction Σ. *c*. sin.(*it* + A) dépend des masses des planètes, et comme plusieurs de ces masses sont encore inconnues, cette fonction n'a pu être jusqu'ici exactement déterminée. M. de la Grange l'a calculée dans deux hypothèses différentes sur ces masses. (*Voyez les Mémoires de l'Académie pour l'année* 1774, *et les Mémoires de Berlin pour l'année* 1782). Si l'on fait usage de la dernière de ces déterminations, on trouve que la variation de l'inclinaison de l'écliptique vraie sur l'écliptique fixe de 1700, variation dont les limites sont ± 5° 23′, produit dans l'obliquité de l'écliptique vraie sur l'équateur, une variation dont les limites sont ± 1° 21′ 28″, 5; ensorte que l'action du Soleil et de la Lune sur le sphéroïde terrestre, réduit au quart, l'étendue des variations de l'obliquité de l'écliptique, qui auroient lieu si la terre étoit une sphère.

Pareillement, les limites ± 2 17″, 7, que M. de la Grange assigne aux variations de la longueur de l'année, se trouvent réduites par nos formules, à celles-ci ± 51″, 9; d'où l'on voit la nécessité d'avoir égard aux considérations précédentes.

V.

L'incertitude où l'on est encore sur les masses de plusieurs planètes, ne permet pas d'avoir exactement les fonctions Σ. *c*. sin.(*it* + A) et Σ. *c*. cos.(*it* + A). On en déterminera facilement, par la méthode suivante, des valeurs approchées qui pourront s'étendre à toutes les observations anciennes, et qu'il sera aisé de rectifier, à mesure que les phénomènes célestes feront mieux connoître les masses des planètes; car, jusqu'à ce que ces masses soient connues avec beaucoup de précision, il sera inutile de calculer par des formules rigoureuses, les fonctions dont il s'agit.

Soit φ l'inclinaison de l'orbite terrestre sur un plan fixe que nous supposerons être celui de l'écliptique à l'époque où $t = 0$; supposons que t soit le nombre des années juliennes écoulées depuis cette époque; soit ζ la distance du nœud ascendant de cette orbite, à un point fixe pris sur ce plan; si l'on fait

$$p = \text{tang.}\,\varphi.\,\sin.\zeta; \qquad q = \text{tang.}\,\varphi.\,\cos.\zeta;$$

on déterminera par les formules connues, les valeurs de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$, lorsque $t = 0$; soient a et b ces valeurs. On déterminera de la même manière, les valeurs de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$, après le nombre T, d'années écoulées depuis la première époque; soient a' et b' ces secondes valeurs. Cela posé, on fera

$$p = A'.\sin.gt + B'.(1 - \cos.g't);$$
$$q = B'.\sin.g't - A'.(1 - \cos.gt).$$

on aura

$$A'g = a; \qquad B'g' = b;$$
$$A'g.\cos.gT + B'g'.\sin.g'T = a'.$$
$$B'g'.\cos.g'T - A'g.\sin.gT = b':$$

Si T est tel que les angles gT et $g'T$, soient peu considérables, ce qui aura toujours lieu lorsque T n'excédera pas 1000 ou 1200; on pourra supposer ces angles égaux à leurs sinus, et leurs cosinus égaux à l'unité, ce qui donne

$$A'g + B'g'^2\,T = a'; \qquad B'g' - A'g^2.\,T = b';$$

les quantités négligées ne seront que de l'ordre $g^3\,T^2$, et par conséquent, insensibles; on aura donc

$$g = \frac{b - b'}{aT}; \qquad g' = \frac{a' - a}{bT};$$
$$A' = \frac{a^2\,T}{b - b'}; \qquad B' = \frac{b^2\,T}{a' - a}.$$

Maintenant, nt étant le mouvement rétrograde des équinoxes depuis l'origine de t, si l'on suppose ζ nul à cette origine; la tangente de l'inclinaison de l'orbite terrestre, sur

tipliée par le sinus de la longitude de son nœud ascendant sera, tang. ϕ. sin. (☊ + nt), ou p. cos. nt + q. sin. nt; ce sera par conséquent la valeur de la fonction $\Sigma. c. \sin. (it + A)$; ce qui donne

$$\Sigma. c. \sin. (it + A) = - A'. \sin. nt + B'. \cos. nt + A'. \sin. (n + g). t - B'. \cos. (n + g'). t.$$

On aura pareillement $\Sigma. c. \cos. (it + A) =$ tang. ϕ. cos. (☊ + nt) $= q. \cos. nt - p. \sin. nt$, d'où l'on tire

$$\Sigma. c. \cos. (it + A) = - A' \cos. nt - B' \sin. nt + A' \cos. (n + g). t + B' \sin. (n + g'). t;$$

ensorte que la fonction $\Sigma. c. \sin. (it + A)$, se change en $\Sigma. c. \cos. (it + A)$, en augmentant les angles it de 90°, comme cela doit être.

VI.

Pour appliquer des nombres à ces formules, nous commencerons par déterminer les masses des planètes. Le moyen le plus précis d'avoir celle de la terre, est de faire usage de la longueur observée du pendule à secondes; et il est facile de s'assurer que si l'on nomme m, la masse de la terre, celle du soleil étant prise pour unité; μ le rapport de la longueur du pendule à secondes, au rayon terrestre; π le parallaxe du soleil, et T, le temps de sa révolution syderale exprimé en secondes; on a, en supposant la terre sphérique,

$$m = \tfrac{1}{4}. \mu. T^2 \sin. \pi^3.$$

Les valeurs de μ et de π ne sont pas les mêmes sur toute la surface de la terre; et quoique leurs variations soient peu considérables, il est cependant utile d'y avoir égard. Or, il résulte des recherches que j'ai données dans nos Mémoires de 1782 et 1783, sur la figure des planètes et de la terre, que sous le parallèle dont le sinus de latitude est $\sqrt{\tfrac{1}{3}}$, la quantité $\tfrac{1}{4}$ μ $T^2 \sin. \pi^3$ est égale à la masse de la terre, multipliée par l'unité moins le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur; ensorte que pour avoir cette

masse, il suffit de diviser la quantité précédente, par ce multiplicateur. En supposant donc les deux axes de la terre dans le rapport de 1 à 1,003111, rapport qui répond bien à tous les phénomènes; en supposant ensuite, comme M. du Séjour l'a trouvé par l'ensemble des observations des deux passages de Vénus sur le disque du Soleil, que la parallaxe horizontale polaire du Soleil dans les moyennes distances, est 8″, 8128; je trouve le logarithme de la masse de la terre égal à 4, 4837748, et par conséquent cette masse égale à $\frac{1}{[illegible]}$.

Le logarithme de la masse de Vénus, qui m'a paru le mieux répondre à tous les phénomènes sur lesquels cette planète a de l'influence, est 4, 4166456.

Suivant les observations de M. Herschel, la révolution synodique du second Satellite de la nouvelle planète est de 13 jours 11 heures 5′ 1″, 5; et sa plus grande élongation vue à la moyenne distance de la planète au Soleil, est de 44″, 23. En supposant donc cette moyenne distance égale à 19, 18258, je trouve le logarithme de la masse de la nouvelle planète égal à 5, 7099085, et par conséquent cette masse égale à $\frac{1}{[illegible]}$.

Quant aux masses des autres planètes, j'ai adopté les déterminations que M. de la Grange en a données dans les Mémoires de Berlin pour l'année 1782, et suivant lesquelles on a

log. de la masse de Mercure = 3, 6934015.

log. de la masse de Mars = 5, 7357488.

log. de la masse de Jupiter = 6, 9717361.

log. de la masse de Saturne = 6, 4758674.

sur quoi l'on peut observer que ces deux derniers logarithmes sont les seuls auxquels on doive avoir confiance; mais heureusement les masses des autres planètes ont très-peu d'influence. Cela posé;

J'ai trouvé pour le commencement de 1700, et en prenant

pour plan fixe, celui de l'écliptique à cette époque où je fixerai l'origine de t,

$$a = 0'',080333\,; \qquad b = -\,0'',5000.$$

En faisant ensuite $T = -\,1000$, j'ai trouvé

$$a' - a = -\,0'',042220.$$
$$b' - b = -\,0'',01265.$$

D'où j'ai conclu

$$g = -\,52'',4814\,; \qquad g' = -\,17'',4088\,;$$
$$A = -\,\text{[illegible]}\,; \qquad A' = \text{[illegible]}\,;$$

et par conséquent, la précession moyenne des équinoxes dans ce siècle étant de $50''\frac{1}{4}$ par année, on a,

$$\Sigma.\,c.\sin.(it+A) = 510'',15.\sin.(50'',25.t) + 5924'',17.\cos.(50'',25.t)$$
$$-\,510'',15.\sin.(17'',7686.t) - 5924'',17.\cos.(52'',8412.t).$$
$$\Sigma.\,c.\cos.(it+A) = -\,5924'',17.\sin.(50'',25.t) + 510'',15.\cos.(50'',25.t)$$
$$+\,5924'',17.\sin.(52'',8412.t) - 510'',15.\cos.(17'',7686.t).$$

ces valeurs donnent

$$\delta\theta' = 952'',56.\cos.(17'',7686.t)$$
$$-\,3140'',34.\sin.(52'',8412.t)$$
$$\delta\psi' = -\,5292'',28.\sin.(17'',7686.t)$$
$$-\,9515'',65.\cos.(52'',8412.t)\,;$$

d'où l'on tire pour le mouvement rétrograde ψ' des équinoxes depuis 1700,

$$\psi' = 50'',33333.\,t - 5292'',28.\sin.(17''.7686.t)$$
$$+\,9515'',65.\{1 - \cos.(52'',8412.t)\}.$$

En en retranchant $50'',25.\,t$, on aura l'équation séculaire du Soleil relativement aux équinoxes, et l'on trouvera l'accroissement de l'année, égal à

$$-\,36'',114.\sin.(52'',8412.t)$$
$$-\,6'',9039.\{1 - \cos.(17'',7686.t)\}.$$

ensorte qu'au temps d'Hypparque, l'année étoit plus longue d'environ $10''$ [illegible], qu'aujourd'hui.

VII.

VIII.

Les astronomes rapportent les catalogues d'étoiles, à une époque différente de celle de leur formation, en tenant compte des mouvemens des étoiles en ascension droite et en déclinaison, dûs à la précession des équinoxes. La précision des observations modernes exige une grande exactitude dans cette réduction ; c'est à quoi l'on peut parvenir au moyen des formules précédentes. Pour cela, soit ε, l'ascension droite d'une étoile, et γ sa déclinaison boréale ; soient $d\varepsilon$ et $d\gamma$ les variations annuelles de ces angles ; soient $d\psi$ et $d\theta$, les variations annuelles de ψ et de θ. On trouvera facilement par les formules différentielles de la trigonométrie sphérique,

$$d\gamma = d\psi.\ \text{sin.}\,\theta.\ \text{cos.}\,\varepsilon + d\theta.\ \text{sin.}\,\varepsilon.$$

$$d\varepsilon = d\psi\ \text{cos.}\,\theta + d\psi.\ \text{sin.}\,\theta.\ \text{tang.}\,\gamma.\ \text{sin.}\,\varepsilon - d\theta\ \text{tang.}\,\gamma\,\text{cos.}\,\varepsilon - \frac{\Sigma.\ ic\ \text{cos.}\,(it + A)}{\text{sin.}\,\theta}.$$

La valeur de $d\psi$, se déduit du mouvement annuel des équinoxes par rapport à l'écliptique vraie, que nous désignerons par $d\psi'$, au moyen de l'équation

$$d\psi = d\psi' + \frac{\Sigma.\ ic.\ \text{cos.}\,(it + A)}{\text{tang.}\,\theta}.$$

Mais on a par l'article précédent, dans ce siècle où $t = 0$,

$$\Sigma\, ic.\ \text{cos.}\,(it + A) = 0'',080333\ ;$$

on a ensuite

$$d\theta = \Sigma\, nc.\ \text{sin.}\,A = 0\ ;$$

enfin les observations donnent $d\psi' = 50'',25$. On aura donc

$$d\psi = 50'',4549\ ;$$

$$d\gamma = 50'',4549.\ \text{sin.}\,\theta.\ \text{cos.}\,\varepsilon,$$

$$d\varepsilon = d\psi.\ \text{cos.}\,\theta + d\psi.\ \text{sin.}\,\theta.\ \text{tang.}\,\gamma.\ \text{sin.}\,\varepsilon - 0'',2016,$$

équations dans lesquelles on pourra prendre pour θ, γ, et ε, leurs valeurs à l'époque de la formation des catalogues, ou, plus exactement, à l'époque moyenne entre celle de leur for-

mation et celle de leur réduction. Ces équations supposent que la valeur 50″ $\frac{1}{4}$, de la précession annuelle, est exacte; elles supposent encore la variation séculaire de l'obliquité de l'écliptique, égale à 50″. Ces deux suppositions ont peut-être besoin de quelques corrections; mais dans l'état actuel de l'astronomie, les équations précédentes me paroissent les plus précises dont on puisse faire usage.

VIII.

Sur les degrés mesurés des méridiens, et sur les longueurs observées du pendule.

Je me propose ici de discuter les mesures des degrés des méridiens, et de la longueur du pendule à secondes, et d'examiner si l'on peut, sans faire trop de violence aux observations, concilier ces mesures avec une figure elliptique. Je considère d'abord les degrés des méridiens. Si par l'axe de rotation de la terre, et par le zénith d'un lieu de sa surface, on imagine un plan prolongé jusqu'au ciel; ce plan y tracera la circonférence d'un grand cercle qui sera le méridien de ce lieu. Tous les points de la surface de la terre qui auront leur zénith sur cette circonférence, seront sous le même méridien céleste, et ils formeront sur cette surface, une courbe qui sera le méridien terrestre correspondant.

Pour déterminer cette courbe, représentons par $\mu = 0$, l'équation de la surface de la terre; μ étant une fonction des trois coordonnées orthogonales x, y, z. Soient x', y', z' les trois coordonnées de la verticale qui passe par un lieu de la surface de la terre, déterminé par les coordonnées x, y, z; on aura par la théorie des surfaces courbes, les deux équations suivantes,

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\right) . \partial y' - \left(\frac{\partial \mu}{\partial y}\right) . \partial x' = 0;$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\right) . \partial z' - \left(\frac{\partial \mu}{\partial z}\right) . \partial x' = 0$$

en ajoutant la première multipliée par une indéterminée λ, à la seconde; on en tirera

$$\partial z' = \left\{ \frac{\left(\frac{\partial \mu}{\partial z}\right) + \lambda . \left(\frac{\partial \mu}{\partial y}\right)}{\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\right)} \right\} . \partial x' - \lambda . \partial y'.$$

Cette équation est celle d'un plan quelconque parallele à la verticale dont nous venons de parler; cette verticale, prolongée à l'infini, se réunissant au méridien céleste, tandis que son pied n'est éloigné que d'une quantité finie, du plan de ce méridien, elle peut être censée parallele à ce plan; l'équation différentielle de ce plan peut donc coincider avec la précédente. Soit

$$\partial z' = a \, \partial x' + b . \, \partial y'$$

cette équation; en la comparant à la précédente, on en tirera

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial z}\right) - a . \left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\right) - b . \left(\frac{\partial \mu}{\partial y}\right) = 0; \quad (a)$$

Pour avoir les constantes a et b, on supposera connues les coordonnées de l'extrêmité de l'axe de rotation de la terre, et celles d'un lieu donné de sa surface. En substituant ces coordonnées dans l'équation précédente, on aura deux équations au moyen desquelles on déterminera a et b.

L'équation (a) combinée avec l'équation $\mu = 0$, de la surface, donnera la courbe du méridien terrestre qui passe par le lieu donné. Cette courbe ne se confond avec l'intersection de la surface par le plan du méridien céleste, que dans le cas où la terre est un solide de révolution. Si la terre est un ellipsoïde quelconque; μ sera une fonction rationelle et entière du second degré, en x, y, z; l'équation (a) sera donc alors celle d'un plan dont l'intersection avec la surface de la terre formera le méridien terrestre; dans les autres cas, ce méridien est une ligne à double courbure. Mais si l'on

regarde comme une quantité très-petite du premier ordre, la différence de la figure de la terre, à celle d'une sphère; il est aisé de voir que l'on pourra, aux quantités près du second ordre, supposer la longueur du méridien terrestre, égale à celle de la courbe formée par l'intersection de la surface terrestre avec le plan du méridien céleste.

Les mesures géodésiques donnent la ligne la plus courte tracée entre deux points situés sous le même méridien, et cette ligne n'est point celle du méridien terrestre; mais on peut encore s'assurer facilement que la longueur de l'arc du méridien, est aux quantités près du second ordre, la même que celle de la ligne la plus courte menée entre les deux extrémités de cet arc.

Si l'on nomme ∂s, l'élément de la courbe du méridien terrestre, et r son rayon osculateur, on aura

$$r = \frac{\partial s^3}{\text{[illegible]}}$$

En prenant pour le plan des x et des y, le plan même du méridien céleste; z sera une quantité très-petite du premier ordre, puisqu'elle seroit nulle, si la terre étoit une sphère. On aura donc, en négligeant les quantités du second ordre,

$$r = \frac{\text{[illegible]}}{\sqrt{(\partial^2 x)^2 + (\partial^2 y)^2 - (\partial^2 s)^2}};$$

le rayon osculateur du méridien terrestre peut donc être supposé le même que celui de la courbe formée par l'intersection de la surface de la terre et du méridien céleste.

Le plan mené par la verticale, parallèlement au plan du méridien céleste, se confond avec lui, lorsque la terre est un solide de révolution; dans les autres cas, ces deux plans s'écartent l'un de l'autre. Leur distance mutuelle est insen-

sible relativement aux étoiles; mais elle peut être sensible pour la Lune. Des observations multipliées d'éclipses de Soleil et d'occultations d'étoiles, faites sous des longitudes très-différentes, peuvent nous éclairer sur cet objet.

IX.

On a déja mesuré un assez grand nombre de degrés des méridiens; ces mesures ont été combinées de beaucoup de manières, pour en déduire la figure elliptique qui s'accorde le mieux avec elles; car la terre n'étant pas sphérique, cette figure est la plus simple qu'on puisse lui supposer; et de plus, elle résulte de la pesanteur universelle, si cette planète a été primitivement fluide, et si, en se durcissant, elle a conservé sa figure d'équilibre. Mais les combinaisons des mesures des degrés ont donné pour la figure des méridiens, des ellipses qui s'éloignent trop des observations, pour pouvoir être admises; d'où l'on a conclu que la figure de la terre s'éloignoit sensiblement de celle d'un ellipsoïde de révolution. Cependant avant que de renoncer entièrement à la figure elliptique, il faut déterminer celle dans laquelle le plus grand écart des degrés mesurés est plus petit que dans toute autre figure elliptique, et voir si cet écart est dans les limites des erreurs des observations. J'ai donné dans nos Mémoires de 1783, une méthode pour résoudre ce problème, et je l'ai appliquée aux quatre mesures des degrés du nord, de France, du cap de Bonne-Espérance et du Pérou: mais cette méthode devient très-pénible, lors que l'on considère à la fois un grand nombre de degrés. La méthode suivante est beaucoup plus simple.

Soient a, $a^{(1)}$, $a^{(2)}$, $a^{(3)}$, etc. les degrés du méridien: soient p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, etc. les carrés des sinus des latitudes correspondantes; supposons que dans l'ellipse cherchée, le degré du méridien soit représenté généralement par $z + p\,y$. En nommant x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, $x^{(3)}$, etc. les erreurs des observations; on aura les équations suivantes, dans lesquelles nous sup-

poserons que p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, etc. forment une progression croissante,

$$\begin{aligned} a - z - py &= x \\ a^{(1)} - z - p^{(1)}.\,y &= x^{(1)} \\ a^{(2)} - z - p^{(2)}.\,y &= x^{(2)} \\ a^{(3)} - z - p^{(3)}.\,y &= x^{(3)} \qquad ;\ (A) \\ \ldots\ldots & \\ a^{(n)} - z - p^{(n)}.\,y &= x^{(n)}. \end{aligned}$$

Cela posé : concevons que $x^{(i)}$ soit, abstraction faite du signe, la plus grande des erreurs x, $x^{(1)}$, etc. J'observe d'abord qu'il doit exister une autre erreur $x^{(i')}$ égale et de signe contraire à $x^{(i)}$; autrement, on pourroit, en faisant varier z convenablement dans l'équation

$$a^{(i)} - z - p^{(i)}.\,y = x^{(i)},$$

diminuer l'erreur $x^{(i)}$, en lui conservant la propriété d'être l'erreur extrême ; ce qui est contre l'hypothèse. J'observe ensuite que $x^{(i)}$ et $x^{(i')}$, étant les deux erreurs extrêmes, l'une positive, l'autre négative, et qui doivent être égales, par ce que l'on vient de dire : il doit exister une troisième erreur $x^{(i'')}$, égale, abstraction faite du signe, à $x^{(i)}$. En effet, si l'on retranche l'équation correspondante à $x^{(i)}$, de l'équation correspondante à $x^{(i')}$, on aura

$$a^{(i')} - a^{(i)} - \{p^{(i')} - p^{(i)}\}.\,y = x^{(i')} - x^{(i)}.$$

Le second membre de cette équation est, abstraction faite du signe, la somme des erreurs extrêmes, et il est clair qu'en faisant varier convenablement y, on peut la diminuer, en lui conservant la propriété d'être la plus grande de toutes les sommes que l'on peut obtenir par l'addition ou par la soustraction des erreurs x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, etc. pourvu cependant qu'il n'y ait point une troisième erreur $x^{(i'')}$ égale,

abstraction faite du signe, à $x^{(i)}$: or, la somme des erreurs extrêmes étant diminuée, et ces erreurs étant rendues égales au moyen de la valeur z, chacune de ces erreurs est diminuée, ce qui est contre l'hypothèse. Il existe donc trois erreurs $x^{(i)}$, $x^{(i')}$, $x^{(i'')}$, égales entre elles, abstraction faite du signe, et dont l'une a un signe contraire à celui des deux autres.

Supposons que ce soit $x^{(i')}$; alors le nombre i' tombera entre les deux nombres i et i''. Pour le faire voir, imaginons que cela ne soit pas, et que i' tombe en-deçà ou au-delà des nombres i et i'' ; en retranchant l'équation correspondante à i', successivement des deux équations correspondantes à i et à i'', on aura

$$a^{(i)} - a^{(i')} - \{p^{(i)} - p^{(i')}\}.y = x^{(i)} - x^{(i')};$$
$$a^{(i'')} - a^{(i')} - \{p^{(i'')} - p^{(i')}\}.y = x^{(i'')} - x^{(i')}.$$

Les seconds membres de ces équations sont égaux et de même signe; ils sont encore, abstraction faite du signe, la somme des erreurs extrêmes : or, il est clair que, faisant varier convenablement y, on peut diminuer chacune de ces sommes, puisque le coëfficient de y est du même signe dans les deux premiers membres; on peut donc alors diminuer chacune des erreurs extrêmes, ce qui est contre l'hypothèse; ainsi le nombre i' doit tomber entre les nombres i et i''.

Déterminons maintenant lesquelles des erreurs $x, x^{(1)}, x^{(2)}$, etc. sont les erreurs extrêmes. Pour cela on retranchera la première des équations (A), successivement des suivantes, et l'on aura cette suite d'équations,

$$\left.\begin{aligned} a^{(1)} - a - (p^{(1)} - p).\,y &= x^{(1)} - x;\\ a^{(2)} - a - (p^{(2)} - p).\,y &= x^{(2)} - x;\\ a^{(3)} - a - (p^{(3)} - p).\,y &= x^{(3)} - x;\\ &\text{etc.}\end{aligned}\right\} ;\text{(B)}$$

Supposons y infini ; les premiers membres de ces équations seront négatifs, et alors la valeur de x sera plus grande

que $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, etc. En diminuant continuellement y, on arrivera enfin à une valeur qui rendra positif l'un de ces premiers membres; mais avant que d'arriver à cet état, il deviendra nul. Pour connoître celui de ces membres qui le premier devient égal à zéro, on formera les quantités

$$\frac{a^{(1)}-a}{p^{(1)}-p}; \quad \frac{a^{(2)}-a}{p^{(2)}-p}; \quad \frac{a^{(3)}-a}{p^{(3)}-p}; \text{ etc.}$$

Nommons β la plus grande de ces quantités, et supposons qu'elle soit

$$\frac{a^{(r)}-a}{p^{(r)}-p}.$$

s'il y a plusieurs valeurs égales à β, nous considérerons celle qui correspond au nombre r le plus grand. En substituant β pour y, dans la $r^{ième}$ des équations (B), $x^{(r)}$ sera égal à x, et en diminuant y, il l'emportera sur x, le premier membre de la $r^{ième}$ équation devenant alors positif. Par les diminutions successives de y, il croîtra plus rapidement que les premiers membres des équations qui le précèdent, puisque son coëfficient de $-y$ est plus considérable; ainsi ce membre devenant nul, lorsque les précédens sont encore négatifs, il est visible que dans les diminutions successives de y, il sera toujours plus grand qu'eux, ce qui prouve que $x^{(r)}$ sera constamment plus grand que x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, ... $x^{(r-1)}$ lorsque y sera moindre que β. Les premiers membres des équations qui suivent la $r^{ième}$, seront d'abord négatifs, et tant que cela aura lieu, $x^{(r+1)}$, $x^{(r+2)}$, etc. seront moindres que x, et par conséquent moindres que $x^{(r)}$. Ainsi $x^{(r)}$ sera la plus grande de toutes les erreurs, x, $x^{(1)}$.... $x^{(n)}$, lorsque y, en diminuant, sera moindre que β; mais en continuant de diminuer y, on parviendra à une valeur de y, telle que quelques-unes des erreurs $x^{(r+1)}$, $x^{(r+2)}$, etc. commenceront à l'emporter sur $x^{(r)}$.

Pour déterminer cette valeur de y, on retranchera la

$(r+1)$

$(r+1)^{me}$ des équations (A), successivement des suivantes, et l'on aura,

$$a^{(r+1)} - a^{(r)} - (p^{(r+1)} - p^{(r)}).\, y = x^{(r+1)} - x^{(r)}$$
$$a^{(r+2)} - a^{(r)} - (p^{(r+2)} - p^{(r)}).\, y = x^{(r+2)} - x^{(r)}$$
$$\text{etc.}$$

On formera les quantités

$$\frac{a^{(r+1)} - a^{(r)}}{p^{(r+1)} - p^{(r)}}; \quad \frac{a^{(r+2)} - a^{(r)}}{p^{(r+2)} - p^{(r)}}; \text{ etc.}$$

Nommons $\beta^{(1)}$ la plus grande de ces quantités, et supposons qu'elle soit

$$\frac{a^{(r')} - a^{(r)}}{p^{(r')} - p^{(r)}},$$

Si plusieurs de ces quantités sont égales à $\beta^{(1)}$, nous supposerons que r' est le plus grand des nombres auxquels elles répondent; cela posé, $x^{(r)}$ sera la plus grande des erreurs $x, x^{(1)} \ldots x^{(n)}$, tant que y sera compris entre β et $\beta^{(1)}$; mais lorsqu'en diminuant y, on sera arrivé à $\beta^{(1)}$, alors $x^{(r')}$ commencera à l'emporter sur $x^{(r)}$, et à devenir la plus grande des erreurs. Pour déterminer dans quelles limites, on formera les quantités

$$\frac{a^{(r'+1)} - a^{(r')}}{p^{(r'+1)} - p^{(r')}}; \quad \frac{a^{(r'+2)} - a^{(r')}}{p^{(r'+2)} - p^{(r')}}; \text{ etc.}$$

Soit $\beta^{(2)}$ la plus grande de ces quantités, et supposons qu'elle soit

$$\frac{a^{(r'')} - a^{(r')}}{p^{(r'')} - p^{(r')}};$$

Si plusieurs de ces quantités sont égales à $\beta^{(2)}$, nous supposerons que r'' est le plus grand des nombres auxquels elles répondent. $x^{(r')}$ sera la plus grande de toutes les erreurs, depuis $y = \beta^{(1)}$, jusqu'à $y = \beta^{(2)}$. Lorsque $y = \beta^{(2)}$, alors $x^{(r'')}$ commence à être cette plus grande erreur. En continuant ainsi, on formera les deux suites

$$\begin{array}{llllll} x, & x^{(r)}, & x^{(r')}, & x^{(r'')} \ldots\ldots & x^{(n)}. & ;\ (C) \\ \infty, & \beta, & \beta^{(1)}, & \beta^{(2)} \ldots\ldots & \beta^{(q)}, & -\infty. \end{array}$$

La première indique les erreurs x, $x^{(r')}$, $x^{(r'')}$ etc., qui deviennent les plus grandes; la seconde suite formée de quantités décroissantes, indique les limites de y, entre lesquelles ces erreurs sont les plus grandes; ainsi x est la plus grande erreur, depuis $y = \infty$, jusqu'à $y = \beta$; $x^{(r)}$ est la plus grande erreur depuis $y = \beta$, jusqu'à $y = \beta^{(1)}$; $x^{(r')}$ est la plus grande erreur depuis $y = \beta^{(1)}$, jusqu'à $y = \beta^{(2)}$; ainsi de suite.

Reprenons maintenant les équations (B), et supposons y négatif et infini; les premiers membres de ces équations seront positifs; x sera donc alors la plus petite des erreurs x, $x^{(1)}$, etc. En augmentant continuellement y, quelques uns de ces membres deviendront négatifs, et alors x cessera d'être la plus petite des erreurs. Si l'on applique ici le raisonnement que nous venons de faire pour le cas des plus grandes erreurs, on verra que si l'on nomme λ, la plus petite des quantités

$$\frac{a^{(1)} - a}{p^{(1)} - p}, \quad \frac{a^{(2)} - a}{p^{(2)} - p}, \quad \frac{a^{(3)} - a}{p^{(3)} - p}, \text{ etc.}$$

et si l'on suppose qu'elle soit

$$\frac{a^{(s)} - a}{p^{(s)} - p},$$

s étant le plus grand des nombres auxquels répond λ, si plusieurs de ces quantités sont égales à λ; x sera la plus petite de toutes les erreurs depuis $y = -\infty$, jusqu'à $y = \lambda$. Pareillement, si l'on nomme $\lambda^{(1)}$, la plus petite des quantités

$$\frac{a^{(s+1)} - a^{(s)}}{p^{(s+1)} - p^{(s)}}, \quad \frac{a^{(s+2)} - a^{(s)}}{p^{(s+2)} - p^{(s)}}, \text{ etc.}$$

et que l'on suppose qu'elle soit

$$\frac{a^{(s')} - a^{(s)}}{p^{(s')} - p^{(s)}}$$

s' étant le plus grand des nombres auxquels répond $\lambda^{(1)}$, si plusieurs de ces quantités sont égales à $\lambda^{(1)}$; $x^{(s)}$ sera la

plus petite de toutes les erreurs, depuis $y = \lambda$, jusqu'à $y = \lambda^{(1)}$, et ainsi de suite. On formera de cette manière les deux suites,

$$\left.\begin{array}{llll} x, & x^{(s)}, & x^{(s')}, & x^{(s'')} \ldots\ldots x^{(n)} \\ -\infty, & \lambda, & \lambda^{(1)}, & \lambda^{(2)} \ldots\ldots x^{(q)}, \infty \end{array}\right\} ; (D)$$

La première indique les erreurs x, $x^{(s)}$, $x^{(s')}$, etc. qui sont successivement les plus petites, à mesure que l'on augmente y; la seconde suite formée des termes croissans, indique les limites des valeurs de y, entre lesquelles chacune de ces erreurs est la plus petite ; ainsi x est la plus petite des erreurs depuis $y = -\infty$, jusqu'à $y = \lambda$; $x^{(s)}$ est la plus petite erreur, depuis $y = \lambda$, jusqu'à $y = \lambda^{(1)}$, et ainsi du reste. Cela posé :

La valeur de y qui appartient à l'ellipse cherchée, sera l'une des quantités β, $\beta^{(1)}$, $\beta^{(2)}$, etc. λ, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, etc. Elle sera dans la première suite, si les deux erreurs extrêmes de même signe sont positives; en effet, ces deux erreurs étant alors les plus grandes, elles sont alors dans la suite x, $x^{(r)}$, $x^{(r')}$, etc. ; et puisqu'une même valeur de y les rend égales, elles doivent être consécutives, et la valeur de y qui leur convient, ne peut être qu'une des quantités β, $\beta^{(1)}$, etc. puisque deux de ces erreurs ne peuvent être à la fois rendues égales, et les plus grandes, que par l'une de ces quantités. Voici maintenant de quelle manière on déterminera celle des quantités β, $\beta^{(1)}$, etc. qui doit être prise pour y.

Concevons, par exemple, que $\beta^{(1)}$ soit cette valeur ; il doit alors se trouver, par ce qui précède, entre $x^{(r)}$ et $x^{(r')}$, une erreur qui sera le *minimum* de toutes les erreurs : puisque $x^{(r)}$ et $x^{(r')}$ seront les *maxima* de ces erreurs. Ainsi dans la suite x, $x^{(s)}$, $x^{(s')}$, etc., quelqu'un des nombres s, s', etc. sera compris entre r et r'. Supposons que ce soit s. Pour que $x^{(s)}$ soit la plus petite des erreurs, la valeur de y doit être comprise depuis λ jusqu'à $\lambda^{(1)}$. Donc si $\beta^{(1)}$ est compris entre ces limites, il sera la valeur cherchée de y, et il

sera inutile d'en chercher d'autres. En effet, supposons que l'on retranche celle des équations (A) qui répond à $x^{(s)}$, successivement des deux équations qui répondent à $x^{(r)}$ et à $x^{(r')}$; on aura

$$a^{(r)} - a^{(s)} - \{p^{(r)} - p^{(s)}\}.y = x^{(r)} - x^{(s)};$$

$$a^{(r')} - a^{(s)} - \{p^{(r')} - p^{(s)}\}.y = x^{(r')} - x^{(s)}.$$

Tous les membres de ces équations étant positifs, en supposant $y = \beta^{(1)}$, il est clair que si l'on augmente y, la quantité $x^{(r)} - x^{(s)}$, augmentera; la différence des erreurs extrêmes en sera donc augmentée; si l'on diminue au contraire y, la quantité $x^{(r')} - x^{(s)}$ en sera augmentée, et par conséquent aussi, la différence des erreurs extrêmes. La valeur cherchée de y ne peut donc pas être plus grande ou plus petite que $\beta^{(1)}$; ainsi elle est égale à $\beta^{(1)}$.

On essayera de cette manière, les valeurs de β, $\beta^{(1)}$, $\beta^{(2)}$, etc. ce qui se fera très-aisément par leur inspection seule; et si l'on arrive à une valeur qui remplisse les conditions précédentes, on sera sûr d'avoir la valeur de y.

Si aucune des valeurs de β ne remplit ces conditions; alors la valeur de y, sera quelqu'un des termes de la suite, λ, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, etc. Concevons, par exemple, que ce soit $\lambda^{(1)}$. Les deux erreurs extrêmes $x^{(s)}$ et $x^{(s')}$ seront alors négatives, et il y aura par ce qui précède, une erreur intermédiaire qui sera un *maximum*, et qui tombera par conséquent dans la suite x, $x^{(r)}$, $x^{(r')}$, etc. Supposons que ce soit $x^{(r)}$, r étant alors nécessairement compris entre s et s'. $\lambda^{(1)}$ devra donc être compris entre β et $\beta^{(1)}$. Si cela est, ce sera une preuve que y est égal à $\lambda^{(1)}$. On essayera donc ainsi tous les termes de la suite λ, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, etc. jusqu'à ce que l'on arrive à un terme qui remplisse les conditions précédentes; ce terme sera la valeur cherchée de y.

Lorsque l'on aura ainsi déterminé la valeur de y, on aura facilement celle de z. Pour cela, supposons que $\beta^{(1)}$ soit

la valeur de y, et que les trois erreurs extrêmes soient $x^{(r)}$, $x^{(r')}$, et $x^{(s)}$; on aura $x^{(s)} = - x^{(r)}$, et par conséquent

$$a^{(r)} - z - p^{(r)}.\, y = x^{(r)};$$

$$a^{(s)} - z - p^{(s)}.\, y = - x^{(r)},$$

d'où l'on tire

$$z = \frac{a^{(r)} + a^{(s)}}{2} - \frac{(p^{(r)} + p^{(s)})}{2}.\, y;$$

on aura ensuite la plus grande erreur $x^{(r)}$, au moyen de l'équation

$$x^{(r)} = \frac{a^{(r)} - a^{(s)}}{2} + \frac{(p^{(s)} - p^{(r)})}{2}.\, y.$$

X.

Appliquons la méthode précédente aux degrés déjà mesurés. Je réduis ces degrés aux neuf suivans ; savoir,

1°. Le degré du Pérou à zéro de latitude, et que M. Bouguer a trouvé de 56753 toises.

2°. Le degré du Cap de Bonne-Espérance, par 33° 18′ de latitude australe, et que M. l'abbé de la Caille a trouvé de 57037 toises.

3°. Le degré de Pensilvanie, par 39° 12′ de latitude, mesuré par MM. Mason et Dixon, et que M. Maskeline a fixé d'après ces mesures, à 56888 toises.

4°. Le degré de Rome, par 43° 1′ de latitude, que les PP. Boscovich et le Maire ont trouvé de 56979 toises.

5°. Le degré de France, par 45° 43′ de latitude, que M. l'abbé de la Caille, dans nos Mémoires de 1758, a fixé à 57034 toises.

6° Le degré de Vienne, par 48° 43′ de latitude, et que le P. Liesganig a trouvé de 57086 toises.

7°. Le degré de Paris, par 49° 23′ de latitude, et qu'après plusieurs vérifications, on a fixé enfin à 57074 toises, 5.

8°. Le degré de Hollande, par 52° 41′ de latitude, mesuré primitivement par Snellius, et ensuite rectifié par MM. de

Cassini, qui l'ont fixé à 57145 toises. La grandeur de ce degré vient d'être confirmée par les nouvelles mesures que l'on a faites en Angleterre, et avec lesquelles elle est à fort peu-près d'accord.

9°. Le degré de Laponie, que je fixe à 57405 toises. M. de Maupertuis l'a trouvé de 57438 toises; mais il faut en retrancher 16 toises, à cause de la réfraction qu'il avoit négligée. J'en retranche encore 17 toises, en prenant un milieu entre les résultats des douze suites de triangles d'où l'on peut conclure la grandeur de ce degré, ce qui la réduit à 57405 toises.

On pourroit joindre à ces degrés, tous ceux que l'on a mesurés depuis Dunkerque jusqu'à Perpignan; mais il suffit, dans la suite des degrés mesurés en France, d'en considérer, comme nous l'avons fait, deux placés vers les extrêmes. Je ne considère point ici le degré de Turin, ni celui de Hongrie, parce que l'un et l'autre laissent une grande incertitude dans leurs mesures. Voici maintenant une table des neuf degrés précédens disposés suivant l'ordre des latitudes, en observant que ces latitudes correspondent au milieu de chaque degré.

Latitudes.		*Degrés.*
0° 0'	. . . . .	56753 toises.
33° 18'	. . . . .	57037
39° 12'	. . . . .	56888
43° 1'	. . . . .	56979
45° 43'	. . . . .	57034
48° 47'	. . . . .	57086
49° 23'	. . . . .	57074, 5
52° 4'	. . . . .	57145
66° 20'	. . . . .	57405.

Les équations (A) de l'art. IX deviennent donc ici

$$
\begin{array}{llll}
56753 & - z - y. & 0,00000 = x & \\
57037 & - z - y. & 0,30143 = x^{(1)} & \\
56888 & - z - y. & 0,39946 = x^{(2)} & \\
56979 & - z - y. & 0,46541 = x^{(3)} & \\
57034 & - z - y. & 0,51251 = x^{(4)} & ;(E) \\
57086 & - z - y. & 0,56469 = x^{(5)} & \\
57074,5 & - z - y. & 0,57621 = x^{(6)} & \\
57145 & - z - y. & 0,62209 = x^{(7)} & \\
57405 & - z - y. & 0,83887 = x^{(8)}. &
\end{array}
$$

Les deux suites (C) du même article, deviennent

$$
\begin{array}{cccc}
x, & x^{(1)} & x^{(8)} & \\
\infty, & +942,17, & +684,73, & -\infty.
\end{array}
$$

Et les deux suites (D) deviennent

$$
\begin{array}{ccccc}
x, & x^{(2)}, & x^{(6)}, & x^{(8)}. & \\
-\infty, & +337,96, & +1055,2, & +1258,4, & \infty.
\end{array}
$$

Il est aisé d'en conclure par l'article précédent

$$y = 684^{T}, 73,$$

ce qui donne par le même article,

$$z = 56722^{T}, 54;$$

$$x^{(1)} = x^{(8)} = - x^{(2)} = 108^{T}, 062.$$

Ainsi, de quelque manière que l'on combine les neuf degrés précédens, quelque rapport que l'on choisisse pour celui des deux axes de la terre, il est impossible d'éviter dans l'ellipse, une erreur de 108^{T}; et comme cette erreur étant la limite de celles qui peuvent être admises, elle est par cela même infiniment peu probable; il faudroit, pour admettre une figure elliptique, supposer des erreurs plus grandes encore que 108^{T}, dans quelques uns de ces degrés.

La valeur que nous venons de trouver pour y, donne une ellipse dont les axes sont dans le rapport de 249 à 250. Dans cette ellipse, les trois plus grandes erreurs tomberoient sur les degrés de Pensilvanie, du cap de Bonne-Espérance, et du Nord. En considérant avec attention les mesures de ces trois degrés, il me semble impossible qu'il se soit glissé dans chacun d'eux une erreur de 108^{T}, sur-tout après les réductions que j'ai déja faites au degré du nord. Il me paroît donc prouvé par les mesures précédentes, que la variation des degrés des méridiens terrestres s'écarte sensiblement de la loi du carré du sinus de la latitude, qui résulte d'une figure elliptique.

X I.

L'ellipse déterminée dans l'article précédent, sert à reconnoître si la supposition d'une figure elliptique est dans les limites des erreurs des observations; mais elle n'est pas celle que les degrés mesurés indiquent avec le plus de vraisemblance. Cette dernière ellipse me paroit devoir remplir les deux conditions suivantes, 1°. que la somme des erreurs soit nulle; 2°. que la somme des erreurs prises toutes avec le signe + soit un *minimum*. M. Boscovich a donné pour cet objet, une méthode ingénieuse qui est exposée à la fin de l'édition françoise de son Voyage astronomique et géographique; mais comme il l'a inutilement compliquée de la considération des figures, je vais le présenter ici sous la forme analytique la plus simple.

Reprenons les équations (A) de l'article IX. En les ajoutant ensemble; en nommant A la somme des quantités a, $a^{(1)}$, $a^{(2)}$, etc. divisée par leur nombre; en nommant P la somme des quantités p, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, etc. divisées par le même nombre; la condition que la somme des erreurs soit nulle, donnera

$$A - z - Py = 0;$$

d'où

d'où l'on tire

$$z = A - P.y.$$

En faisant donc

$$a - A = b;\ a^{(1)} - A = b^{(1)};\ a^{(2)} - A = b^{(2)},\ \text{etc.}$$

$$p - P = q;\ p^{(1)} - P = q^{(1)};\ p^{(2)} - P = q^{(2)},\ \text{etc.}$$

les équations (A) deviendront

$$b - q.y = x.$$

$$b^{(1)} - q^{(1)}.y = x^{(1)}.$$

$$b^{(2)} - q^{(2)}.y = x^{(2)}.$$

etc.

Formons les quotiens $\frac{b}{q}$, $\frac{b^{(1)}}{q^{(1)}}$, $\frac{b^{(2)}}{q^{(2)}}$, etc.; et disposons-les suivant leur ordre de grandeur, en commençant par le plus grand ; les premiers membres des équations précédentes donneront une suite de cette forme, en écrivant les premiers, ceux auxquels répondent les plus grands quotiens, et en changeant le signe de ceux dans lesquels y a un coëfficient négatif,

$$hy - c;\ h^{(1)}.y - c^{(1)};\ h^{(2)}.y - c^{(2)};\ h^{(3)}.y - c^{(3)};\ \text{etc.} \quad \text{(F)}$$

Cela posé : il est clair qu'en faisant y infini, chacun des termes de cette suite devient infini ; mais ils diminuent en diminuant y, et finissent par devenir négatifs ; d'abord le premier, ensuite le second, et ainsi du reste. En diminuant toujours y, les termes une fois parvenus à être négatifs, continueront de l'être et diminueront sans cesse. Pour avoir la valeur de y, qui rend la somme de ces termes pris tous avec le signe +, un *minimum*, on ajoutera les quantités h, $h^{(1)}$, $h^{(2)}$, etc. jusqu'à ce que leur somme commence à surpasser la moitié de la somme entière de toutes ces quan-

tités : ainsi en nommant F cette somme, on déterminera r, de sorte que

$$h + h^{(1)} + h^{(2)} \ldots + h^{(r)} > \tfrac{1}{2}F;$$

$$h + h^{(1)} + h^{(2)} \ldots + h^{(r-1)} < \tfrac{1}{2}F;$$

je dis qu'alors on aura

$$y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}.$$

Pour le faire voir, supposons que l'on augmente y de la quantité δy, de manière que $\frac{c^{(r)}}{h^{(r)}} + \delta y$, soit compris entre $\frac{c^{(r-1)}}{h^{(r-1)}}$ et $\frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$; les r premiers termes de la série (F) seront encore négatifs, comme dans le cas où l'on avoit $y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$; mais en les prenant avec le signe $+$, leur somme diminuera de la quantité

$$(h + h^{(1)} \ldots + h^{(r-1)}).\,\delta y.$$

Le $(r + 1)^{\text{ieme}}$ terme de cette suite, qui est nul lorsque $y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$, deviendra positif et égal à $h^{(r)}.\,\delta y$; la somme de ce terme, et des suivans qui sont tous positifs, augmentera de la quantité

$$(h^{(r)} + h^{(r+1)} + \text{etc.}).\,\delta y.$$

Mais on a par la supposition,

$$h + h^{(1)} + h^{(2)} \ldots + h^{(r-1)} < h^{(r)} + h^{(r+1)} + \text{etc.};$$

La somme entière des termes de la suite (F) pris tous avec le signe $+$, sera donc augmentée, et comme elle est égale à la somme des erreurs x, $x^{(1)}$, etc. prises toutes avec le signe $+$; cette dernière somme sera augmentée par la supposition de $y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}} + \delta y$. Il est facile de s'assurer de la même manière, qu'en augmentant y, de sorte qu'il soit compris entre $\frac{c^{(r-1)}}{h^{(r-1)}}$ et $\frac{c^{(r-2)}}{h^{(r-2)}}$ ou entre $\frac{c^{(r-2)}}{h^{(r-2)}}$ et $\frac{c^{(r-3)}}{h^{(r-3)}}$, etc.

la somme des erreurs prises avec le signe + sera toujours plus grande que lorsque $y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$.

Diminuons présentement y de la quantité δy, ensorte que $\frac{c^{(r)}}{h^{(r)}} - \delta y$ soit compris entre $\frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$ et $\frac{c^{(r+1)}}{h^{(r+1)}}$; la somme des termes négatifs, de la série (F), augmentera en changeant leur signe, de la quantité

$$(h + h^{(1)} + h^{(2)} \ldots\ldots + h^{(r)}).\ \delta y,$$

et la somme des termes positifs de la même série diminuera de la quantité

$$(h^{(r+1)} + h^{(r+2)} + \text{etc.}).\ \delta y,$$

et puisque l'on a

$$h + h^{(1)} \ldots\ldots + h^{(r)} > h^{(r+1)} + h^{(r+2)} + \text{etc.}$$

il est clair que la somme entière des erreurs prises avec le signe + sera augmentée. On verra de la même manière qu'en diminuant y de sorte qu'il soit entre $\frac{c^{(r+1)}}{h^{(r+1)}}$ et $\frac{c^{(r+2)}}{h^{(r+2)}}$, ou entre $\frac{c^{(r+2)}}{h^{(r+2)}}$ et $\frac{c^{(r+3)}}{h^{(r+3)}}$, etc. la somme des erreurs prises avec le signe + est toujours moindre que lorsque $y = \frac{c^{(r)}}{h^{(r)}}$. Cette valeur de y est donc celle qui rend cette somme un *minimum*. La valeur de y, donne celle de z, au moyen de l'équation

$$z = A - p.\ y.;$$

XII.

Pour appliquer cette méthode aux équations (E) de l'article X, on en tirera d'abord l'équation

$$z = 57044{,}61 - y.\quad 0{,}47563;$$

La suite (F) de l'article précédent sera formée des premiers

membres des équations suivantes, écrits dans le même ordre que ces équations,

$$
\begin{aligned}
y.\ 0{,}01022 - 63{,}61 &= x^{(3)}\\
y.\ 0{,}07617 - 156{,}61 &= x^{(2)}\\
y.\ 0{,}36324 - 360{,}39 &= -x^{(8)}\\
y.\ 0{,}14646 - 100{,}39 &= -x^{(7)}\\
y.\ 0{,}47563 - 291{,}61 &= x\\
y.\ 0{,}08906 - 41{,}39 &= -x^{(5)}\\
y.\ 0{,}10058 - 29{,}89 &= -x^{(6)}\\
y.\ 0{,}17420 - 7{,}61 &= x^{(1)}\\
y.\ 0{,}03688 + 10{,}61 &= -x^{(4)}.
\end{aligned}
$$

La demi-somme des coëfficiens de y, dans les premiers membres de ces équations, est 0, 73622. Les quatre premiers coëfficiens de y sont moindres que cette demi-somme, mais les cinq premiers la surpassent ; d'où il suit que la valeur cherchée de y est égale à

$$\frac{291{,}61}{0{,}47563}, \text{ ou à } 613{,}10.$$

Dans ce cas, l'erreur x est nulle, et l'expression générale du degré du méridien est

$$56753^{T} + 613^{T}{,}10.\ \sin.\ \theta^{2}$$

θ étant la latitude correspondante. Le rapport des axes de la terre est alors celui de 278 à 279 ; mais l'expression précédente donne une erreur en plus, de 137^{T}, 7 dans le degré du Nord, et une erreur en moins, de 109^{T}, 9 dans celui de Pensilvanie, ce qui ne peut pas être admis. On voit ainsi qu'il n'est pas possible de concilier avec une figure elliptique, les degrés du méridien. Voyons s'il est possible de concilier avec cette figure, les longueurs du pendule à secondes.

XII.

En examinant avec attention, les longueurs observées du pendule à secondes, il m'a paru que dans les treize suivantes, les erreurs ne surpassent pas douze ou quatorze centièmes de ligne.

Latitudes.	Longueurs observées du pendule à secondes.
	lignes.
0° 0'	439,21
9° 34'	439,30
18° 27'	439,47
33° 18'	440,14
41° 54'	440,38
48° 12' 30"	440,56
48° 50'	440,67
51° 31'	440,75
58° 15'	441,07
58° 36'	441,10
59° 56'	441,21
66° 48'	441,27
67° 4' 30"	441,41.

Ces longueurs sont réduites au vide, au niveau de la mer, et à la température d'environ 14° du thermomètre de Réaumur. Les trois premières longueurs ont été mesurées par M. Bouguer, sous l'équateur, à Portobello, et au petit Goave.

La quatrième a été mesurée au Cap de Bonne-Espérance, par M. l'abbé de la Caille.

La cinquième a été mesurée à Rome par les PP. Jacquer et Sueur.

La sixième a été mesurée à Vienne, par le P. Liesganig.

La septième a été mesurée à Paris par M. Bouguer.

La huitième a été conclue de la précédente, en supposant avec M. de Maupertuis, que le pendule à secondes de Paris, transporté à [illegible], fait [illegible] oscillations de plus dans un jour.

La neuvième, la dixième et la onzième ont été observées par M. Griscow, à Arensbourg, à Pernavia, et à Pétersbourg. (*Nouveaux Mémoires de Pétersbourg, tome V.*). Cet habile observateur a mesuré directement la longueur du pendule à secondes à Arensbourg, et j'en ai conclu celles de Pernavia et de Pétersbourg, d'après les différences qu'il a observées dans le nombre des oscillations du même pendule dans ces trois lieux.

La douzième longueur est celle de Pello. Je l'ai conclue de celle de Paris, et de l'observation de M. de Maupertuis, suivant laquelle le pendule à secondes de Paris, transporté à Pello, fait 59 oscillations de plus par jour.

Enfin la treizième a été conclue de celle de Pétersbourg, et de l'observation de M. Mallet qui par la comparaison des oscillations d'un même pendule à Ponoi et à Pétersbourg, a trouvé 0^{lig.}, 20 pour l'excès du pendule à secondes de Ponoi sur celui de Pétersbourg. (*Nouveaux Mémoires de Pétersbourg, tome XIV, II partie*).

Représentons maintenant par $z + p.y$, la longueur du pendule à secondes, p étant, comme dans l'article IX, le carré du sinus de la latitude; on formera les équations suivantes,

lignes.

$$439,21 - z - y.\ 0,00000 = x$$

$$439,30 - z - y.\ 0,02762 = x^{(1)}$$

$$439,47 - z - y.\ 0,10016 = x^{(2)}$$

$$440,14 - z - y.\ 0,30143 = x^{(3)}$$

$$440,38 - z - y.\ 0,44600 = x^{(4)}$$

lignes.

$$440,56 - z - y.\ 0,55588 = x^{(5)} \qquad ;\ (G)$$
$$440,67 - z - y.\ 0,56670 = x^{(6)}$$
$$440,75 - z - y.\ 0,61276 = x^{(7)}$$
$$441,07 - z - y.\ 0,72510 = x^{(8)}$$
$$441,10 - z - y.\ 0,72596 = x^{(9)}$$
$$441,21 - z - y.\ 0,74899 = x^{(10)}$$
$$441,27 - z - y.\ 0,84481 = x^{(11)}$$
$$441,41 - z - y.\ 0,84827 = x^{(12)}.$$

Ces équations répondent aux équations (A) de l'article IX. Les deux suites (C) du même article deviennent,

$$x\ ,\quad x^{(1)}\quad ,\quad x^{(5)}\quad ,\quad x^{(10)}\quad ,\quad x^{(12)}$$
$$\infty,\ +3,2585,\ +3,0678,\ +2,3907,\ +2,0145,\ -\infty.$$

Les deux suites (D) deviennent,

$$x\ ,\quad x^{(5)}\quad ,\quad x^{(11)}\quad ,\quad x^{(12)}$$
$$-\infty,\ +2,4286,\ +2,4573,\ +40,472,\ \infty.$$

Il est facile d'en conclure par l'article IX,

$$y = 2,4286,$$

ce qui donne par le même article,

$$z = 439,3090;$$
$$x = x^{(5)} = -x^{(3)} = -0,09897.$$

Ainsi, de quelque manière que l'on combine les treize mesures précédentes de la longueur du pendule à secondes, quelque rapport que l'on choisisse pour celui des axes de la terre, il est impossible d'éviter, dans l'hypothèse elliptique, une erreur de $\frac{1}{10}$ de ligne, à fort peu près; cette erreur est dans les limites de celles dont les observations sont susceptibles. La loi d'un accroissement dans la longueur du

pendule, proportionel au carré du sinus de la latitude, est donc à fort peu près celle de la nature. Un dixième de ligne dans cette longueur répond à treize toises et un tiers dans la longueur du degré. Nous avons vu dans l'article X que la loi d'un accroissement proportionel au carré du sinus de la latitude, s'écartoit au moins de 108 toises, des mesures des degrés des méridiens; cette loi se rapproche donc environ huit fois plus des observations, dans la longueur du pendule que dans la grandeur des degrés.

XIV.

Pour avoir la loi des longueurs du pendule, la plus vraisemblable, nous appliquerons aux équations (G) de l'article précédent, la méthode de l'article XI; nous aurons d'abord

$$z = 440,503 - y.\ 0,50013.$$

La suite (F) du même article sera formée des premiers membres des équations suivantes, écrits dans le même ordre que ces équations.

$$y.\ 0,24886 - 0,707 = -\ x^{(10)}$$
$$y.\ 0,22583 - 0,597 = -\ x^{(9)}$$
$$y.\ 0,34814 - 0,907 = -\ x^{(12)}$$
$$y.\ 0,50013 - 1,293 = x$$
$$y.\ 0,39997 - 1,033 = x^{(2)}$$
$$y.\ 0,47251 - 1,203 = x^{(1)}$$
$$y.\ 0,22297 - 0,567 = -\ x^{(8)}$$
$$y.\ 0,06657 - 0,167 = -\ x^{(6)}$$
$$y.\ 0,05413 - 0,123 = x^{(4)}$$
$$y.\ 0,34468 - 0,767 = -\ x^{(11)}$$
$$y.\ 0,11263 - 0,247 = -\ x^{(7)}$$
$$y.\ 0,19870 - 0,363 = x^{(3)}$$
$$y.\ 0,05575 - 0,057 = -\ x^{(5)}.$$

La

La demi-somme des coëfficiens de y, dans les premiers membres de ces équations est, 1, 62543. Les quatre premiers coëfficiens sont moindres que cette demi-somme ; mais les cinq premiers la surpassent ; d'où il suit que la valeur de y est égale à

$$\frac{1,033}{0,39997}, \text{ ou à } 2,5827.$$

Dans ce cas, $x^{(2)}$ est nul, z est égal à 439, 211, et l'expression générale de la longueur du pendule à secondes est

$$439^{\text{li.}}, 211 + 2^{\text{li.}}, 5827 . \sin.\theta^2,$$

θ étant la latitude correspondante. Cette expression donne les erreurs suivantes,

$x = -0,001$; $x^{(1)} = 0,017$; $x^{(2)} = 0,000$; $x^{(3)} = 0,150$;
$x^{(4)} = 0,017$; $x^{(5)} = -0,087$; $x^{(6)} = -0,005$;
$x^{(7)} = -0,044$; $x^{(8)} = -0,009$; $x^{(9)} = 0,014$;
$x^{(10)} = 0,064$; $x^{(11)} = -0,123$; $x^{(12)} = 0,008$.

Ces erreurs sont dans les limites de celles dont les observations sont susceptibles. Les deux seules qui surpassent $\frac{1}{10}$ de ligne, tombent sur les mesures du pendule au Cap, et en Laponie. Mais il est possible qu'elles ne tiennent pas uniquement aux observations, et qu'elles dépendent de la disposition intérieure des parties de la terre, qui peut écarter les variations des longueurs du pendule, de la loi du carré du sinus de la latitude. Il résulte des observations de M. Grischow, qu'à Arensbourg, à Pernavia, et à Pétersbourg, les oscillations d'un même pendule ne suivent pas exactement cette loi ; mais nous sommes fondés à croire, d'après les observations précédentes, que sur la surface entière du globe, les longueurs du pendule à secondes ne s'éloignent de cette loi, que d'environ $\frac{1}{10}$ de ligne.

Il existe entre la différence des longueurs du pendule à secondes, au pôle et à l'équateur, et entre la différence des deux axes de la terre, un rapport remarquable, qui déter-

mine l'une de ces quantités au moyen de l'autre. Ce rapport consiste en ce que, si l'on ajoute la différence des deux axes de la terre, divisée par la demi-somme de ces axes, à la différence des longueurs du pendule au pôle et à l'équateur, divisée par la demi-somme de ces longueurs; le résultat doit être égal à cinq fois la moitié du rapport de la force centrifuge à la pesanteur, rapport qui, comme on sait, est $\frac{1}{289}$. Ce résultat a généralement lieu, quelle que soit la figure de la terre, pourvu que les variations des longueurs du pendule suivent, à fort peu près, la loi du carré du sinus de la latitude; ce qui, comme on vient de le voir, est le cas de la nature. (*Voyez nos Mémoires pour l'année* 1783). De là et de l'expression précédente de la longueur du pendule à secondes, on conclut que les deux axes de la terre sont entre eux comme 358 est à 359, ou, ce qui revient au même, que l'applatissement de la terre est $\frac{1}{359}$. Cet applatissement est plus petit que celui qui résulte de la mesure des degrés des méridiens; en l'adoptant avec une figure elliptique, on auroit une erreur de 305 toises à répartir entre les deux degrés du Nord et de Pensilvanie, ce qui est contre toute vraisemblance: on peut donc encore moins concilier avec une figure elliptique, l'ensemble des mesures des degrés des méridiens et du pendule, que les mesures des degrés entre eux; ainsi tout concourt à nous faire rejetter la figure elliptique, dans le calcul de la variation des degrés.

L'applatissement $\frac{1}{359}$ est moindre que celui de $\frac{1}{321}$ auquel je me suis arrêté dans nos Mémoires de 1783; mais il y a lieu de croire qu'il n'est pas trop petit, par les raisons suivantes.

1°. Il résulte d'un grand nombre de bonnes observations de la longueur du pendule, avec lesquelles il s'accorde d'une manière fort précise.

2°. Il suit des recherches sur la figure de la terre, que j'ai données dans nos Mémoires pour 1783, que si l'on suppose l'action de la Lune triple de celle du Soleil, dans les phénomènes de la précession des équinoxes et des marées,

ainsi que je l'ai trouvé par la comparaison d'un grand nombre d'observations des marées; la nutation entière de l'axe de la terre est de 20″, 1663; et dans ce cas, si l'on suppose, comme cela est fort probable, que la densité des couches de la terre diminue du centre à la surface, l'applatissement de cette planète doit, pour satisfaire aux phénomènes de la précession et de la nutation, être compris entre $\frac{1}{305}$ et $\frac{1}{578}$. L'applatissement $\frac{1}{357}$ tombe entre ces limites, et il s'éloigne assez de la limite $\frac{1}{305}$, que donne le cas de l'homogénéité, pour pouvoir être admis avec vraisemblance.

5°. Les mouvemens observés des nœuds et des aphélies des satellites de Jupiter ont donné avec une grande précision, les deux axes de cette planète dans le rapport de 40 à 43. En supposant que pour la Terre, comme pour Jupiter, l'applatissement soit la même partie aliquote du rapport de la force centrifuge à la gravité sous l'équateur, on aura $\frac{1}{363}$ pour l'applatissement de la Terre, ce qui est encore au-dessous de celui que nous venons de trouver.

Il reste maintenant à expliquer pourquoi la figure elliptique qui s'accorde si bien avec les variations de la pesanteur, et les mouvemens de la Terre autour de son centre de gravité, s'en éloigne sensiblement dans la variation des degrés; mais ayant discuté cet objet dans nos Mémoires de 1783, je me contente d'y renvoyer. J'observerai seulement ici, que dans le calcul des parallaxes, on doit faire usage de l'hypothèse elliptique et de l'applatissement déterminé par les observations du pendule, ainsi que je l'ai fait voir dans les Mémoires cités; d'où il suit que l'applatissement $\frac{1}{230}$ donne certainement des variations trop grandes dans les parallaxes de la Lune, et que les Astronomes qui font usage du rapport de 177 à 178, s'éloignent autant de la vérité, en plus, que ceux qui calculeroient dans l'hypothèse sphérique, s'en écarteroient en moins.

X V.

Sur la figure de la Terre.

J'ai fait voir dans nos Mémoires pour l'année 1782, que si l'on suppose la Terre fluide et homogène, sa figure ne peut être que celle d'un ellipsoïde de révolution. Je me propose ici d'étendre ce résultat, au cas où la Terre ayant été primitivement fluide, elle seroit formée de couches de densités variables. M. Clairaut a déja fait voir que la figure elliptique remplit dans ce cas, les conditions de l'équilibre; mais il s'agit de prouver qu'elle est la seule qui satisfasse à ces conditions. Pour cela, je vais rappeller quelques propositions que j'ai démontrées dans les Mémoires cités.

Soit θ, l'angle formé par un rayon r mené du centre de gravité de la terre, à un point quelconque d'une de ses couches, et par l'axe de rotation de cette planète; soit $\cos.\theta = \mu$. Nommons ϖ, l'angle que forme le plan qui passe par ce rayon et par l'axe de rotation, avec un méridien invariable. Soit $Y^{(i)}$, une fonction rationelle et entière de l'ordre i, des trois quantités μ, $\sqrt{1-\mu^2}.\sin.\varpi$, et $\sqrt{1-\mu^2}.\cos.\varpi$, et qui soit assujettie à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \frac{\partial.\left\{(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right)\right\}}{\partial \mu} + \frac{\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

La surface de la couche du sphéroïde, dont le rayon est r, étant supposée très-peu différer d'une surface sphérique, on pourra toujours exprimer r par une suite de cette forme,

$$a + \alpha a.(Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + Y^{(3)} + \text{, etc.})$$

α étant un très-petit coëfficient dont nous négligerons le carré.

Nommons ρ la densité de la couche dont le rayon est r, et Π, la pression du fluide à sa surface. La densité ρ étant

supposée la même dans toute l'étendue de sa surface, elle sera une fonction de a; de plus, la pression Π est, comme on sait, la même sur toute cette surface, ensorte qu'elle est fonction de a. Cela posé, on aura l'équation suivante donnée par les conditions de l'équilibre. (*Mémoires de l'[illegible]* *pour l'année* 1782, *page* 179).

$$\int \frac{\partial \Pi}{\varrho} = 2\pi . \int \varrho . \partial . a^2 + 4\alpha\pi . \int \varrho . \partial . \left\{ a^2 Y^{(0)} + \frac{ar}{3} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a} . Y^{(3)} + \text{etc.} \right\}$$

$$+ \frac{4\pi}{3r} . \int \varrho . \partial . a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r} . \int \varrho . \partial . \left\{ a^3 Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} \right.$$

[illegible]

$$+ \alpha r^2 . \left\{ z^{(0)} + z^{(2)} + r . z^{(3)} + r^{(2)} . z^{(4)} + \text{etc.} \right\}$$

On doit observer dans cette équation; 1°. que π est le rapport de la demi-circonférence au rayon; 2°. que les signes intégral $\int$, et différentiel ∂, se rapportent à la variable a; 3°. que dans le second membre, les deux premières intégrales doivent être prises depuis $a = a$, jusqu'à a égal à sa valeur à la surface de la terre, valeur que nous prendrons pour l'unité; 4°. que les deux dernières intégrales de ce même membre doivent être prises depuis $a = 0$, jusqu'à $a = a$; 5°. que la fonction

$$\alpha r^2 . (z^{(0)} + z^{(2)} + r . z^{(3)} + r^2 . z^{(4)} + \text{etc.})$$

exprime la somme des intégrales de toutes les forces étrangères à l'attraction des molécules du sphéroïde terrestre, multipliées respectivement par les élémens de leurs directions; cette somme étant développée en série, de manière que $z^{(i)}$ est une fonction rationelle et entière de l'ordre i, des quantités μ, $\sqrt{1-\mu^2} . \sin . \varpi$, $\sqrt{1-\mu^2} . \cos . \varpi$, qui satisfait à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{ \frac{\partial . \left((1-\mu^2) . \left(\frac{\partial z^{(i)}}{\partial \mu} \right) \right)}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left(\frac{\partial \partial z^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right)}{1-\mu^2} + i . (i+1) . z^{(i)} .$$

On peut toujours ainsi développer les forces étrangères, lorsqu'elles sont produites par les attractions et par la force centrifuge, et dans ce cas, $z^{(0)}$ est nul. Relativement à la figure d[illegible], et en la nommant αg, on aura

$$\alpha z^{(0)} = \frac{\alpha g}{3}; \quad \alpha z^{(1)} = 0; \quad \alpha z^{(2)} = -\frac{\alpha g}{2}\left(\mu^2 - \tfrac{1}{3}\right).$$

(*Voyez les Mémoires cités de l'Académie*). 6°. Enfin, on doit observer après les différentiations et les intégrations, de changer r, dans $a + \alpha a.(Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} +, \text{etc.})$ Cela posé,

$Y^{(i)}$ et $z^{(i)}$, étant des fonctions semblables : si dans l'équation (a) on compare les fonctions semblables, on aura d'abord,

$$\int \frac{\partial \Pi}{\rho} = 2\pi . \int \rho . \partial\, a^2 + 4\alpha\pi . \int \rho . \partial . (a^2\, Y^{(0)})$$
$$+ \frac{4\pi}{3a} . \int \rho . \partial . a^3 - \frac{4\alpha\pi}{3a} . Y^{(0)} . \int \rho . \partial . a^3$$
$$+ \frac{4\alpha\pi}{a} . \int \rho . \partial\, (a^{(3)}\, Y^{(0)}) + \alpha a^{(2)} . z^{(0)};$$

les deux premières intégrales du second membre de cette équation, étant prises depuis $a = a$, jusqu'à $a = 1$, et les trois dernières étant prises depuis $a = 0$, jusqu'à $a = a$, Cette équation ne détermine ni a, ni $Y^{(0)}$; elle donne seulement un rapport entre ces deux quantités, ensorte que $Y^{(0)}$ est arbitraire et peut être déterminé à volonté.

On aura ensuite,

$$0 = \frac{4\pi . a^i}{2i+1} . \int \rho . \partial \left\{ \frac{Y^{(i)}}{a^{i-2}} \right\} - \frac{4\pi}{3a} . Y^{(i)} . \int \rho . \partial . a^3$$

— [illegible] . $\int \rho . \partial . (a^{i+3} . Y^{(i)}) + a^i . z^{(i)}$; (b).

la première intégrale étant prise depuis $a = a$, jusqu'à $a = 1$, et les deux autres étant prises depuis $a = 0$ jusqu'à $a = a$. Cette équation donnera la valeur de $Y^{(i)}$ relative à

chaque couche fluide, lorsque la loi des densités ρ sera connue.

Pour réduire ces différentes intégrales dans les mêmes limites, soit

$$\frac{4\pi}{2i+1}.\int\rho.\partial\left\{\frac{Y^{(i)}}{a^{i-2}}\right\}+z^{(i)}=\frac{4\pi}{2i+1}\,z'^{(i)}\,;$$

l'intégrale étant prise depuis $a=0$, jusqu'à $a=1$; $z'^{(i)}$ sera une quantité indépendante de a, puisque la fonction $z^{(i)}$ en est indépendante; l'équation (b) deviendra ainsi,

$$0=(2i+1).a^{i}.Y^{(i)}.\int\rho.\partial.a^{3}+3a^{2i+1}.\int\rho.\partial\left\{\frac{Y^{(i)}}{a^{i-2}}\right\}$$
$$-3\int\rho.\partial(a^{i+3}Y^{(i)})-3a^{2i+1}.z'^{(i)}$$

toutes les intégrales étant prises depuis $a=0$, jusqu'à $a=a$.

On peut faire disparoître les signes d'intégration, par des différentiations, et l'on a l'équation différentielle du second ordre

$$\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial a^{2}}\right)=\left\{\frac{i.(i+1)}{a^{2}}-\frac{6\rho.a}{\int\rho.\partial.a^{3}}\right\}.Y^{(i)}-\frac{6\rho.a^{2}}{\int\rho.\partial.a^{3}}.\left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial a}\right);\ (c)$$

L'intégrale de cette équation donnera la valeur de $Y^{(i)}$, avec deux constantes arbitraires qui seront des fonctions rationelles et entières de l'ordre i, des quantités μ, $\sqrt{1-\mu^{2}}.\sin.\varpi$, et $\sqrt{1-\mu^{2}}\cos.\varpi$, telles qu'en les représentant par $U^{(i)}$, elles satisferont à l'équation aux différences partielles,

$$0=\frac{\left\{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial\mu}\right)\right\}}{\partial\mu}+\frac{\left(\frac{\partial\partial U^{(i)}}{\partial\varpi^{2}}\right)}{1-\mu\mu}+i.(i+1)U^{(i)}.$$

L'une de ces constantes se déterminera au moyen de la fonction $z^{(i)}$, qui a disparu par les différentiations; elle sera un multiple de cette fonction. Quant à l'autre constante, si l'on suppose que le fluide recouvre un noyau solide, elle se déterminera au moyen de l'équation à la surface du noyau, en observant que la valeur de $Y^{(i)}$ relative à la couche

fluide contiguë à cette surface, est la même que celle de cette surface. On voit ainsi que dans ce cas, la figure du sphéroïde dépend de la figure du noyau intérieur, et des forces qui sollicitent le fluide.

Si, comme nous le supposons, le sphéroïde est entièrement fluide, rien ne paroissant alors déterminer une des constantes arbitraires, il semble qu'il doit y avoir une infinité de figures d'équilibre; c'est ce qu'il s'agit d'examiner. Pour cela, nous observerons d'abord que les couches du sphéroïde doivent diminuer de densité, en allant du centre à la surface; car il est clair que si une couche plus dense étoit placée au-dessus d'une couche moins dense, ses molécules pénétreroient dans celle-ci, de même qu'un corps s'enfonce dans un fluide de moindre densité; le sphéroïde ne seroit donc point en équilibre. Mais quelque soit sa densité au centre, elle ne peut être que finie; en réduisant donc l'expression de ρ dans une suite ascendante par rapport aux puissances de a, cette suite sera de la forme $\beta - \gamma . a^n + \text{etc.}$; β, γ et n étant positifs; on aura ainsi

$$\frac{a^3 . \rho}{\int \rho . \partial . a^3} = 1 - \frac{n \gamma}{(n+3) . \beta} . a^n + \text{etc.}$$

et l'équation différentielle en $Y^{(i)}$ deviendra

$$\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial a^2}\right) = \frac{Y^{(i)}}{a^2} . \left\{ i . (i+1) - 6 + \frac{6 n \gamma}{(n+3) . \beta} . a^n - \text{etc.} \right\}$$
$$- \frac{6}{a} . \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial a}\right) - \text{etc.}$$

Pour intégrer cette équation, supposons que $Y^{(i)}$ soit exprimé par une suite de cette forme

$$Y^{(i)} = U^{(i)} . a^s + U'^{(i)} . a^{s'} + \text{etc.}$$

l'équation différentielle précédente donnera

$$s . (s+5) . U^{(i)} . a^{s-2} + s' . (s'+5) . U'^{(i)} . a^{s'-2} + \text{etc.}$$
$$= U^{(i)} . a^{s-2} . \left\{ i . (i+1) - 6 + \frac{6 n \gamma}{(n+3) . \beta} . a^n - \text{etc.} \right\} + \text{etc.}$$

d'où

d'où l'on tire, en comparant les puissances semblables de a,

$$s.(s + 5) = i.(i + 1) - 6$$

et par conséquent $s = -\frac{5 \pm (2i+1)}{2}$, ce qui donne $s = i - 2$, et $s = -i - 3$. Chacune de ces valeurs de s donne une série particulière qui étant multipliée par une arbitraire, sera une intégrale de l'équation différentielle en $Y^{(i)}$. La somme de ces deux intégrales en sera l'intégrale complette.

Dans le cas présent, la suite qui répond à $s = -i - 3$, doit être rejettée; car il en résulteroit pour $a\,Y^{(1)}$, une valeur infinie, lorsque a seroit infiniment petit, ce qui rendroit infinis, les rayons des couches infiniment voisines du centre. Ainsi des deux intégrales particulières de l'expression de $Y^{(1)}$, celle qui répond à $s = i - 2$, doit être seule admise. Cette expression ne renferme plus alors qu'une arbitraire qui sera déterminée par la fonction $z^{(1)}$, dont elle ne peut être qu'un multiple.

La fonction $z^{(1)}$ étant nulle, $Y^{(1)}$ est pareillement nul, et le centre de gravité de chaque couche est au centre de gravité du sphéroïde. Pour le faire voir, nous observerons que l'équation différentielle en $Y^{(i)}$, donne

$$\frac{\partial\partial Y^{(1)}}{\partial a^2} = \left(2 - \frac{6\rho a}{\int \rho . \partial . a^3}\right) . \frac{Y^{(1)}}{a^2} - \frac{6 . \rho a^2}{\int \rho . \partial . a^3} . \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial a}\right);$$

On satisfera à cette équation, en faisant $Y^{(1)} = \frac{U^{(1)}}{a}$, $U^{(1)}$ étant une fonction indépendante de a; cette valeur de $Y^{(1)}$ est celle qui correspond à l'équation $s = i - 2$; elle est par conséquent la seule que l'on doive admettre. En la substituant dans l'équation (b), et supposant $z^{(1)} = 0$, la fonction $U^{(1)}$ disparoît, et par conséquent reste arbitraire; mais la condition que l'origine des rayons r est au centre de gravité du sphéroïde terrestre, la rend nulle. En effet, si l'on suppose

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \text{etc.}$$

ensorte que $r = a + \alpha . a y$; l'expression d'une molécule quelconque du sphéroïde sera

$$-\frac{\rho}{3}\, d.\, (a + \alpha\, a y)^3 . \partial \mu . \partial \varpi$$

la caractérisque d se rapportant uniquement à la variable a. Les distances de cette molécule aux trois plans, de l'équateur, du méridien que nous avons supposé invariable et d'où nous comptons l'angle ϖ, et du méridien qui lui est perpendiculaire, sont $(a + \alpha\, a y) . \mu$, $(a + \alpha\, a y) . \sqrt{1 - \mu^2} . \sin . \varpi$, $(a + \alpha\, a y) \sqrt{1 - \mu^2} . \cos . \varpi$. On aura donc par la nature du centre de gravité, les trois équations,

$$0 = \int\int\int \rho \mu\, \partial \mu . \partial \varpi .\, d .\, (a + \alpha\, a y)^4$$

$$0 = \int\int\int \rho\, \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{1 - \mu^2} . \sin . \varpi . d .\, (a + \alpha\, a y)^4$$

$$0 = \int\int\int \rho\, \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{1 - \mu^2} . \cos . \varpi . d .\, (a + \alpha\, a y)^4$$

les triples intégrales étant prises depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $\varpi = 360°$; depuis $\mu = -1$, jusqu'à $\mu = 1$, et depuis $a = 0$, jusqu'à $a = 1$. En négligeant les quantités de l'ordre α^2, ces trois équations se réduisent aux suivantes,

$$0 = \int\int\int \rho \mu . \partial \mu . \partial \varpi .\, d .\, a^4 y ;$$

$$0 = \int\int\int \rho\, \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{1 - \mu^2} . \sin . \varpi . d .\, a^4 y ;$$

$$0 = \int\int\int \rho\, \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{1 - \mu^2} . \cos . \varpi . d .\, a^4 y .$$

Pour obtenir ces intégrales, je vais rappeller un théorème que j'ai démontré dans les Mémoires cités de l'Académie. $Y^{(i)}$, et $U^{(i')}$ étant deux fonctions rationnelles et entières de μ, $\sqrt{1 - \mu^2} . \sin . \varpi$, et $\sqrt{1 - \mu^2} . \cos . \varpi$, la première de l'ordre i, la seconde de l'ordre i', et telles que l'on ait

$$0 = \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right)}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left(\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right)}{1 - \mu\mu} + i . (i + 1) . Y^{(i)} ;$$

$$0 = \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . \left(\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu} \right)}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left(\frac{\partial \partial U^{(i')}}{\partial \varpi^2} \right)}{1 - \mu\mu} + i' . (i' + 1) . U^{(i')} ;$$

on a généralement, lorsque i et i' sont deux nombres différens,

$$\int\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi = 0,$$

les intégrales étant prises depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 2\pi$, et depuis $\mu = -1$, jusqu'à $\mu = 1$. Cela posé, si dans les trois dernières équations relatives au centre de gravité, on subtitue pour y sa valeur $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} +$ etc. elles se réduiront, en vertu de ce théorême, aux suivantes,

$$0 = \int\int\int \rho . \mu . \partial\mu . \partial\varpi . d . a^4 Y^{(1)};$$

$$0 = \int\int\int \rho . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{1-\mu^2} . \sin . \varpi . d . a^4 Y^{(1)};$$

$$0 = \int\int\int \rho . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{1-\mu^2} . \cos . \varpi . d . a^4 Y^{(1)}.$$

Maintenant on a $Y^{(1)} = \frac{U^{(1)}}{a}$; et $U^{(1)}$ étant une fonction linéaire de μ, $\sqrt{1-\mu^2} . \sin . \varpi$, et $\sqrt{1-\mu^2} . \cos . \varpi$, il est compris dans la forme

$$H\mu + H' . \sqrt{1-\mu^2} . \sin . \varpi + H'' . \sqrt{1-\mu^2} . \cos . \varpi$$

H, H', H'' étant des constantes arbitraires qui, dans ce cas, sont indépendantes de a, puisque $U^{(1)}$ en est indépendant; en substituant donc cette valeur de $Y^{(1)}$ dans les équations précédentes, on trouvera

$$0 = H\int\rho . d . a^3; \quad 0 = H' . \int\rho . d . a^3; \quad 0 = H'' . \int\rho . d . a^3.$$

où $H = 0$, $H' = 0$, $H'' = 0$; partant $Y^{(1)} = 0$, et il est aisé d'en conclure que le centre de gravité du sphéroïde terrestre est le centre de gravité de chacune de ses couches, puisque, relativement à chacune d'elles, on a $Y^{(1)} = 0$.

Reprenons maintenant l'expression précédente de $Y^{(i)}$ par une suite ascendante relativement aux puissances de a,

$$Y^{(i)} = U^{(i)} . a^s + U'^{(i)} . a^{s'} + , \text{etc.}$$

Dans cette suite, s est, comme on l'a vu, égal à $i - 2$;

ainsi i étant supposé égal ou plus grand que 2, s est zéro ou positif. De plus, les fonctions $U'^{(i)}$, $U''^{(i)}$, etc. sont données en $U^{(i)}$, ensorte que l'on a

$$Y^{(i)} = h.\,U^{(i)}$$

h étant fonction de a, et $U^{(i)}$ en étant indépendant. Si l'on substitue cette valeur de $Y^{(i)}$ dans l'équation (e), on aura

$$\frac{\partial\partial h}{\partial a^2} = \left\{ i.(i+1) - \frac{6\rho a^3}{\int\rho.\partial.a^3} \right\}.\frac{h}{a^2} - \frac{6\rho a^2}{\int\rho.\partial.a^3}.\frac{\partial h}{\partial a}.$$

Le produit $i.(i+1)$ est égal ou plus grand que 6, lorsque i est égal ou plus grand que 2, car la fonction $\frac{\rho a^3}{\int\rho.\partial.a^3}$, est moindre que l'unité : en effet, son dénominateur $\int\rho.\partial a^3$, est égal à $\rho a^3 - \int a^3\partial\rho$, et la quantité $-\int a^3.\partial\rho$ est positive, puisque ρ, diminue du centre à la surface. Cela posé; si h et $\frac{\partial h}{\partial a}$ ont le même signe en partant du centre, ils conserveront le même signe jusqu'à la surface. Pour le faire voir, supposons que ces deux quantités soient positives au centre; ∂h doit devenir négatif avant h, et il est clair qu'il doit pour cela passer par zéro. Mais dès l'instant où il seroit nul, $\partial\partial h$ deviendroit positif en vertu de l'équation précédente, et par conséquent ∂h commenceroit à croître; il ne peut donc jamais devenir négatif; d'où il suit que h et ∂h, conservent constamment le même signe, du centre à la surface.

Maintenant, ces deux quantités ont le même signe au centre; car on a par ce qui précède,

$$s' = s + n = i + n - 2$$

$$s'.(s'+5).\,U'^{(i)} = \frac{6n\gamma}{(n+3).\beta}\,U^{(i)}$$

partant

$$U'^{(i)} = \frac{6n\gamma.\,U^{(i)}}{(n+3).(i+n-2).(i+n+3).\beta}$$

on aura donc,

$$h = a^{i-2} + \frac{6n\gamma . a^{i+n-2}}{(n+3).(i+n-2).(i+n+3).\beta} + \text{etc.}$$

$$\frac{\partial h}{\partial a} = (i-2).\, a^{i-3} + \frac{6n\gamma . a^{i+n-3}}{(n+3).(i+n+3).\beta} + \text{etc.}$$

γ, β et n étant positifs, on voit qu'au centre, h, et ∂h ont le même signe, lorsque i est égal ou plus grand que 2; ils sont donc constamment positifs du centre à la surface. Cela posé.

Relativement à la terre, $z^{(i)}$ est nul, lorsque i est égal ou plus grand que 3; l'équation (b) devient donc alors,

$$o = \left\{ 3a^{2i+1} . \int \rho . \partial \left(\frac{h}{a^{i-2}} \right) - (2i+1).\, a^i . h . \int \rho\, \partial . a^3 \right.$$
$$\left. + 3 \int \rho . \partial\, (a^{i+3} h) \right\} . U^{(i)},$$

la première intégrale étant prise depuis $a = a$, jusqu'à $a = 1$, et les deux autres étant prises depuis $a = o$, jusqu'à $a = a$. La fonction

$$-(2i+1) . a^i . h . \int \rho . \partial . a^3 + 3 \int \rho . \partial\, (a^{i+3} h)$$

est une quantité négative. En effet, elle est égale à
$-(2i-2)\, a^{i+3} . \rho h + (2i+1)\, a^i . h . \int a^3 \partial \rho - 3 . \int a^{i+3} . h \partial \rho$.
h augmentant du centre à la surface, et $\partial \rho$ diminuant, on a $(2i+1)\, a^i\, h . \int a^3 \partial \rho - (2i+1) . \int a^{i+3}\, h \partial \rho < o$; ainsi i étant égal ou plus grand que 2. la fonction précédente est négative.

Il suit de là, que dans l'équation précédente, le premier facteur n'est pas nul à la surface extérieure. Le second facteur $U^{(i)}$ est donc nul, ce qui donne $Y^{(i)} = o$. L'expression du rayon du sphéroïde terrestre se réduit donc à

$$a + \alpha a . \{ Y^{(0)} + Y^{(2)} \}.$$

$z^{(2)}$ est, comme on l'a vu ci-dessus, égal à $-\frac{\alpha.g}{2}.(\mu^2-\frac{1}{3})$; la formule (b) deviendra donc

$$0=\left\{\frac{4}{3}\pi.a^5\int\rho.\partial h-\frac{4\pi.a^3.h}{5}\int\rho.\partial.a^3+\frac{4\pi}{5}.\int\rho.\partial(a^5h)\right\}.U^{(2)}$$
$$-\frac{g}{2}a^5\left\{\mu^2-\frac{1}{3}\right\};\ (c)$$

A la surface, l'intégrale $\int\rho.\partial h=0$; on aura donc à cette surface où $a=1$

$$U^{(2)}=\frac{-\frac{g}{2}.(\mu^2-\frac{1}{3})}{\frac{4}{3}\pi.h.\int\rho.\partial.a^3-\frac{4\pi}{5}.\int\rho.\partial.(a^5h)}$$

Soit $\alpha\phi$ le rapport de la force centrifuge à la pesanteur à l'équateur; l'expression de la pesanteur étant aux quantités près de l'ordre α, égale à $\frac{4}{3}\pi\int\rho.\partial.a^3$; on aura

$$g=\frac{4\pi}{3}.\phi.\int\rho.\partial.a^3,$$

partant

$$U^{(2)}=-\frac{\phi(\mu^2-\frac{1}{3})}{2h-\frac{6}{5}.\frac{\int\rho.\partial.(a^5h)}{\int\rho.\partial.a^3}}$$

Le rayon du sphéroïde terrestre, à la surface, sera donc

$$1+\alpha Y^{(0)}-\frac{\alpha\phi.h.(\mu^2-\frac{1}{3})}{2h-\frac{6}{5}.\frac{\int\rho.\partial.(a^5h)}{\int\rho.\partial.a^3}}$$

On peut comprendre dans la quantité arbitraire que nous avons prise pour unité, la fonction

$$\alpha Y^{(0)}-\frac{\frac{2\alpha\phi}{3}}{2h-\frac{6}{5}.\frac{\int\rho.\partial.(a^5h)}{\int\rho.\partial.a^3}}$$

et alors, le rayon du sphéroïde terrestre à sa surface, sera

$$1-\frac{\alpha\phi.h.\mu^2}{2h-\frac{6}{5}.\frac{\int\rho.\partial.(a^5h)}{\int\rho.\partial.a^3}}$$

Ce rayon est celui d'un ellipsoïde de révolution, dont le demi-petit axe est l'unité, et dont le dimi-grand axe est

$$1 + \frac{\alpha\varphi}{2 - \frac{6}{5}\cdot\int\rho\, d.(a\,h)};$$

la figure de la terre supposée fluide, ne peut donc être que celle d'un ellipsoïde de révolution. De plus, il n'y a qu'un seul ellipsoïde qui puisse satisfaire à l'équilibre, lorsque la loi des densités ρ, est déterminée; car s'il y avoit deux valeurs de h, qui satisfissent à l'équation (e); en nommant h la première, h' la seconde, la valeur $h' - h$ satisferoit au cas où φ seroit nul, et où l'on auroit par conséquent $z^{(2)} = 0$; mais il résulte de ce que nous avons démontré ci-dessus, que dans ce cas $h' - h = 0$, ce qui donne $h = h'$; il n'y a donc qu'une seule figure d'équilibre, très-peu différente de la sphère, qui soit possible; et il est facile de s'assurer que les limites de l'applatissement de cette figure, sont $\frac{\alpha\varphi}{2}$ et $\frac{5}{4}\cdot\alpha\varphi$, dont la première répond au cas où toute la masse du sphéroïde seroit réunie au centre, et la seconde répond au cas où cette masse seroit homogène.

XVI.

Sur la stabilité de la figure de la Mer.

La figure de la mer varie sans cesse par l'action du Soleil et de la Lune; les vents et les tremblemens de terre troublent encore l'état d'équilibre qu'elle prendroit en vertu des forces constantes qui l'animent. L'expérience nous montre que les causes qui agitent chaque jour cette grande masse fluide, n'y produisent que des mouvemens d'oscillation, ensorte que son état d'équilibre est stable relativement à l'action de ces causes; mais si cette stabilité n'est pas absolue, on peut alors, en vertu d'une cause extraordinaire, supposer à la mer un ébranlement qui, quoique très-petit en lui-même, pourroit cependant apporter de grands changemens dans sa

figure, et l'élever au-dessus des plus hautes montagnes, ce qui expliqueroit plusieurs phénomènes d'histoire naturelle. Il est donc important de rechercher les conditions nécessaires à la stabilité de la figure de la mer, et d'examiner si ces conditions ont lieu dans la nature.

On a depuis long-temps fait cette curieuse remarque ; savoir, que si la mer et le noyeau qu'elle recouvre ayant une figure elliptique dans l'état d'équilibre, on allonge ou on applatit la figure de la mer, ensorte qu'elle soit toujours elliptique : elle tendra au premier instant à revenir à son état d'équilibre, si la densité moyenne du noyeau surpasse les trois cinquièmes de la densité de la mer, et si cette densité est plus petite, la mer tendra à s'éloigner de son état d'équilibre. On en a conclu que pour la stabilité de l'équilibre de la mer, il suffit que sa densité soit moindre que $\frac{3}{5}$ de la densité du noyeau. Mais cette conséquence n'est relative qu'au dérangement particulier que l'on suppose primitivement à la mer ; d'ailleurs, il ne suffit pas de considérer la tendance du fluide au premier instant du mouvement, il faut encore avoir égard à cette tendance dans tous les instans, et par conséquent, il est nécessaire de considérer les oscillations du fluide, pour prononcer sur la stabilité de son équilibre. En envisageant ainsi la question, j'ai fait voir dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1776, que dans un grand nombre de cas, la stabilité de l'équilibre exige pour condition, que la densité moyenne du noyeau terrestre surpasse celle de la mer. J'ai prouvé de plus, dans les Mémoires de 1782, que si la terre n'ayant point de mouvement de rotation, la profondeur de la mer est constante ; l'équilibre est stable, toutes les fois que la condition précédente est remplie. Je vais maintenant généraliser ce théorème, et faire voir qu'il a lieu, quelle que soit la loi de la profondeur de la mer, et le mouvement de rotation de la terre.

Rappellons pour cela, les équations générales du mouvement de la mer. Considérons une molécule ∂m de sa surface,

face, dont μ soit le sinus de la latitude dans l'état d'équilibre, et ϖ la longitude comptée d'un méridien fixe sur la terre. Supposons que αu, soit la quantité dont la latitude de la molécule est plus petite que dans l'état d'équilibre, et que αv, soit la quantité dont la longitude est plus grande, α étant un très-petit coëfficient. Supposons encore que cette molécule soit élevée de la quantité αy, au-dessus de la surface d'équilibre de la mer; nommons 1 le demi-axe de la terre; $l\gamma$, la profondeur de la mer, l étant un coëfficient fort petit, et γ étant une fonction de μ et de ϖ. Soit g, la pesanteur, t le tems, et nt le mouvement de rotation de la terre. Soit enfin, αV, la somme de toutes les molécules d'une couche aqueuse dont le rayon intérieur est l'unité, et dont le rayon extérieur est $1 + \alpha y$, divisées par leurs distances respectives à la molécule m, plus la somme des masses du Soleil et de la Lune, divisées par leurs distances à la même molécule; les molécules de la couche aqueuse devant être supposées négatives dans tous les points, où αy est négatif; cela posé. Les trois équations différentielles du mouvement de la terre, que nous avons données dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1776, page 178, deviendront,

$$y = l.\left\{\frac{\partial.u\gamma.\sqrt{1-\mu^2}}{\partial\mu}\right\} - l.\left(\frac{\partial.\gamma v}{\partial\varpi}\right);$$

$$\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right) - 2n.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).\mu.\sqrt{1-\mu^2} = g.\left(\frac{\partial y}{\partial\mu}\right).\sqrt{1-\mu^2}$$
$$-\left(\frac{\partial V}{\partial\mu}\right).\sqrt{1-\mu^2};$$

$$\left(\frac{\partial\partial v}{\partial t^2}\right).(1-\mu\mu) + 2n.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\mu.\sqrt{1-\mu^2} = -g.\left(\frac{\partial y}{\partial\varpi}\right)$$
$$+\left(\frac{\partial V}{\partial\varpi}\right).$$

c'est de l'intégration de ces trois équations, que dépend la théorie des oscillations de la mer.

Si l'on multiplie la seconde par $\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, et qu'on l'ajoute

à la troisième multipliée par $\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, on aura, en faisant pour abréger, $y - \frac{V}{g} = y'$,

$$\frac{\partial \left\{ \gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 - \gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu) \right\}}{\partial t}$$

$$= 2g\left(\frac{\partial y'}{\partial \mu}\right).\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2} - 2g.\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right).\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).$$

Multiplions maintenant cette équation par $\partial\mu\,\partial\varpi$, et prenons les intégrales de ses deux membres depuis $\mu = -1$, jusqu'à $\mu = 1$, et depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $\varpi = 360°$. on aura

$$2g.\int\partial\mu.\left(\frac{\partial y'}{\partial \mu}\right).\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2} = 2g\,y'.\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2}$$

$$- 2g.\int y'\partial\mu.\left\{\frac{\partial.\gamma\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2}}{\partial\mu}\right\} + C.$$

C étant une fonction arbitraire indépendante de μ. Or, y' et u ne peuvent être infinis dans aucun point de l'intégrale, ensorte que le terme $2g.y'.\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2}$ est nul aux deux extrémités de l'intégrale; on a donc $C = 0$, et par conséquent

$$2g.\int\partial\mu.\partial\varpi.\left(\frac{\partial y'}{\partial \mu}\right).\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\sqrt{1-\mu^2}$$

$$= -2g.\int y'.\partial\mu.\partial\varpi.\left\{\frac{\partial.\gamma.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2}}{\partial\mu}\right\}.$$

on a ensuite, en intégrant par rapport à ϖ,

$$-2g.\int\partial\varpi.\left(\frac{\partial y'}{\partial \varpi}\right).\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = -2g.y'.\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$$

$$+ 2g.\int y'.\partial\varpi.\left\{\frac{\partial.\gamma\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)}{\partial\varpi}\right\} + C'$$

C' étant une fonction arbitraire indépendante de ϖ; or, y', γ et $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ étant des fonctions de sin. ϖ, et de cos. ϖ, le terme

$-2gy'.\gamma\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ est le même aux deux extrémités de l'intégrale, ensorte que $C' - 2gy'\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ est une fonction nulle; on aura donc

$$-2g.\int\partial\mu.\partial\varpi.\left(\frac{\partial y'}{\partial\varpi}\right).\gamma.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = 2g.\int y'.d\mu\,d\varpi.\left\{\frac{\partial.\gamma\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)}{\partial\varpi}\right\};$$

partant on aura

$$\left\{\frac{\partial.\int\gamma.\partial\mu.d\varpi.\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)\right\}}{\partial t}\right\} = -2g.\int y'.\partial\mu.\partial\varpi\left\{\begin{array}{c}\left\{\frac{\partial.\gamma\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right).\sqrt{1-\mu^2}}{\partial\mu}\right\}\\ -\left\{\frac{\partial.\gamma\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)}{\partial\varpi}\right\}\end{array}\right\}$$

L'expression précédente de y, donne le second membre de cette équation égal à $-\frac{2g}{l}.\int\partial\mu.\partial\varpi.y'.\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$; on aura donc

$$\left\{\frac{\partial.\int\gamma.\partial\mu.\partial\varpi.\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)\right\}}{\partial t}\right\} = -\frac{2g}{l}.\int\partial\mu.\partial\varpi.y'.\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right); \quad \text{(A)}$$

Concevons présentement que y soit développé dans une suite de cette forme

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + Y^{(3)} + \text{etc.};$$

$Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, etc. étant des fonctions rationnelles et entières de μ, $\sqrt{1-\mu^2}.\sin.\varpi$, et $\sqrt{1-\mu^2}.\cos.\varpi$, telles que l'on a généralement,

$$0 = \left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

il résulte de ce que nous avons démontré dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1782, page 147, que si l'on représente par l'unité, la densité de la mer, et si l'on fait abstraction de l'action des astres, on a

$$V = 4\eta.\{Y^{(0)} + \tfrac{1}{3}.Y^{(1)} + \tfrac{1}{5}.Y^{(2)} + \tfrac{1}{7}.Y^{(3)} + \text{etc.}\};$$

η étant le rapport de la demi-circonférence au rayon. Si l'on nomme ensuite ρ, la moyenne densité de la terre, on a, à fort peu-près, $g = \frac{4}{3}\eta\rho$; on aura donc

$$\frac{V}{g} = \text{[illegible]}\{\text{[illegible]} + \text{etc.}\}.$$

La condition de la masse fluide constante donne $\int y.\partial\mu.\partial\varpi = 0$, les intégrales étant prises depuis $\mu = -1$ jusqu'à $\mu = 1$, et depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 360°$. Mais on a généralement, lorsque i est différent de i', $\int Y^{(i)}.U^{(i')}.\partial\mu.\partial\varpi = 0$, $U^{(i')}$ étant une fonction de la même nature que $Y^{(i)}$; on aura donc $\int y.\partial\mu.\partial\varpi = \int Y^{(0)}.\partial\mu.\partial\varpi. = 0$, ce qui donne $Y^{(0)} = 0$. On aura, cela posé,

$$y' = (1 - \tfrac{1}{\rho}).Y^{(1)} + (1 - \tfrac{3}{5\rho}).Y^{(2)} + (1 - \tfrac{3}{7\rho}).Y^{(3)} + \text{etc.}$$

d'où l'on tire, en vertu du théorème [illegible],

$$\int y'.\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right).\partial\mu.\partial\omega. = \int\partial\mu.\partial\varpi.\left\{(1 - \tfrac{1}{\rho}).Y^{(1)}.\left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial t}\right) + \text{[illegible]} + \text{etc.}\right\}$$

l'équation (A) donnera donc, en l'intégrant par rapport au temps t,

$$\text{[illegible]} = M - \text{[illegible]}$$
$$\left\{(1 - \tfrac{1}{\rho}).Y^{(1)^2} + (1 - \tfrac{3}{5\rho}).Y^{(2)^2} + (1 - \tfrac{3}{7\rho}).Y^{(3)^2} + \text{, etc.}\right\}$$

M étant une quantité indépendante de t.

Supposons $\rho > 1$; alors, la quantité

$$-\tfrac{g}{2}.\int\partial\mu.\partial\varpi.\left\{(1 - \tfrac{1}{\rho}).Y^{(1)^2} + (1 - \tfrac{3}{5\rho}).Y^{(2)^2} + \text{etc.}\right\}; \text{(B)}$$

est négative; la valeur de M doit donc être une quantité

positive constamment plus grande, abstraction faite du signe, que cette quantité ; puisque y étant nécessairement positif, le premier membre de l'équation précédente est toujours positif. Cette valeur de M, dépend de l'état et de la vîtesse initiale de la mer, et puisque nous la supposons très-peu dérangée à l'origine, de son état d'équilibre, M est nécessairement une très-petite quantité. L'intégrale (B) sera donc toujours fort petite, ce qui exige que $F^{(1)}$, $F^{(2)}$, etc. ne renferment point le tems t, sous la forme d'arcs de cercle ou d'exponentielles. La valeur de y ne contient donc que des fonctions périodiques du tems, et par conséquent, la mer ne s'éloigne jamais que très-peu de sa figure d'équilibre, si sa densité est moindre que la moyenne densité de la terre.

Quoique cette démonstration soit fort générale, elle suppose cependant que le fluide est ébranlé de manière que, relativement à toutes les molécules de la mer situées sur le même rayon mené du centre de gravité de la terre à sa surface, les valeurs de u et de v sont à très-peu-près les mêmes; car les trois équations fondamentales du mouvement de la mer, sont fondées sur cette supposition, la seule que l'on doive admettre, lorsque l'on considère les ébranlemens produits par l'action des astres : mais si l'ébranlement est produit par les vents, ou par des tremblemens de terre, cette supposition cesse d'avoir lieu, et cependant il importe encore d'avoir dans ce cas, les conditions de la stabilité de la figure de la mer. On peut y parvenir fort simplement, au moyen du principe de la conservation des forces vives.

Ce principe appliqué au mouvement d'un système de corps qui s'attirent mutuellement, consiste en ce que la somme des molécules du système, multipliées respectivement par les carrés de leur vîtesse, est égale à une constante plus au double de la somme des produits des molécules considérées deux à deux, divisés par la distance respective des molécules. Cela posé.

Nommons R le rayon mené du centre de gravité de la terre, à une de ses molécules quelconque, que nous désignerons par ∂m. Soit μ, le cosinus de l'angle que le rayon R fait avec l'axe primitif de rotation de la terre qui passe par son centre de gravité que nous supposerons immobile au premier instant, et qui le sera par conséquent durant toute la durée du mouvement, puisque nous n'avons égard ici, qu'à l'action mutuelle des parties de la terre. Soit $nt + \varpi$, l'angle que fait avec un plan fixe passant par l'axe primitif de rotation, un plan qui passe par cet axe primitif, et par la molécule ∂m, plan que nous nommerons son méridien. Supposons que $\alpha. \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$ soit la vîtesse de la molécule, perpendiculairement à R, et dans le plan du meridien, α étant un coëfficient très-petit. Soit encore $n + \alpha\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$, la vitesse angulaire de la molécule perpendiculairement à son méridien. La somme des molécules de la terre, multipliées respectivement par le carré de leur vîtesse, sera

$$\left.\begin{array}{l} n^2.\int R^2.\partial m.(1-\mu\mu) + 2\alpha n.\int R^2 \partial m.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).(1-\mu\mu) \\ + \int R^2 \partial m.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu) + \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\} \end{array}\right\} ; (C)$$

$\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right.$ étant de l'ordre α. Supposons que le rayon mené du centre de gravité de la terre à sa surface, soit R' dans l'état d'équilibre, et que dans l'état troublé, il devienne $R' + \alpha y$; la somme des produits deux à deux des molécules de la terre, divisés par leur distance mutuelle, sera égale, 1°. à cette somme telle qu'elle étoit dans l'état d'équilibre; 2°. à la somme des produits deux à deux, des molécules d'une couche aqueuse dont le rayon intérieur est R', et le rayon extérieur est $R' + \alpha y$, comparées aux molécules de la terre telle qu'elle étoit dans l'état d'équilibre, ces produits étant divisés par la distance mutuelle des deux molécules que l'on compare; 3°. à la somme des produits deux à deux, des

molécules de la couche aqueuse, divisés par leur distance mutuelle.

La première somme est évidemment une constante indépendante du tems t.

Pour avoir la seconde somme, nous observerons que si la terre étoit une sphère, on auroit cette somme, en multipliant chaque molécule de la couche aqueuse, par la masse de la terre, que nous désignerons par M, en divisant ce produit, par la distance de la molécule au centre de la sphère, et en ajoutant ces divers produits. Représentons par l'unité, le rayon de la sphère, et par $1 + z$, la distance d'une molécule aqueuse à son centre ; et prenons pour unité de densité, celle de la mer. La masse de la molécule sera $(1 + z)^2 . \partial z . \partial \mu . \partial \varpi$; en la divisant par la distance $1 + z$, de la molécule au centre de la sphère, on aura $M . (1 + z) . \partial z . \partial \mu . \partial \varpi$, pour la différentielle de la somme dont il s'agit, et en l'intégrant depuis $z = 0$, jusqu'à $z = \alpha y$, on aura $\alpha M . \int (y + \frac{1}{2} \alpha y^2) \partial \mu . \partial \varpi$. pour cette somme. Mais puisque la masse fluide est supposée constante, on doit avoir $\int (1 + z)^2 . \partial z . \partial \mu . \partial \varpi = 0$, ce qui donne, en négligeant les quantités de l'ordre α^3, $0 = \alpha \int (y + \alpha y^2) . \partial \mu . \partial \varpi$. La somme précédente deviendra donc,

$$- \frac{\alpha^2}{2} M . \int y^2 . \partial \mu . \partial \varpi .$$

Si l'on a égard à l'excentricité du sphéroïde terrestre, on aura de nouveaux termes qui seront multipliés par cette excentricité. Mais dans l'équation que donne le principe de la conservation des forces vives, nous négligerons tout ce qui dépend de l'excentricité de la terre, pour ne comparer que les termes qui en sont indépendans.

Considérons enfin, la troisième somme formée des produits deux à deux, des molécules de la couche aqueuse, divisés par leur distance mutuelle. En négligeant l'excentricité de la terre, le rayon intérieur de la couche aqueuse sera l'unité, et son rayon extérieur sera $1 + \alpha y$. On pourra représenter

par $\alpha y . \partial\mu . \partial\varpi$, une de ses molécules; soit $\alpha y''$ la somme de toutes les molécules de la couche, divisées par leurs distances respectives à cette molécule; la troisième somme cherchée sera $\frac{\alpha^2}{2} . \int y y'' . \partial\mu . \partial\varpi$. Elle n'est que la moitié de l'intégrale $\alpha^2 . \int y y'' . \partial\mu . \partial\varpi$; parce qu'en comparant chaque molécule de la couche avec la couche entière, on a le double des produits des molécules prises deux à deux. On aura donc, en négligeant tout ce qui dépend de l'excentricité de de la terre,

$$K - \frac{\alpha^2}{2} . M . \int y^2 . \partial\mu . \partial\varpi + \frac{\alpha^2}{2} . \int y y'' . \partial\mu . \partial\varpi$$

pour la somme des produits deux à deux, des molécules de la terre, divisés par leur distance mutuelle; K étant une quantité indépendante de t. Nommons ρ la moyenne densité de la terre, on aura $M = \frac{4}{3} \pi \rho = g$; la fonction précédente deviendra ainsi en la divisant par g,

$$\frac{K}{g} - \frac{\alpha^2}{2} . \int y . \partial\mu . \partial\varpi . \left(y - \frac{3 y''}{4\pi} \right).$$

Examinons maintenant, la fonction (C), en la divisant pareillement par g. Si l'on projette chaque molécule de la terre, sur le plan de l'équateur primitif, le principe des aires donnera l'équation suivante,

$$\int R^2 . \partial m . (1 - \mu\mu) . \left\{ n + \alpha \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right\} = H,$$

H étant une constante indépendante de t; on aura donc

$$\frac{n^2}{g} . \int R^2 \partial m . (1 - \mu\mu) + \frac{2 \alpha n}{g} . \int R^2 \partial m . \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) . (1 - \mu\mu)$$
$$= \frac{2 n H}{g} - \frac{n^2}{g} . \int R^2 . \partial m . (1 - \mu\mu)$$

les termes de l'ordre α^2 du développement de $\frac{n^2}{g} . \int R^2 \partial m . (1 - \mu\mu)$, sont évidemment de l'ordre $\frac{n^2}{g} . \alpha^2 y^2$; en n'ayant donc égard qu'aux termes de l'ordre $\alpha^2 y^2$, qui ne sont multipliés ni par l'excentricité de la terre, ni par la très-petite fonction

fonction $\frac{n^2}{g}$; la fonction (C) divisée par g, se réduira à une constante, plus à l'intégrale

$$\int \frac{R^2.\partial m}{g}.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right).(1-\mu\mu) + \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\}$$

le principe de la conservation des forces vives donnera donc, en ne comparant que les termes de l'ordre α^2

$$\int R^2.\partial m.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu) + \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\}$$
$$= \alpha^2.Q - \alpha^2 g.\int y\,\partial\mu\,\partial\varpi.\left\{y - \left(\frac{3y''}{4\pi\rho}\right)\right\}.$$

Q étant indépendant de t.

Supposons, comme ci-dessus, y égal à $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} +$ etc. la condition de la masse fluide constante donnera $Y^{(0)} = 0$; on aura ensuite par ce qui précède,

$$\frac{3y''}{4\pi\rho} = \frac{1}{\rho}.\left\{Y^{(1)} + \tfrac{3}{5}.Y^{(2)} + \tfrac{3}{7}.Y^{(3)} + \text{etc.}\right\};$$

partant

$$\int R^2.\partial m.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\}$$
$$= \alpha^2.Q - \alpha^2 g.\left\{\left(1-\frac{1}{\rho}\right).Y^{(1)^2} + \left(1-\frac{3}{5\rho}\right).Y^{(2)^2}\right.$$
$$\left. + \left(1-\frac{3}{7\rho}\right).Y^{(3)^2} + \text{etc.}\right\};$$

d'où il est aisé de conclure, comme précédemment, que la valeur de y, ne renferme ni arcs de cercle, ni exponentielles, si ρ est plus grand que l'unité.

La partie de l'intégrale $\int R^2\,\partial m.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu) + \left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2.\right\}$ relative au sphéroïde que recouvre la mer, est insensible par rapport à la partie de cette même intégrale relative aux molécules de la mer. Car il est clair que les valeurs de $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, $\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ et $\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)$ qui se rapportent au sphéroïde, sont, eu égard à celles qui se rapportent à la mer, du même ordre que la masse de la mer divisée par la masse du sphéroïde; puisqu'elles seroient infiniment petites, si la

masse de la mer étoit infiniment petite; leurs carrés seroient donc alors des infiniment petits du second ordre, que l'on peut conséquemment négliger. Les vitesses $\alpha\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, $\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)\sqrt{1-\mu\mu}$ et $\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)$, des molécules de la mer, sont à très-peu-près les vitesses relatives de ces molécules sur la surface du sphéroïde terrestre; ainsi l'intégrale $\int R^2.\,\partial m.\left\{\alpha^2.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)+\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\}$ exprime la somme des molécules de la mer multipliées par les carrés de leurs vitesses relatives. Si les eaux de la mer éprouvent des chocs ou des résistances qui altèrent ces vitesses, la valeur de la constante $\alpha^2 Q$ en sera diminuée, et les fonctions $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, etc., ne pourront jamais augmenter indéfiniment, si l'on a $\rho > 1$. La figure de la mer sera donc alors stable, quel que soit l'ébranlement primitif de cette masse fluide et les résistances qu'elle éprouve.

Dans le cas où toutes les molécules de la mer situées sur le même rayon, auroient la même vitesse à très-peu-près; en nommant $l\gamma$, sa profondeur, les valeurs de u et de v, seroient à très-peu-près les mêmes pour une colonne de ce fluide, égale à $l\gamma.\,\partial\mu.\,\partial\varpi$. On auroit de plus $\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)$ de l'ordre $\alpha.\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right)$, et il est visible que $\alpha\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t}\right)$ est par rapport à $\alpha.\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$, du même ordre que le rapport de la profondeur de la mer au rayon terrestre; comme il résulte de la première des trois équations différentielles du mouvement de la mer. En faisant donc $R = 1$, l'intégrale $\int R^2\,\partial m.\left\{\alpha^2\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\alpha^2.\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)+\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right\}$ deviendra $\alpha^2\int l\gamma.\,\partial\mu.\,\partial\varpi.\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)\right\}$; l'équation précédente donnée par le principe de la conservation des forces vives deviendra donc

$$\int\gamma.\,\partial\mu.\,\partial\varpi.\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2.(1-\mu\mu)\right\}=\frac{Q}{l}-\frac{q}{l}.\int\partial\mu.\,\partial\varpi.\left\{\left(1-\frac{1}{\rho}\right).Y^{(1)^2}+\left(1-\frac{3}{5\rho}\right).Y^{(2)^2}+\text{etc.}\right\}$$

équation identiquement la même que celle à laquelle nous sommes parvenus précédemment, par la considération des équations différentielles du mouvement de la mer.

L'hypothèse de la densité de la mer, plus petite que la densité moyenne de la terre est très-vraisemblable; car il est naturel de supposer que les couches les plus denses de la terre sont les plus près de son centre. D'ailleurs, les observations faites sur l'attraction des montagnes ne permettent pas de révoquer en doute cette hypothèse. Les observations que M. Maskeline a faites sur une montagne d'Écosse, semblent indiquer une densité moyenne de la terre, quatre ou cinq fois plus grande que la densité de la mer. L'équilibre de la mer est donc stable, et si elle a recouvert autrefois des continens aujourd'hui fort élevés au-dessus de son niveau, il faut en chercher la cause ailleurs que dans le défaut de stabilité de son équilibre.

XVII.

Sur la manière de faire disparoître les arcs de cercle, des intégrales trouvées par les méthodes ordinaires d'approximation.

J'ai donné pour cet objet, dans nos Mémoires pour l'année 1772, une méthode très-simple, fondée sur la variation des constantes arbitraires. J'ai présenté depuis, cette méthode, d'une manière plus générale, dans nos Mémoires pour l'année 1777. On peut la généraliser encore de la manière suivante, et lui donner ainsi toute l'étendue et toute la simplicité dont elle est susceptible.

Considérons l'équation différentielle de l'ordre i

$$o = \frac{\partial^i y}{\partial t^i} + P + \alpha Q;$$

α étant très-petit, et P et Q étant des fonctions algébriques de y, $\frac{\partial y}{\partial t}$, ... $\frac{\partial^{i-1} y}{\partial t^{i-1}}$, de sinus et de cosinus d'angles

croissans proportionnellement à t. Supposons que l'on ait l'intégrale complette de cette équation différentielle dans le cas de $\alpha = 0$, et que la valeur de y donnée par cette intégrale, ne renferme point l'arc t, ou du moins, ne renferme qu'un nombre fini de puissances de cet arc. Supposons ensuite qu'en intégrant cette équation, par les méthodes ordinaires d'approximation, lorsque α n'est pas nul, on ait

$$y = X + t.Y + t^2.Z + t^3.S + \text{etc.}$$

X, Y, Z, S, etc. étant des fonctions périodiques de t, qui renferment les i arbitraires c, c', c'', etc.; et les puissances de t, dans cette expression de y, s'étendant à l'infini, par les approximations successives. Il est visible que les coëfficiens de ces puissances décroîtront avec d'autant plus de rapidité que α sera plus petit; dans la théorie des mouvemens des corps célestes, α exprime l'ordre des forces perturbatrices, relativement aux forces principales qui les animent.

Si l'on substitue la valeur précédente de y, dans la fonction $\frac{\partial^i y}{\partial t^i} + P + \alpha Q$, elle prendra cette forme $K + K'.t + K''.t^2 + \text{etc.}$; K, K', K'', etc. étant des fonctions périodiques de t; mais par la supposition, la valeur de y, satisfait à l'équation différentielle,

$$0 = \frac{\partial^i y}{\partial t^i} + P + \alpha Q;$$

on doit donc avoir identiquement

$$0 = K + K'.t + K''.t^2 + \text{etc.}$$

Si K, K', K'', etc. n'étoient pas nuls, cette équation donneroit par le retour des suites, l'arc t, en fonction de sinus et de cosinus d'angles proportionels à t; en supposant α infiniment petit, on auroit t égal à une fonction finie de sinus et de cosinus d'angles semblables, ce qui est

évidemment impossible. Ainsi les fonctions K, K′, etc. sont identiquement nulles.

Maintenant, si l'arc t n'est élevé qu'à la première puissance, sous les signes des sinus et des cosinus, comme cela a lieu dans la théorie des mouvemens célestes, cet arc ne sera point produit par les différences successives de y; en substituant donc la valeur précédente de y dans la fonction $\frac{\partial^i y}{\partial t^i} + P + \alpha Q$, la fonction $K + K't +$ etc. dans laquelle elle se transforme, ne contiendra l'arc t, hors des signes périodiques, qu'autant qu'il est déja renfermé dans y; ainsi, en changeant dans l'expression de y, l'arc t hors des signes périodiques, dans $t - \theta$, θ étant une constante quelconque; la fonction $K + K'. t +$ etc., se changera dans $K + K'. (t - \theta) +$ etc.; et puisque cette dernière fonction est identiquement nulle en vertu des équations identiques, $K = 0$, $K' = 0$, etc., il en résulte que l'expression

$$y = X + (t - \theta). Y + (t - \theta)^2. Z + \text{etc.}$$

satisfait encore à l'équation différentielle

$$0 = \frac{\partial^i y}{\partial t^i} + P + \alpha Q.$$

Quoique cette seconde valeur de y semble renfermer $i + 1$ arbitraires, savoir les i arbitraires c, c', c'', etc., et l'arbitraire θ; cependant elle ne peut en contenir que le nombre i, qui soient distinctes entre elles. Il est donc nécessaire que par un changement convenable dans les constantes c, c', etc. l'arbitraire θ puisse disparoître de cette seconde expression de y, et qu'ainsi, elle coïncide avec la première. Cette considération va nous fournir les moyens d'en faire disparoître les arcs de cercle.

Donnons à la seconde expression de y, la forme suivante,

$$y = X + (t - \theta). R;$$

puisque nous supposons que θ disparoît de y, on aura $\left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right) = 0$, et par conséquent

$$R = \left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) + (t - \theta) . \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right).$$

En différentiant successivement cette équation, on aura

$$2 . \left(\frac{\partial R}{\partial \theta}\right) = \left(\frac{\partial \partial X}{\partial \theta^2}\right) + (t - \theta) . \left(\frac{\partial \partial R}{\partial \theta^2}\right);$$

$$3 . \left(\frac{\partial \partial R}{\partial \theta^2}\right) = \left(\frac{\partial^3 X}{\partial \theta^3}\right) + (t - \theta) . \left(\frac{\partial^3 R}{\partial \theta^3}\right);$$

etc.

d'où il est aisé de conclure, en éliminant R de l'expression précédente de y,

$$y = X + (t - \theta) . \left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) + \frac{(t-\theta)^2}{1 . 2} . \left(\frac{\partial \partial X}{\partial \theta^2}\right) + \frac{(t-\theta)^3}{1 . 2 . 3} . \left(\frac{\partial^3 X}{\partial \theta^3}\right) + \text{etc.}$$

X est fonction de t et des constantes c, c', c'', etc., et comme ces constantes sont fonctions de θ, X est une fonction de t et de θ, que nous pouvons représenter par $\varphi(t, \theta)$. L'expression de y, est, par le théorème connu de Taylor, le développement de la fonction $\varphi(t, \theta + t - \theta)$, suivant les puissances de $t - \theta$; on a donc $y = \varphi(t, t)$; d'où il suit que l'on aura y, en changeant θ en t dans X. Le problème se réduit ainsi à déterminer X en fonction de t et de θ, par conséquent, à déterminer c, c', c'', etc. en fonctions de θ.

Pour cela, reprenons l'équation

$$y = X + (t - \theta) . Y + (t - \theta)^2 . Z + (t - \theta)^3 . S + \text{etc.}$$

puisque la constante θ est supposée disparoître de cette expression de y, on aura l'équation identique,

$$0 = \left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) - Y + (t - \theta) . \left\{\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) - 2Z\right\} + (t - \theta)^2 . \left\{\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right) - 3S\right\} + \text{etc.}; \quad (a)$$

en appliquant à cette équation, le raisonnement que nous avons fait sur celle-ci,

$$o = K + K'. t + K''. t^2 + \text{etc.}$$

on voit que les coëfficiens des puissances successives de $t - \theta$, doivent se réduire d'eux-mêmes à zéro. Les fonctions X, Y, Z, etc. ne renferment θ qu'autant qu'il est contenu dans c, c', c'', etc; ensorte que pour former les différences partielles $\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right)$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right)$, $\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right)$, etc., il suffit de faire varier c, c', c'', etc. dans ces fonctions, ce qui donne

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = \left(\frac{\partial X}{\partial c}\right).\frac{\partial c}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial X}{\partial c'}\right).\frac{\partial c'}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial X}{\partial c''}\right).\frac{\partial c''}{\partial \theta} + \text{etc.};$$

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) = \left(\frac{\partial Y}{\partial c}\right).\frac{\partial c}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial Y}{\partial c'}\right).\frac{\partial c'}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial Y}{\partial c''}\right).\frac{\partial c''}{\partial \theta} + \text{etc.};$$

etc.

XVIII.

Supposons d'abord que dans les fonctions X, Y, Z, etc. aucune des arbitraires ne multiplie l'arc t, sous les signes des sinus et des cosinus; cet arc ne sera pas produit par les différences partielles $\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right)$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right)$, etc. En égalant donc à zéro, dans l'équation (a), les coëfficiens des puissances successives de $t - \theta$, on aura

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = Y; \left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) = 2Z; \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right) = 3\,S, \text{etc.}$$

Si l'on différentie la première de ces équations, $i - 1$ fois relativement à t, et que l'on substitue pour $\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right)$ sa valeur, on aura

$$\left(\frac{\partial X}{\partial c}\right).\frac{\partial c}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial X}{\partial c'}\right).\frac{\partial c'}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial X}{\partial c''}\right).\frac{\partial c''}{\partial \theta} + \text{etc.} = Y;$$

$$\left(\frac{\partial^2 X}{\partial c.\partial t}\right).\frac{\partial c}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial^2 X}{\partial c'.\partial t}\right).\frac{\partial c'}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial^2 X}{\partial c''.\partial t}\right).\frac{\partial c''}{\partial \theta} + \text{etc.} = \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right);$$

$$\left(\frac{\partial^3 X}{\partial c.\partial t^2}\right).\frac{\partial c}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial^3 X}{\partial c'.\partial t^2}\right).\frac{\partial c'}{\partial \theta} + \left(\frac{\partial^3 X}{\partial c''.\partial t^2}\right).\frac{\partial c''}{\partial \theta} + \text{etc.} = \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}\right);$$

etc.

On tirera de ces i équations, autant d'équations différentielles, entre les quantités, c, c', c'', etc., et leurs premières différences; et en les intégrant, on aura ces constantes en fonctions de θ. Presque toujours, l'inspection seule de la première des équations précédentes suffira pour avoir les équations différentielles en c, c', c'', etc. en comparant séparément les coëfficiens des sinus et des cosinus qu'elle renferme; car il est visible que les valeurs de c, c', etc. étant indépendantes de t, les équations différentielles qui les déterminent, doivent être pareillement indépendantes de cette variable. Le plus souvent, ces équations ne seront intégrables que par des approximations successives qui pourront introduire l'arc θ, dans les valeurs de c, c', c'', etc. lors même que cet arc ne se rencontre point dans les valeurs rigoureuses; mais on le fera disparoître par la méthode que nous venons d'exposer pour faire disparoître l'arc t de l'expression de y.

Il peut arriver que l'équation $\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = Y$, et ses $i - 1$ différentielles en t, ne donnent pas un nombre i d'équations distinctes entre les quantités c, c', c'', etc., et leurs différences. Dans ce cas, il faudra recourir aux équations

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) = 2Z;\ \left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right) = 3\,S;\ \text{etc.}$$

XIX.

Supposons maintenant que quelques-unes des arbitraires c, c', c'', multiplient l'arc t, dans les fonctions périodiques X, Y, Z, etc.; la différentiation de ces fonctions relativement à θ, ou ce qui est la même chose, relativement à ces arbitraires, développera cet arc, et le fera sortir hors des signes des fonctions périodiques, sous lesquels il est renfermé. Les différences $\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right)$, $\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right)$, $\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right)$, etc. seront alors de cette forme,

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = X' + t.\, X'';$$

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) = Y' + t.\, Y'';$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right) = Z' + t.\, Z'';$$

etc.

X', X'', Y', Y'', Z', Z'', etc. étant des fonctions périodiques de t, et renfermant de plus les arbitraires c, c', c'', etc. et leurs premières différences divisées par $\partial \theta$, différences qui n'entrent dans ces fonctions, que sous une forme linéaire; on aura donc

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = X' + \theta\, X'' + (t - \theta).\, X'';$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \theta}\right) = Y' + \theta.\, Y'' + (t - \theta).\, Y'';$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial \theta}\right) = Z' + \theta.\, Z'' + (t - \theta).\, Z'';$$

etc.

En substituant ces valeurs dans l'équation (a) de l'article XVII, on aura.

$$\begin{aligned} o = {} & X' + \theta\, X'' - Y \\ & + (t - \theta).\, \{ Y' + \theta.\, Y'' + X'' - 2Z \} \\ & + (t - \theta)^2 \{ Z' + \theta.\, Z'' + Z'' - 3S \} \\ & + \text{etc.} \end{aligned}$$

d'où l'on tire, en égalant séparément à zéro, les coëfficiens des puissances de $t - \theta$,

$$o = X' + \theta.\, X'' - Y;$$

$$o = Y' + \theta.\, Y'' + X'' - 2Z;$$

$$o = Z' + \theta.\, Z'' + Y'' - 3S;$$

etc.

La première de ces équations donnera, soit par elle-même,

et par ses $i-1$, différentielles prises relativement à t, soit par la comparaison des coëfficiens des sinus et des cosinus qu'elle renferme, i équations différentielles du premier ordre entre c, c', c'', etc. et θ. Si cette première équation ne suffisoit pas pour cet objet, on auroit recours aux suivantes.

Lorsque l'on aura ainsi déterminé les valeurs de c, c', c'', etc. en fonctions de θ, on les substituera dans X, et en y changeant θ en t, on aura la valeur de y, sans arcs de cercle, lorsque cela est possible. Si cette valeur en conservoit encore, ce seroit une preuve qu'ils existent dans l'intégrale rigoureuse.

XX.

Considérons maintenant un nombre quelconque n, d'équations différentielles,

$$0 = \frac{d^i y}{dt^i} + P + \alpha Q; \quad 0 = \frac{d^i y'}{dt^i} + P' + \alpha Q'; \text{ etc.}$$

P, Q, P', Q', etc. étant des fonctions de y, y', etc. de leurs différentielles jusqu'à l'ordre $i-1$, et de sinus et de cosinus d'angles croissans proportionnellement à la variable t, dont la différence est supposée constante. Supposons que les intégrales approchées de ces équations soient

$$y = X + t.Y + t^2.Z + t^3.S + \text{etc.}$$
$$y' = X_{,} + t.Y_{,} + t^2.Z_{,} + t^3.S_{,} + \text{etc.}$$
$$\text{etc.}$$

X, Y, Z, etc.; $X_{,}$, $Y_{,}$, $Z_{,}$, etc. étant des fonctions périodiques de t, et renfermant les $i\,n$ arbitraires c, c', c'', etc.; on aura, comme dans l'article XVIII,

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \theta}\right) = Y; \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial \theta}\right) = 2Z; \text{ etc.}$$

si les arbitraires c, c', c'', etc. ne multiplient point l'arc t, sous le signe des fonctions périodiques. Mais si cet arc est

multiplié par quelques-unes des arbitraires, on aura comme dans l'article XIX

$$o = X' + \theta .\ X'' - Y;$$
$$o = Y' + \theta .\ Y'' + X'' - 2Z;$$
$$o = Z' + \theta .\ Z'' + Y'' - 3S;$$
etc.

la valeur approchée de y' donnera pareillement

$$\left(\frac{\partial X_1}{\partial \theta}\right) = X_1; \quad \left(\frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\right) = 2Y_1; \text{ etc.}$$

si les arbitraires ne multiplient point l'arc t, sous les signes des sinus et des cosinus. Mais si quelques-unes d'elles multiplient cet arc, et que l'on suppose alors

$$\left(\frac{\partial X_1}{\partial \theta}\right) = X'_1 + t.\ X''_1; \quad \left(\frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\right) = Y'_1 + t.\ Y''_1; \text{ etc.}$$

on aura les équations,

$$o = X'_1 + \theta .\ X''_1 - Y_1;$$
$$o = Y'_1 + \theta .\ Y''_1 + X''_1 - 2Z_1;$$
etc.

Les expressions des autres variables y'', y''', etc. fourniront des équations semblables. On déterminera par ces diverses équations, en choisissant les plus simples et les plus approchées, les valeurs de c, c', c'', etc. en fonctions de θ. En substituant ensuite ces valeurs, dans X, X_1, etc., et en y changeant θ en t, on aura les valeurs de y, y', etc. sans arcs de cercle, lorsque cela est possible.

XXI.

Sur les variations des inclinaisons et des nœuds des orbites des planètes.

Soient m, m', m'', etc. les masses des différentes planètes, celle du Soleil étant prise pour l'unité; soient φ, φ', φ'', etc.

les inclinaisons moyennes de leurs orbites sur un plan fixe qui passe par le centre du Soleil; θ, θ', θ'', etc. les distances moyennes de leurs nœuds ascendans à une ligne invariable prise sur ce plan; soit de plus

$$\begin{array}{ll} \text{tang.}\varphi.\ \sin.\theta = p; & \text{tang.}\varphi.\ \cos.\theta = q \\ \text{tang.}\varphi'.\ \sin.\theta' = p'; & \text{tang.}\varphi'.\ \cos.\theta' = q' \\ \text{tang.}\varphi''.\ \sin.\theta'' = p''; & \text{tang.}\varphi''.\ \cos.\theta'' = q'' \\ \text{etc.} & \text{etc.} \end{array}$$

Nommons ensuite a, a', a'', etc. les moyennes distances des planètes au Soleil; et e, e', e'', etc. les rapports des excentricités de leurs orbites, à ces distances. Je suis parvenu dans mes Mémoires pour l'année 1784, aux trois équations suivantes,

$$\left.\begin{array}{l} \text{const.} = m.\sqrt{\frac{a(1-e^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi}} + m'.\sqrt{\frac{a'(1-e'^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi'}} + m''.\sqrt{\frac{a''(1-e''^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi''}} + \text{etc.} \\ \text{const.} = m\,p.\sqrt{\frac{a(1-e^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi}} + m'p'.\sqrt{\frac{a'(1-e'^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi'}} + m''p''.\sqrt{\frac{a''(1-e''^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi''}} + \text{etc.} \\ \text{const.} = m\,q.\sqrt{\frac{a(1-e^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi}} + m'q'.\sqrt{\frac{a'(1-e'^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi'}} + m''q''.\sqrt{\frac{a''(1-e''^2)}{1+\text{tang.}^2\varphi''}} + \text{etc.} \end{array}\right\}; (a)$$

Ces équations résultent du principe de la conservation des aires; elles ont lieu généralement, quelles que soient les excentricités et les inclinaisons des orbites.

Si l'on suppose les orbites très-peu excentriques et très-peu inclinées au plan fixe, telles que les orbites des planètes, les deux dernières de ces équations deviendront

$$\left.\begin{array}{l} \text{const.} = m\sqrt{a}.p + m'.\sqrt{a'}.p' + m''.\sqrt{a''}.p'' + \text{etc.} \\ \text{const.} = m\sqrt{a}.q + m'.\sqrt{a'}.q' + m''.\sqrt{a''}.q'' + \text{etc.} \end{array}\right\}; (b)$$

XXII.

Imaginons par le centre du Soleil, un nouveau plan dont l'inclinaison sur le plan fixe soit φ, et dont la longitude du nœud ascendant soit γ; cette longitude étant comptée de la

ligne fixe d'où l'on compte les angles θ, θ', etc. Concevons ensuite sur le plan fixe, un point quelconque O, dont la longitude soit V; par ce point et par le centre du Soleil, menons un grand cercle perpendiculaire au plan fixe; il est clair que la tangente de l'arc de ce cercle, compris entre le point O, et le nouveau plan, sera tang. ψ. sin. $(V - \theta)$. L'arc du même cercle compris entre le plan fixe et celui de l'orbite de m, est tang. ϕ sin. $(V - \gamma)$. Ces arcs étant fort petits, la différence de leurs tangentes est à très-peu-près égale à la tangente de leur différence; mais si l'on nomme ϕ_1 l'inclinaison de l'orbite de m, sur le nouveau plan, et θ_1 la longitude de son nœud ascendant sur ce même plan; les deux arcs précédens étant à fort peu-près perpendiculaires à ces différens plans, la tangente de leur différence sera tang. ϕ_1. sin. $(V - \theta_1)$; on aura donc;

$$\text{tang. } \phi_1 . \text{ sin.} (V - \theta_1) = \text{tang. } \phi . \text{ sin.} (V - \theta) - \text{tang. } \psi . \text{ sin.} (V - \gamma).$$

soit

$$\text{tang. } \psi . \text{ sin.} \gamma = p_1; \quad \text{tang. } \psi . \text{ cos.} \gamma = q_1;$$

on aura

$$\text{tang. } \phi_1 . \text{ cos. } \theta_1 \text{ sin. } V - \text{tang. } \phi_1 \text{ sin. } \theta_1 . \text{ cos. } V = (q - q_1) . \text{ sin. } V - (p - p_1) . \text{ cos. } V;$$

ce qui donne en comparant les coëfficiens de sin. V et de cos. V,

$$\text{tang. } \phi_1 . \text{ sin. } \theta_1 = p - p_1; \quad \text{tang. } \phi_1 . \text{ cos. } \theta_1 = q - q_1.$$

Cela posé, si le nouveau plan est invariable, ainsi que le plan fixe, les équations (b) de l'article précédent donneront

$$\text{const.} = (p - p_1) . m\sqrt{a} + (p' - p_1) . m'\sqrt{a'} + (p'' - p_1) . m''\sqrt{a''} + \text{etc.}$$

$$\text{const.} = (q - q_1) . m\sqrt{a} + (q' - q_1) . m'\sqrt{a'} + (q'' - q_1) . m''\sqrt{a''} + \text{etc.}$$

Supposons qu'à un instant quelconque, on ait

$$p_1 = \frac{m.\sqrt{a}.p + m'.\sqrt{a'}.p' + m''.\sqrt{a''}.p'' + \text{etc.}}{m.\sqrt{a} + m'.\sqrt{a'} + m''.\sqrt{a''} + \text{etc.}}$$

$$q_1 = \frac{m.\sqrt{a}.q + m'\sqrt{a'}.q' + m''.\sqrt{a''}.q'' + \text{etc.}}{m.\sqrt{a} + m'\sqrt{a'}. + m''\sqrt{a''} + \text{etc.}}$$

on aura à tous les instans

$$0 = m\sqrt{a}.(p - p_1) + m'\sqrt{a'}.(p' - p_1) + m''\sqrt{a''}.(p'' - p_1) + \text{etc.};$$

$$0 = m\sqrt{a}.(q - q_1) + m'\sqrt{a'}.(q' - q_1) + m''\sqrt{a''}.(q'' - q_1) + \text{etc.}$$

$p - p_1$ est la tangente de l'inclinaison φ_1 de l'orbite de m, sur le nouveau plan, multipliée par le sinus de la longitude θ_1 de son nœud ascendant sur ce plan, longitude que l'on peut compter encore sur ce plan. Pareillement $q - q_1$ est la tangente de l'inclinaison φ_1 de l'orbite de m sur le nouveau plan, multipliée par le cosinus de la longitude de θ_1 de son nœud ascendant sur ce plan : d'où il suit que relativement à ce nouveau plan, la somme des masses des planètes, multipliées respectivement par les racines carrées de leurs moyennes distances, par les tangentes de leurs inclinaisons, et par les sinus ou par les cosinus des longitudes de leurs nœuds, est constamment nulle ; en supposant donc que le plan fixe soit le nouveau plan lui-même, on aura

$$0 = m.\sqrt{a}.p + m'.\sqrt{a'}.p' + m''.\sqrt{a''}.p'' + \text{etc.}$$

$$0 = m.\sqrt{a}.q + m'.\sqrt{a'}.q' + m''.\sqrt{a''}.q'' + \text{etc.}$$

les expressions de p, q, p', q', etc. sont données en sinus et cosinus d'angles croissans avec une extrême lenteur ; elles renferment de plus, des termes constans et tels que si l'on n'a égard qu'à ces termes, on a

$$p = p' = p'', \text{ etc.}; \quad q = q' = q'', \text{ etc.}$$

on aura donc, par rapport au plan que nous considérons,

$$o = p. \{ m\sqrt{a} + m'.\sqrt{a'} + m''.\sqrt{a''} + \text{etc.} \};$$

$$o = q. \{ m\sqrt{a} + m'.\sqrt{a'} + m''.\sqrt{a''} + \text{etc.} \};$$

Ce qui donne $p = o$, $q = o$; ainsi les termes constans disparoissent des expressions de p, q, p', q', etc.

La position du nouveau plan que nous venons de considérer, est facile à déterminer, au moyen des expressions précédentes de p_1, et de q_1; et il en résulte que si, sur un plan quelconque, on conçoit des masses proportionnelles à $m\sqrt{a}$, $m'\sqrt{a'}$, $m''\sqrt{a''}$, etc., et dont les coordonnées rectangles soient p et q pour la première, p' et q' pour la seconde, p'' et q'' pour la troisième, etc.; les coordonnées du centre de gravité du système seront p_1 et q_1.

Le plan fixe sur lequel on rapporte le mouvement des corps m, m', m'', etc. étant arbitraire, les propriétés précédentes doivent faire préférer le plan dont il s'agit, de même que dans la détermination du mouvement d'un système de corps, on fixe naturellement l'origine des coordonnées, à leur centre commun de gravité. La considération de ce plan est d'autant plus importante, que vu les mouvemens particuliers des étoiles, et la mobilité des orbites des planètes, il deviendra dans la suite des siècles, très-utile d'avoir un plan invariable, auquel on puisse à toutes les époques, rapporter les mouvemens des corps célestes. Celui que nous venons de considérer, a l'avantage d'être fixe, du moins lorsque l'on fait abstraction des corps étrangers au système planétaire, action qui jusqu'à présent est insensible. Il est facile d'ailleurs, d'en déterminer la position, au moyen des valeurs précédentes de p_1 et de q_1; on pourra même la déterminer avec plus de précision, en faisant usage des deux dernières équations (a) du n°. précédent, dans lesquelles on n'a point négligé les carrés des excentricités et des inclinaisons des orbites; car ayant déjà,

à très-peu-près, la position de ce plan, on pourra facilement, par les méthodes différentielles, faire disparoître les constantes de ces équations. La connoissance des masses des planètes est, à la vérité, nécessaire pour retrouver à une époque quelconque, le plan dont il s'agit; mais heureusement les quatre planètes qui ont des satellites, sont celles qui ont le plus d'influence sur sa position, et les masses des autres planètes seront bientôt assez exactement connues, pour que l'erreur de cette position soit insensible.

Supposons qu'il n'y ait que deux planètes m et m', dont les orbites soient circulaires, et inclinées l'une à l'autre d'une quantité quelconque; en choisissant pour plan fixe celui relativement auquel les constantes des deux dernières des équations (a) de l'article XXI sont nulles, et en observant que $\frac{1}{\sqrt{1 + \text{tang.}^2 \phi}} = \cos. \phi$; ces deux équations deviendront

$$o = m\sqrt{a}. \sin. \phi. \sin. \theta + m'. \sqrt{a'}. \sin. \phi'. \sin. \theta'.$$

$$o = m\sqrt{a}. \sin. \phi. \cos. \theta + m'\sqrt{a'}. \sin. \phi'. \cos. \theta';$$

ces équations donnent les deux suivantes

$$m\sqrt{a}. \sin. \phi = m'\sqrt{a'}. \sin. \phi';$$

$$\sin. \theta = - \sin. \theta'; \quad \cos. \theta = - \cos. \theta';$$

d'où l'on tire $\theta' = 180^{\circ} - \theta$; les nœuds des deux orbites sont par conséquent, sur la même ligne; mais le nœud ascendant de l'une d'elles coïncide avec le nœud descendant de l'autre orbite, ensorte que l'inclinaison mutuelle des deux orbites est égale à $\phi + \phi'$.

La première des équations (a) de l'article XXI donne

$$\text{const.} = m\sqrt{a}. \cos. \phi + m'\sqrt{a'}. \cos. \phi';$$

en la combinant avec celle-ci

$$m\sqrt{a}. \sin. \phi = m'\sqrt{a'}. \sin. \phi',$$

on

on voit que φ et φ' sont invariables; les inclinaisons des plans des deux orbites sur le plan fixe et sur eux-mêmes sont donc constantes, et ces trois plans ont toujours une intersection commune. Il en résulte que la variation moyenne instantanée de cette intersection est toujours la même, puisqu'elle ne peut être qu'une fonction de ces inclinaisons. Cette ligne a donc un mouvement uniforme pendant lequel les orbites conservent la même inclinaison sur le plan fixe.

La position de ce plan est facile à déterminer, puisqu'il ne s'agit que de diviser l'angle de l'inclinaison mutuelle des orbites, en deux angles φ et φ', tels que l'on ait

$$m.\sqrt{a}.\ \text{sin.}\ \varphi = m'\sqrt{a'}.\ \text{sin.}\ \varphi'.$$

d'où l'on tire, en désignant par ϖ, l'inclinaison mutuelle des orbites,

$$\text{tang.}\ \varphi = \frac{m'\sqrt{a'}.\ \text{sin.}\ \varpi}{m.\sqrt{a} + m'\sqrt{a'}.\ \text{cos.}\ \varpi}.$$

On a donc ainsi la solution la plus simple du problème dans lequel on se propose de déterminer le mouvement des deux orbites. Ce problème a déja été résolu par M. de la Grange, dans les Mémoires de Berlin, pour l'année 1774; mais la solution de cet illustre géomètre est assez compliquée; elle suppose d'ailleurs que l'inclinaison mutuelle des deux orbites reste toujours la même, ce qu'il étoit indispensable de démontrer.

XXIII.

Sur le mouvement d'un système de corps qui s'attirent mutuellement suivant une loi quelconque.

Le problème du mouvement d'un système de deux corps soumis à leur attraction mutuelle, peut être résolu exactement; mais lorsque le système est composé de trois ou d'un plus grand nombre de corps, le problème, dans l'état

actuel de l'analyse, ne peut être résolu que par approximation. Voici cependant quelques cas où il est susceptible d'une solution rigoureuse.

Si l'on conçoit les différens corps, disposés de manière que les résultantes des forces dont chacun d'eux est animé, passent par le centre de gravité du système, et que ces diverses résultantes soient proportionnelles aux distances respectives des corps à ce centre; alors il est clair qu'en imprimant au système un mouvement angulaire de rotation autour de son centre de gravité, tel que la force centrifuge de l'un, quelconque de ces corps, soit égale à la force qui le sollicite vers ce centre, tous les corps continueront de se mouvoir circulairement autour de ce point, en conservant entre eux la même position respective, ensorte qu'ils décriront des cercles, les uns autour des autres.

Les corps étant dans la position précédente, si l'on conçoit que le polygone aux angles duquel on peut toujours les imaginer, varie d'une manière quelconque, en conservant toujours une figure semblable; il est visible que la loi de l'attraction étant supposée comme une puissance n de la distance, les résultantes des forces dont chaque corps est animé, seront dans les différentes variations du polygone, proportionnelles aux puissances n^{ieme} des distances des corps au centre de gravité du système. Cela posé, concevons que l'on imprime aux différens corps, des vîtesses proportionnelles à leurs distances à ce centre, et dont les directions soient également inclinées aux rayons menés de ce point à chacun des corps; alors les polygones formés à chaque instant par les droites qui joignent ces corps, seront semblables; les corps décriront des courbes semblables, soit autour du centre de gravité du système, soit autour de l'un d'eux, et les courbes seront de la même nature que celle que décrit un corps attiré vers un point fixe, par une force proportionnelle à la puissance n^{ieme} de la distance.

Pour appliquer ces théorèmes à un exemple, considérons

trois corps dont les masses soient m, m', et m'', et qui s'attirent suivant la puissance n, de la distance. Soient x et y, les coordonnées de m, rapportées au plan qui joint ces trois corps, et au centre de gravité du système; soient x' et y', les coordonnées de m', et x'' et y'', celles de m''. La force qui sollicite m, parallèlement à l'axe de x, sera

$$m' r^{n-1}.(x - x') + m''.r'^{n-1}.(x - x'')$$

r étant la distance de m a m', et r' étant la distance de m à m''. La force qui sollicite m, parallèlement à l'axe des y, sera

$$m'.r^{n-1}.(y - y') + m''.r'^{n-1}.(y - y'').$$

Pareillement la force dont m' est animé parallèlement à l'axe des x, est

$$m.r'^{n-1}.(x' - x) + m''.r''^{n-1}.(x' - x'')$$

r'' étant la distance de m' à m''; la force qui le sollicite parallèlement à l'axe des y, sera

$$m.r^{n-1}.(y' - y) + m''.r''^{n-1}.(y' - y'');$$

enfin la force qui sollicite m'', parallèlement à l'axe des x, sera

$$m.r'^{n-1}.(y'' - x) + m'.r''^{n-1}.(x'' - x')$$

et celle qui le sollicite parallèlement à l'axe des y, sera

$$m.r'^{n-1}.(y'' - y) + m'.r''^{n-1}.(y'' - y').$$

Maintenant, pour que la résultante des deux forces qui sollicitent m, parallèlement aux axes des x et des y, passe par le centre de gravité du système, il est nécessaire que ces forces soient dans le rapport de x à y; on aura donc

$$m'.r^{n-1}.(x - x') + m''.r'^{n-1}.(x - x'') = K x,$$

$$m'.r^{n-1}.(y - y') + m''.r'^{n-1}.(y - y'') = K y,$$

K étant une quantité quelconque variable ou constante. Dans ce cas, la force qui sollicite m, vers le centre de gravité du système sera $K\sqrt{x^2+y^2}$. On aura pareillement, en considérant les forces dont m' est animé

$$m.r^{n-1}.(x'-x)+m''.r''^{n-1}.(x'-x'')=K'x'$$

$$m.r^{n-1}.(y'-y)+m''.r''^{n-1}.(y'-y'')=K'y'$$

ce qui donne $K'.\sqrt{x'^2+y'^2}$, pour la force qui sollicite m' vers le centre de gravité du système. Pour que cette force soit à celle qui sollicite le corps m, dans le rapport des distances des deux corps à ce centre, il faut que l'on ait $K=K'$; et comme on doit appliquer le même résultat aux forces dont le corps m'' est animé, on aura les trois équations suivantes,

$$\left.\begin{array}{l} m'.r^{n-1}.(x-x')+m''.r'^{n-1}.(x-x'')=Kx; \\ m.r^{n-1}.(x'-x)+m''.r''^{n-1}.(x'-x'')=Kx'; \\ m.r'^{n-1}.(x''-x)+m'.r''^{n-1}.(x''-x')=Kx''; \end{array}\right\} ;(a)$$

En changeant dans ces équations, x, x', x'', en y, y', y'', on aura celles qui sont relatives à ces trois dernières variables.

Les équations précédentes, multipliées respectivement par m, m', m'', et ajoutées ensemble, donnent

$$0=mx+m'x'+m''x''.$$

équation qui résulte pareillement de la nature du centre de gravité. Cette équation, combinée avec la première des équations (a), donne

$$x.\{m'r^{n-1}.+(m+m').r'^{n-1}\}+m'x'.(r'^{n-1}+r^{n-1}\}=Kx.$$

en supposant donc $r=r'$, on aura

$$K=(m+m'+m'').r^{n-1}$$

Si l'on suppose de plus $r=r''$, les deux dernières des équa-

tions (a) donneront la même expression de K; d'où il suit que dans la supposition de $r = r' = r''$, cette expression satisfait aux équations (a), et aux équations semblables en y, y', et y''.

Si dans cette supposition, on nomme s, s', s'', les distances respectives des corps m, m', m''; au centre de gravité du système, les forces qui sollicitent ces corps vers ce point, seront Ks, Ks', Ks''; ainsi en imprimant à ces trois corps, des vitesses proportionnelles à s, s', s'', et dont les directions soient également inclinées sur ces rayons, on aura durant le mouvement $r = r' = r''$, c'est-à-dire que les trois corps forment toujours un triangle équilatéral, par les droites qui les joignent; ils décriront des courbes parfaitement semblables autour de leur centre de gravité, et autour les uns des autres.

La force qui sollicite m, étant égale à K s, elle sera $(m + m' + m'').\, r^{n-1}.s$; or on a

$$r = \frac{(m + m' + m'')\, s}{\sqrt{m'^2 + m'\, m'' + m''^2}};$$

ainsi l'expression de la force qui sollicite m vers le centre de gravité du système sera

$$(m + m' + m'')^n.\, (m'^2 + m'\, m'' + m''^2)^{\frac{1-n}{2}}.\, s^n.$$

Dans le cas de la nature où $n = -2$, cette force fera décrire une section conique; ainsi les trois corps décriront trois sections coniques semblables, autour du centre de gravité du système, en formant constamment entre eux un triangle équilatéral dont les côtés varieront sans cesse, et s'étendront même à l'infini, si la section est une parabole ou une hyberbole.

Suposons maintenant que les trois quantités, r, r', r'', ne soient pas égales entre elles, que r, par exemple, ne soit pas égal à r', et reprenons l'équation

$$x.\{m'.r^{n-1} + (m + m'').r''^{n-1}\} - m'x'.(r'^{n-1} - r^{n-1}) = Kx$$

on aura une équation semblable entre y et y', d'où l'on tirera $x : x' :: y : y'$; ainsi les deux corps m et m' sont sur la même droite que le centre de gravité du systême; ce qui exige que les trois corps m, m', et m'', soient sur une même droite. Prenons à un instant quelconque, cette droite pour l'axe des abcisses; supposons les corps rangés dans l'ordre m, m', m'', et que leur centre commun de gravité, soit entre m et m'; soit

$$x' = -\mu x ; \quad x'' = -\mathrm{V} x ;$$

les deux premières des équations (a) donneront

$$\mathrm{K} = x^{n-1}. \{ m'. (1+\mu)^n + m''.(1+\mathrm{V})^n \} ;$$

$$\mu. \{ m'. (1+\mu)^n + m''. (1+\mathrm{V})^n \} = m. (1+\mu)^n \\ - m''. (\mathrm{V}-\mu)^n.$$

Soit $\mathrm{V} - \mu = (1+\mu). z$; nous aurons $1 + \mathrm{V} = (1+\mu). (1+z)$; par conséquent,

$$\mu. \{ m' + m''. (1+z)^n \} = m - m''. z^n ;$$

mais l'équation $o = mx + m'x' + m''x''$; donne $o = m - m'\mu - m''\mathrm{V}$; d'où l'on tire,

$$\mu = \frac{m - m''z}{m' + m'' + m''z} ;$$

on aura donc

$$(m - m''z). \{ m' + m''. (1+z)^n \} = \{ m' + m''. (1+z) \}. \\ (m - m''z^n).$$

Dans le cas de la nature, où $n = -2$, cette équation devient

$$o = m. z^2. \{ (1+z)^3 - 1 \} - m'. (1+z)^2. (1-z^3) \\ - m''. \{ (1+z)^3 - z^3 \}$$

équation du cinquième degré, et par conséquent susceptible d'une racine réelle, et comme dans la supposition de

$z = 0$, le second membre de cette équation est négatif, tandis qu'il est positif dans le cas de z infini, z a nécessairement une valeur réelle et positive.

Si l'on suppose que m soit le Soleil, m' la Terre, et m'' la Lune, on aura à très-peu-près

$$z = \sqrt[3]{\frac{m' + m''}{m}};$$

ce qui donne z égal à $\frac{1}{100}$ environ. Donc si à l'origine, la Terre et la Lune avoient été placées sur une même droite avec le Soleil, à des distances respectives de cet astre, proportionnelles à 1 et à $1 + \frac{1}{100}$; si de plus, on leur avoit imprimé des vitesses parallèles et proportionnelles à ces distances, la Lune eût été sans cesse en opposition avec le Soleil, ces deux astres se seroient succédé l'un à l'autre sur l'horizon; et comme à cette distance de la terre, la Lune n'auroit point été éclipsée, sa lumière eût pendant les nuits, remplacé la lumière du Soleil.

Je dois observer que M. de la Grange a déja résolu ces problêmes, dans le cas de trois corps et de $n = -2$; mais j'ai cru que les Géomètres verroient avec plaisir, le principe général dont ces solutions dépendent, quel que soit le nombre des corps du système, et la puissance de la distance, suivant laquelle ils s'attirent.

OBSERVATIONS

Sur les expériences faites pour prouver la décomposition et la recomposition de l'eau.

Lues le 7 janvier 1789.

Par M. Baumé.

L'eau est un liquide élémentaire, indestructible et inaltérable dans toutes les opérations de chymie; mais elle a une si grande disposition à s'unir avec les substances qu'elle rencontre, qu'il est impossible de l'avoir parfaitement pure et privée de toutes matières étrangères. L'eau la plus pure que nous offre la nature est d'ailleurs mêlée de feu pur, d'air et de terre. J'ai consigné dans ma Chymie expérimentale, cette doctrine établie par Aristote et par beaucoup d'autres philosophes de la Grèce aussi anciens, reconnue et confirmée par les physiciens de tous les siècles et de toutes les nations: il n'étoit pas trop présumable que l'eau, regardée pendant plus de deux mille ans comme un élément, seroit mise de nos jours au nombre des substances composées, et qu'on donneroit avec la plus grande confiance, comme certains, des procédés par lesquels on prétend l'avoir décomposée et recomposée. Les propriétés élémentaires reconnues à l'eau, tiennent à toutes les connoissances chymiques et physiques acquises jusqu'à présent; les mêmes propriétés ont servi de base à une infinité de découvertes et de théories plus lumineuses les unes que les autres, auxquelles il faudroit ôter aujourd'hui toute croyance, si l'eau étoit reconnue pour n'être plus un élément. La doctrine que j'entreprends de défendre ne m'est pas seulement personnelle; elle intéresse encore les chymistes et les physiciens de toutes les

les nations : je crois donc être bien fondé à requérir ici les lumières de l'Académie, qui n'adopte aucune des opinions particulières, mais qui s'est toujours fait un devoir de les examiner. Au reste, je ne fais que répéter ici par écrit ce que j'ai dit verbalement dans nos assemblées particulières sur la décomposition et la recomposition de l'eau. Je supplie l'Académie de ne pas perdre de vue que la question soumise à son examen est entre quelques uns de ses membres, et les physiciens anciens et modernes de toutes les nations, à la tête desquels sont les Boile, les Boërrhave, les Staahl, les Muschenbroëch, les Sgravesande, les Desagulliers, etc. etc. etc., et beaucoup de physiciens de nos jours, qui ne croyent pas à la décomposition ni à la recomposition de l'eau. Je rends avec plaisir à mes confrères, dont l'opinion est différente de la mienne sur la nature de l'eau, tout le tribut d'éloges que méritent les belles découvertes dont ils ont enrichi la chymie, et qui attesteront leur zèle pour les progrès de la science; c'est ce zèle, et leur amour pour la vérité, qui me sont de sûrs garants qu'ils reviendront avec plaisir sur des opérations plus spécieuses que concluantes, et qui ont déja induit plusieurs savants en erreur.

Les physiciens qui ne croyent pas à la décomposition et à la recomposition de l'eau, se sont contentés jusqu'ici d'objecter que l'eau qu'on obtient dans l'expérience de la recomposition de l'eau, provient de celle tenue en dissolution par les gaz. Je ne fais nullement usage de cette observation, parce qu'elle ne paroît pas assez importante : j'estime que ces gaz tiennent une très-petite quantité d'eau en dissolution. Les observations dont je vais rendre compte sont plus puissantes et même plus simples, puisqu'elles tendent à faire voir que la recomposition de l'eau n'est qu'une expérience hydrostatique, dans laquelle on fait passer des vapeurs de l'eau de deux vases dans un troisième placé au milieu, et à l'aide d'un courant d'air déterminé par deux

substances enflammées l'une par l'autre. Dans l'intention d'éclaircir mes doutes sur cette matière, j'ai suivi cette année 1788, la belle expérience qu'a répétée M. le Fevre de Gineau, au collège royal, sur la recomposition de l'eau; je ne puis que louer ses lumières en physique, et son habileté à conduire une expérience aussi délicate, car elle n'est pas sans danger : l'explosion est à craindre, pour peu qu'on se permette quelques absences. J'ai trouvé l'appareil ingénieux, et le résultat séduisant, puisqu'on obtient en eau le poids des airs brûlés, moins quelques grains. Ce résultat cependant ne m'a point fait illusion; je l'ai même fait appercevoir à M. le Fevre, et à beaucoup de personnes de l'assemblée.

Pour rendre mes opérations plus probables, je ferai ici une description succinte de cet appareil; je passerai sous silence les détails ingénieux et commodes qui contribuent à rendre la machine plus facile à gouverner : d'ailleurs, ils ne sont pas nécessaires à mes observations.

1°. On se procure de l'air inflammable fait par l'acide vitriolique foible et de la limaille de fer; d'un autre part, on tire de l'air vital de la manganèse ou d'une chaux métallique, par les procédés connus. On prépare ces airs en les faisant passer au travers d'un volume d'eau : il est démontré qu'ils en tiennent en dissolution; mais ce n'est pas sur cette eau que portent mes observations.

2°. Sous deux cloches de verre d'environ neuf à dix pouces de diamètre, remplies d'eau et plongées dans l'eau, on fait passer sous l'une de l'air inflammable, et sous l'autre de l'air vital : ces cloches sont suspendues à la surface de l'eau, et s'enfoncent graduellement dans l'eau, par une mécanique ingénieuse; au moyen de robinets placés commodément, on distribue dans les rapports convenables, les deux airs qui doivent brûler l'un par l'autre.

3°. Entre les deux cloches plongées dans les sceaux remplis d'eau, on place un ballon de verre d'environ douze pintes,

dans lequel arrivent séparément les deux airs, à l'aide de deux tuyaux qui viennent aboutir jusque dans le milieu de la capacité de ce ballon; des robinets placés à propos interceptent toute communication lorsque cela est nécessaire : ils servent aussi à régler l'entrée des airs dans les rapports convenables indiqués par l'expérience, pour qu'ils puissent brûler l'un par l'autre sans produire d'explosion. Lorsque l'appareil est ainsi disposé, et que les communications sont interceptées par les robinets, on fait le vuide dans le ballon, par le moyen d'une machine pneumatique, à la faveur d'un robinet placé sur une troisième ouverture pratiquée à la partie supérieure du ballon. Le vuide étant fait, on laisse entrer de l'air vital dans le ballon pour le remplir; on détermine ensuite l'entrée de l'air inflammable dans ce même ballon, après quoi on allume l'air inflammable à l'aide d'une étincelle électrique: ce dernier brûle dans l'air vital, à l'extrémité de son tuyau, comme une bougie renversée. Les cloches, de part et d'autre, fournissent leur contingent d'airs, qui entretiennent la continuité de l'inflammation. J'ai vu continuer cette belle expérience et cette combustion pendant plusieurs jours, avec un succès très-agréable. Il s'est brûlé par ce moyen deux livres quatre onces des deux airs, dans l'espace de douze jours. M. le Fevre ayant depuis acquis l'habitude de manier facilement cet appareil, est parvenu à opérer cette combustion en beaucoup moins de temps, avec le même succès. et il a toujours obtenu, à quelques grains près, le même poids en eau que celui des deux airs qu'il a fait brûler. Lorsque les quantités d'air destinées à cette expérience ont été brûlées, il restoit dans le ballon un volume d'air qui n'a pu brûler, et sur lequel nous dirons notre sentiment dans un autre Mémoire, qui suivra de près celui-ci : Mémoire dans lequel nous nous proposons de faire voir que la plus grande partie de l'air contenu dans ce ballon est de l'air élémentaire, inaltérable et indestructible comme l'eau.

L'eau séparée du ballon avoit un goût acidule; elle conte-

noit de l'acide vitriolique, provenant de l'air inflammable : elle rougissoit la teinture de tournesol, etc. Je ne rapporte pas ses autres propriétés, parce qu'elles sont indifférentes aux observations que je vais faire.

L'eau qui se manifeste dans cette expérience vient de celle renfermée sous les cloches, et qui est continuellement en évaporation : il est facile de faire concevoir cette proposition. De l'eau renfermée dans un vase qui n'est pas plein se met en évaporation dans la partie vuide. Lorsque cette partie vuide est remplie de vapeurs, l'eau se condense contre les parois du vase, et se réunit à la masse d'eau; mais si le vase est ouvert, et qu'on détermine un courant d'air à sa surface, on conçoit que l'évaporation sera plus abondante pendant le même temps; l'évaporation de l'eau a lieu même à une température très-froide. J'ai encore, vu cette année, la rivière fumer, le thermomètre étant à dix-huit degrés au-dessous de la glace, et elle fumeroit encore à un froid bien plus considérable : tout le temps que l'eau n'est pas gelée, elle est en évaporation. Dans l'expérience où l'on croit que l'eau se recompose, il arrive précisément la même chose, l'eau est en évaporation sous les cloches, la différence n'est que dans la manière dont le courant d'air est dirigé : ce courant, dans l'expérience présente, est déterminé par l'inflammation qui subsiste dans l'intérieur du ballon. Cette inflammation ne peut continuer d'avoir lieu qu'en entretenant l'entrée de nouvelles portions d'air, pour remplacer celles qui se sont brûlées; et, comme la combustion et le remplacement se font simultanément, le courant d'air s'établit des cloches dans l'intérieur du ballon, il emporte l'eau réduite en vapeurs sous les cloches : vapeurs qui viennent se condenser dans le ballon. Cette évaporation se fait en raison de la surface des cloches, qui est déterminée par leur diamètre; le courant d'air qui s'y établit fait l'effet d'un soufflet qu'on feroit agir à la surface d'une liqueur en évaporation dans le vuide, car il s'en fait ici un peu. C'est de cette ma-

nière que se transporte des cloches dans le ballon, l'eau qu'on croit avoir recomposée par la combustion des deux airs. Il n'y a point de doute que si on répétoit cette expérience avec des cloches d'un plus grand diamètre, et en mettant dans les sceaux de l'eau très-chaude, on obtiendroit infiniment plus d'eau que le poids des airs qu'on employeroit. Ainsi je crois que cette expérience ne démontre nullement ce qu'on vouloit prouver, la recomposition de l'eau.

Les expériences qu'on a présentées comme décomposant l'eau nous paroissent aussi peu concluantes; l'eau pure n'a point de parties constituantes ou de parties composantes qu'on puisse séparer, du moins suivant nos connoissances actuelles; l'air inflammable qu'on obtient en faisant passer de l'eau réduite en vapeurs au travers d'un canon de fer rougi à blanc, est composé; 1°. de l'air qui se sépare de l'eau, et de celui qui étoit renfermé dans le canon de fer; 2°. de la matière inflammable fournie par la portion de fer qui s'est calcinée: ces deux substances réunies forment l'air inflammable qu'on obtient dans cette expérience. Telle est la cause à laquelle on doit attribuer la production de l'air inflammable dont nous parlons. On obtient de l'air inflammable semblable, en calcinant dans le même appareil de la limaille de fer sans eau; on en obtient encore du canon de fer tout seul, chauffé au rouge blanc. Tout ceci nous prouve donc que la production de l'air inflammable dans ces expériences, n'est pas le résultat de la décomposition de l'eau, puisqu'on obtient de l'air inflammable du fer seul avec le concours de l'air, ainsi je me crois donc encore fondé à regarder l'eau comme un élément indestructible et inaltérable, jusqu'à ce que des expériences prouvent le contraire.

La diversité d'opinion sur une matière aussi importante, exigeroit qu'on répétât l'expérience de la recomposition de l'eau dans une appareil avec du mercure. Il est également possible de faire cette vérification avec une huile grasse en place d'eau ou de mercure; il suffiroit, pour ôter toute pré-

sence d'eau étrangère au gaz, d'employer des vaisseaux bien secs, et de faire chauffer légèrement l'huile, pour faire dissiper seulement un peu d'humidité, qui s'échappe toujours à un degré de chaleur bien inférieur à celui de l'eau bouillante. Aucune huile grasse n'est évaporable à ce degré de chaleur, ainsi elle ne peut rien produire, si ce n'est un peu de son odeur, mais qui ne sera pas de l'eau, et sera si l'on veut de l'esprit recteur. Nous osons assurer que lorsqu'on répétera la combustion de ce gaz dans un appareil avec du mercure ou avec de l'huile grasse, loin d'obtenir en eau le poids des gaz brûlés, on recueillera tout au plus quelques gouttes d'eau par chaque livre de ces gaz, qui ne sera que celle que les gaz tiennent en dissolution. L'eau accompagne tellement les gaz qu'il est peut-être impossible de s'en procurer de parfaitement exempts de cet élément.

Nota. Le mercure, pour cette expérience, doit être préféré à l'huile, parce que cette substance absorbe et décompose avec beaucoup de facilité l'air inflammabe.

RÉFLEXIONS SUR LE CALENDRIER DES EPACTES,

PAR M. DE LA LANDE.

CLAVIUS, dans son ouvrage célèbre sur le calendrier grégorien, sembloit, en neuf cents pages *in-folio*, avoir épuisé la matiére. Cependant on y trouve encore des omissions; on y trouve même des fautes, comme je l'ai remarqué d'après M. de Lambre, dans la troisième édition de mon ASTRONOMIE, mais elles sont peu importantes. Quant aux omissions, il me semble qu'il a passé bien légérement sur ce qu'il y a de plus difficile à bien expliquer dans le calendrier des épactes; savoir, le changement de caractère ou de couleur de l'épacte XXV en chiffres romains, ou 25 en chiffres arabes: avec le même nombre on forme réellement deux épactes différentes, qui sont même placées à deux jours différens; la première a lieu dans ce siècle-ci et dans le suivant; la seconde s'emploiera dans le vingtième siècle, et elles n'ont jamais lieu dans le même siècle. Clavius n'en donne pas la raison; il n'explique pas assez comment le même nombre destiné à marquer toujours la nouvelle lune au même jour, répond cependant à deux jours différens. On ne voit point quelle est l'erreur qui peut en résulter: c'est ce que j'ai cru mériter de fairè l'objet de ce mémoire.

Pour donner une démonstration rigoureuse dans cette matière, il faut d'abord considérer la nature de la progression qui donne la suite des épactes pour les dix-neuf nombres

d'or, ou les dix-neuf années du cycle lunaire, et qui se répètent dans ce siècle-ci, vis-à-vis la lettre C, dans la *Table étendue* des épactes que je suppose sous les yeux, ainsi que le calendrier des épactes pour les douze mois de l'année.

N. d'or, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
Ép. 0, XI, XXII, III, XIV, XXV, VI, XVII, XXVIII, IX,

N. d'or, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.
Ép. XX, I, XII, XXIII, IV, XV, XXVI, VII, XVIII.

On voit d'abord que, de l'épacte zéro à l'épacte I, il y a onze ans d'intervalle, et cela doit être, puisque les épactes sont formées par l'addition de XI, en ôtant toujours 30 ; mais onze fois onze font 121, qui contient 30 quatre fois, et un de plus ; ainsi au bout de onze ans l'épacte doit augmenter d'une unité : il n'y a pas d'autre multiple de onze qui soit divisible par 30 avec un de reste. De là il suit qu'il faudroit aller à 23 ans pour avoir encore une unité de plus, c'est-à-dire deux d'épacte, puisqu'il faudroit encore onze années d'intervalle ; mais le cycle lunaire n'a que 19 ans, et recommence par les mêmes nombres, en augmentant d'une unité, ainsi l'on n'aura jamais trois épactes qui diffèrent d'une unité, comme 0, 1, 2.

On peut, au lieu de zéro, commencer la suite des épactes par 1, par 2, ou tout autre nombre jusqu'à 29, et c'est ce qui forme les 30 lignes de la *Table étendue* des épactes ; mais la même règle a toujours lieu, puisque le progrès par onze est toujours le même, ainsi que la soustraction de 30, donc les différences suivent la même loi. On n'aura donc jamais dans 19 ans ni, dans un siècle, trois épactes différentes d'un, comme XXIV, XXV, et XXVI ; quand on aura XXIV et XXV, on sera sûr de n'avoir pas XXVI, et quand on aura XXV et XXVI, il sera impossible d'y trouver XXIV, puisqu'il faut nécessairement onze places,

non compris la première, pour trouver une moitié de plus dans la progression des épactes.

Dans le calendrier, on a été obligé de doubler les épactes à six jours de l'année, en mettant XXV et XXIV, parce que les 12 suites de 30 épactes ne fissent que les 354 jours de l'année lunaire; c'est ce redoublement d'épactes qui produit la difficulté dont il s'agit, car l'épacte étant destinée à indiquer le jour de la nouvelle lune, il ne faut pas qu'il y en ait deux qui puissent l'indiquer au même jour dans l'espace de 19 ans, ni d'un siècle, puisque la nouvelle lune ne peut pas arriver deux fois le même jour dans 19 ans. Au bout de onze ans elle arrive un jour plutôt; mais ce ne peut jamais être le même jour.

Or, dans la suite d'épactes qui commenceroient par XXIX, on trouveroit XXIV à la sixième année du cycle, et XXV à la dix-septième; il y auroit donc deux nouvelles lunes indiquées pour le même jour. C'est pour y remédier que l'on met alors 25 d'un caractère différent ou d'une autre couleur, et l'on met cette épacte 25 au jour précédent, vis-à-vis de XXVI.

Mais il se présente ici deux difficultés, l'une qu'on fait un autre doublement d'épactes au jour précédent, l'autre qu'on met la nouvelle lune un jour plutôt qu'elle ne devoit être. Pour la première, il suffit d'observer que la nouvelle épacte 25 se trouve vis-à-vis XXVI: or, celle-ci n'a point lieu dans les siècles et dans les lignes d'épactes où se trouvent XXIV et XXV, et pour lesquelles on a été obligé de substituer 25. En effet, nous avons prouvé ci-dessus qu'on ne peut avoir ensemble XXIV, XXV et XXVI.

Pour la seconde difficulté, il faut convenir qu'en remontant ainsi l'épacte 25, on marque la nouvelle lune plutôt; mais on sait qu'en général, dans le Calendrier Grégorien, elle est presque toujours en retard, et Dominique Cassini en avoit fait la remarque (*Hist. de l'Acad.* 1701, pag. 110); ainsi en la remontant d'un jour, on ne fait que la rappro-

cher du point où elle devroit être toujours. Je l'ai vérifié pour l'année 1916, qui sera la première où l'on fera usage de l'épacte [illegible]. La [illegible] avril à dix heures, et la pleine lune moyenne le 17 avril à quatre heures; c'est en effet le 17 que le quatorzième de la lune est marqué dans le calendrier pour les années où l'épacte est 25. Il est vrai que la nouvelle lune y est marquée le 4, tandis qu'elle devroit l'être le 2; mais comme on n'ajoute que 13 pour avoir la pleine lune, elle se trouve bien placée. Aussi le principal objet du calendrier des épactes est la fixation de la Pâque au quatorzième de la lune: et en se bornant ainsi à trouver la pleine lune dans le calendrier, on a plus d'exactitude que pour la nouvelle lune.

Il me reste à faire voir pourquoi l'épacte 25 ne se trouve jamais que dans les huit dernières années du nombre d'or, ou dans les huit colonnes de la *Table étendue* des épactes qui sont sous les nombres 12-19; cela est encore une suite de la démonstration précédente: car puisqu'il s'agit des cas où l'on a 24 et 25 à la fois, et qu'il faut onze ans d'intervalle entre ces deux nombres, en supposant 24, même à la première année, 25 ne peut être qu'à la douzième; si 24 est à la huitième, 25 sera à la dix-neuvième ou dernière; si 24 étoit à la neuvième année, on auroit au bout de onze ans, non pas 25, mais 26, parce qu'en changeant de cycle l'épacte change de 12; donc quand on a 24 et 25 ensemble, on ne peut avoir 25 qu'aux huit dernières places.

Ainsi toutes les difficultés que présentent les épactes doublées aux mêmes jours me paroissent levées, en considérant [illegible] En négligeant cette considération, Clavius avoit laissé dans cette partie de son ouvrage, une obscurité qui étoit restée dans tous les autres livres faits d'après lui, que j'avois laissée moi-même dans mon ASTRONOMIE, et dont on s'est plaint à moi plus d'une fois.

ANALYSE COMPARÉE

De la mine d'argent rouge du Pérou, et de celle de Sainte-Marie.

PAR M. SAGE.

CES deux espèces de mines ne diffèrent presque point par la couleur, mais par les proportions d'arsenic, de soufre, et d'argent, l'eau et l'acide méphitique s'y trouvant à-peu-près dans les mêmes quantités.

La mine d'argent rouge du Pérou conserve sa couleur après avoir été pulvérisée ; celle de Sainte-Marie devient noire. Wallerinus n'a pas connu la propriété de cette dernière espèce, puisqu'en parlant des mines d'argent rouges, il dit : *tinctura vero semper rubens. Systema mineralog. tom. II, pag.* 35.

Il faut d'abord traiter les mines d'argent rouge dans des vaisseaux fermés, pour extraire les principes volatils, qu'on ne pourroit rassembler sans ce moyen.

Ayant distillé de la mine d'argent rouge dans une cornue de verre à laquelle j'avois adapté l'appareil hydrargyro-pneumatique, j'en ai retiré de l'eau limpide inodore, et de l'acide méphitique. Il s'est sublimé de l'orpin et du réalgar dans le col de la cornue, au fond de laquelle étoit une masse d'argent sulfureuse, noirâtre, et friable, laquelle, chauffée dans un test, y est devenue fluide ; il s'en est encore exhalé un peu d'orpin : les dernières portions de soufre brûlent à leur tour, et il ne reste bientôt plus que des masses grises et poreuses, d'où sortent des filets d'argent. En continuant le feu jusqu'à ce que tout le souffre soit exhalé, on trouve

N 2

au fond du test la plus grande partie de l'argent sous forme métallique, et une portion de ce métal à l'état de chaux, de sorte qu'il faut ajouter une matière charboneuse pour opérer la réduction complette de cette mine d'argent rouge calcinée, laquelle, après avoir été fondue avec trois parties de flux noir, produit soixante et dix livres d'argent par quintal.

La mine d'argent rouge de Sainte-Marie, que j'ai employée dans les expériences dont je vais rendre compte, étoit en masse irrégulière, brillante, d'un beau rouge : elle étoit entremêlée de spath calcaire, blanc, rhomboïdal.

J'ai distillé, dans une cornue de verre, neuf cents grains de cette mine; il a d'abord passé de l'eau et de l'acide méphitique. Ayant augmenté le feu jusqu'à faire rougir la cornue, il s'est dégagé de la mine d'argent rouge, des vapeurs noires qui ont tapissé l'intérieur du récipient; ayant cassé la cornue, j'ai trouvé ses parois enduits d'une couche de régule d'arsénic noirâtre, en lames hexagones.

Il y avoit sur les parois de la cornue, du régule d'arsénic en crystaux, gris, brillans, octaëdres, cubiques, en prismes tétraëdres, et en lames triangulaires; vers le col de la cornue, il y avoit un groupe de crystaux de réalgar.

Il restoit au fond de la cornue une masse d'argent noirâtre, sulfureuse et arsénicale, pesant trois cents grains; sa surface offroit des prismes tétraëdres, striés et disposés en rayons.

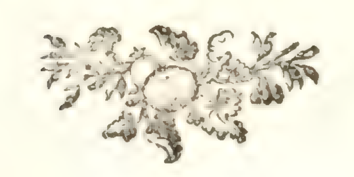
La mine d'argent rouge, exposée au feu dans un test, décrépite, l'arsénic s'en dégage sous forme de fleurs blanches. On remarque une flamme bleuâtre à la surface de la mine; elle est accompagnée de petites explosions, qui cessent lorsque l'arsénic a été brûlé. Il reste alors dans le test de l'argent sulfuré, sous forme d'une masse grise pulvérulente; en continuant le feu, le soufre se sépare entièrement de l'argent, qui reste au fond du test avec son brillant métallique. Ce résidu ayant été coupellé, a laissé un bouton d'argent, qui fait connoitre que dans la mine d'argent rouge de

Sainte-Marie, ce métal s'y trouve dans la proportion de sept livres par quintal.

Il résulte de ces expériences, que les deux espèces de mines d'argent rouge perdent leur couleur quand on a séparé, par la distillation, l'eau et l'acide méphitique.

Le tableau comparé de leur analyse, fait connoître que la mine d'argent rouge de Sainte-Marie contient beaucoup moins d'argent que celle du Pérou.

Produits de la mine d'argent rouge du Pérou.		Produits de la mine d'argent de Sainte-Marie.	
Argent.	70 lir.	Argent.	7 lir.
Soufre	18	Soufre	10
Arsénic.	6	Arsénic.	78
Eau . . . . } Acide méphitique . }	6	Eau . . . . } Acide méphitique . }	3
	100		98



EXTRAIT

Des observations astronomiques et physiques, faites par ordre de Sa Majesté, à l'Observatoire royal, en l'année 1789.

PAR M. DE CASSINI, directeur.

M.rs NOUET, DE VILLENEUVE, et RUELLE, élèves.

AVANT-PROPOS.

Si cet extrait de nos observations en 1789, présente un plus petit nombre de résultats que ceux des années précédentes, c'est uniquement à la contrariété d'un ciel peu favorable qu'il faut l'attribuer. En effet, on peut voir, par le tableau des observations météorologiques, que les mauvais temps et la pluie ont régné pendant la moitié de l'année : à la vérité, nous avons été quelquefois troublés au milieu de nos tranquilles opérations, par les événemens mémorables qui ont agité les six derniers mois de cette année, et auxquels il étoit impossible à tout citoyen de ne pas prendre part ; mais jamais nous n'avons été totalement détournés du principal objet de nos travaux, et nous avons fait en sorte de remplir en même-temps, et nos devoirs envers la patrie, et ceux que nous imposoit l'engagement sacré que nous avons pris auprès du monde savant, de suivre, sans interruption, le cours d'observations astronomiques et physiques que nous avons commencées depuis cinq années, et que nous ne cesserions que dans le cas où nous nous trouverions privés des moyens et des secours dont nous avons joui jusqu'à présent. Seulement, pour calmer des inquiétudes populaires, nous avons cru

devoir renoncer, pour quelque temps, à descendre dans nos souterrains, et suspendre nos observations sur les variations de la température des caves profondes. Nous prévenons donc que cette interruption a eu lieu pendant les mois de septembre et d'octobre.

Les instrumens dont nous nous sommes servis cette année, sont les mêmes que ceux que nous avons précédemment employés; mais vers la fin de janvier nous avons substitué à l'objectif simple de la lunette horizontale du quart-de-cercle mobile de six pieds de rayon, un excellent objectif achromatique à deux verres de six pieds de foyer et de 26 lignes d'ouverture, fait par le sieur Rebours, jeune opticien, qui s'est fait connoître depuis peu très-avantageusement. Nous nous sommes aussi procuré une excellente pendule de M. Ferdinand Berthoud, que ce célèbre horloger s'étoit réservée pour son usage, et dont il a bien voulu nous faire le sacrifice. On reconnoîtra la perfection de cette pendule par le tableau de sa marche, qui se trouve à la fin de cet extrait.

La grande lunette des passages que M. Ramsden nous avoit promise pour cette année, et qui devoit faire l'objet le plus précieux de nos jouissances, n'est encore que celui de nos espérances. Au moment où nous écrivons, nous apprenons qu'il vient de terminer, et même d'envoyer la pareille lunette qui lui avoit été demandée avant la nôtre pour l'observatoire de Gotha, et que celle qui nous est destinée étant très-avancée, ne peut différer de nous parvenir plus tard que vers le commencement de l'été de l'année 1790.

Les travaux considérables, entrepris en 1787 pour la réparation de l'édifice de l'observatoire royal, ont été poussés cette année avec une telle activité, que la partie des grosses reconstructions est entièrement achevée : ce qui reste à faire n'exige plus heureusement que peu de temps et de dépenses; ainsi nous avons tout lieu d'espérer que rien ne s'opposera à l'entière exécution des projets formés pour la conservation, l'embellissement et l'accroissement d'un établissement utile aux sciences et glorieux à la nation.

HISTOIRE PHYSIQUE

De l'année 1789.

LE froid extrême qui avoit régné dans les derniers jours de décembre, et qui avoit fait descendre le thermomètre à [illegible] dans la nuit du 30 au 31, s'adoucit tellement le 1.er janvier, que dans l'après-midi le dégel s'annonça, mais il fut de courte durée; le froid reprit dès le 3 : le 4 le thermomètre descendit jusqu'à 12 degrés, et se maintint encore assez bas les cinq jours suivans ; ce ne fut même que le 13 où le dégel se déclara brusquement, et se soutint. On jouit le reste du mois d'une température fort douce : les vents furent très-fréquens pendant ce mois.

Il n'y a pas eu dans le mois de février deux jours de suite sans pluie, et il a régné des vents très-forts dans les premiers et les derniers jours du mois. La température a été infiniment douce ; il n'a gelé que deux fois, le 12 et le 13 : le 6 il a tombé un peu de grêle.

Le mois de mars a été beaucoup plus froid que le précédent ; il y a eu dix-sept jours de gelée et quatorze de neige. Des deux aurores boréales qui ont eu lieu le 14 et le 27, la dernière a été la plus remarquable : il y avoit eu le matin une brume considérable.

Il a fait un très-vilain temps les quatre premiers jours d'avril, et dans le reste du mois il y a eu alternative de beaux et de vilains jours : les pluies ont été assez fréquentes, et ont fourni plus d'eau que dans les mois précédens. La température néanmoins a été généralement assez douce.

Les treize premiers jours du mois de mai ont été assez beaux, et les sept derniers vilains. Une aurore boréale, le 23, n'a consisté que dans quelques jets d'une couleur blanchâtre.

A l'exception des 10, 11, 12, 13, 14 et 15 de juin, il n'y a pas eu un seul jour sans pluie dans le reste du mois : il a néanmoins

néanmoins fait assez chaud du 15 au 22. Les deux aurores boréales du 2 et du 12 ont été très-foibles, particulièrement la dernière, qui ne consistoit qu'en un simple segment lumineux : celle du 2 avoit été précédée le matin d'un brouillard considérable ; circonstance qui a fréquemment lieu les jours où il y a des aurores boréales, et quelquefois même le lendemain.

Le temps a été assez beau les dix premiers jours de juillet, et généralement vilain tout le reste du mois ; les pluies furent fréquentes ; il n'y eut de tonnerre que le 4 et le 15 juillet ; des averses considérables et de violens coups de vent eurent lieu dans une grande partie de ces derniers jours si mémorables, et dont les moindres circonstances sont faites pour intéresser tout François.

Le mois d'août a été généralement assez beau et chaud, surtout dans les seize premiers jours du mois. Le 29, le thermomètre a monté jusqu'à [illegible]. Il y a eu [illegible]nerre, mais très-peu d'orages. De trois aurores boréales, observées pendant ce mois, celles du 15 et du 24 étoient composées de quelques jets de lumière ; celle du 25 étoit très-peu de chose.

Malgré plusieurs beaux jours, il y a eu dans le mois de septembre des pluies assez fréquentes. Les premiers jours du mois ont été assez chauds : l'aurore boréale qui a eu lieu le 26, n'a pas été très-considérable, mais on a remarqué que le matin du même jour et du précédent, ainsi que du suivant 27, il avoit régné un brouillard assez considérable.

Les pluies, pendant le mois d'octobre, ont été si fréquentes et si abondantes, qu'elles ont fourni près de trois pouces d'eau ; il y a eu néanmoins quatre beaux jours, savoir, les 4, 16, 20 et 21. L'aurore boréale du 20 étoit composée d'une lumière en partie très-blanche et en partie très-rouge.

Le mois de novembre a été fort doux : les gelées n'ont commencé que le 24, même époque où, l'année précédente, le froid rigoureux commença à s'établir, mais il s'en fallut bien qu'il fût aussi long, ni aussi fort, cette année. Le 25 il tomba

un peu de neige : le ciel fut presque toujours couvert pendant ce mois, et il plut fréquemment.

La température fut également très-douce pendant le mois de décembre ; il n'y eut que quelques jours de gelée très-peu forte. Il a régné de très-grands vents pendant ce mois. La lumière de l'aurore boréale du 25, étoit très-rouge.

Il résulte de ce que nous venons de rapporter, et des tableaux météorologiques ci-joints, que la température générale de cette année a été très-douce : les pluies ont été fréquentes, et ont fourni une assez grande abondance d'eau, et les vents ont régné une moitié de l'année (1).

RÉSULTATS GÉNÉRAUX

Des observations météorologiques de l'année 1789.

	PLUS GRANDE.	PLUS PETITE.	VARIATION annuelle.	
HAUTEUR du Baromètre.	28 pouc. 7 l. 0, le 5 décemb.	26 pouc. 10 l., 8, le 26 février.	1 pouc. 9 l., 2,	Jours de pluie . . . . . 172. Jours de neige . . . . . 26. Jours de gelée . . . . . 51.
HAUTEUR du Thermomètre exposé à l'air libre.	+ 24°, 2 le 29 août.	− 12°, 0, le 4 janvier.	36°, 2	Quantité d'eau tombée dans l'année, 22 pou. 6 l.g. 3.
Au fond des caves.	0,40 en décembre.	0,45 en mars.	0,04	
VARIAT. DIUR. de l'aiguille aimant. suspendue à un fil de soie.	19',7	11',3	8',4	Déclinaison de l'aiguille aimantée, Le premier juin . . . 21°, 35. Inclinaison en juin . . 70°, 56.

(1) Les personnes qui desireroient avoir de plus grands détails sur la Météorologie et les Observations physiques que présente chaque année, peuvent avoir recours au Journal de M. l'abbé de Fontenay, où sont insérées, mois par mois, non-seulement toutes les Observations journalières que nous faisons à l'Observatoire royal, mais encore une infinité d'autres, recueillies de différens lieux, tant en France que dans les pays étrangers. C'est l'ouvrage le plus complet, dans ce genre, qui ait été publié jusqu'ici.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

17[illegible].	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans	*CIRCONSTANCES et Remarques.*
JANVIER.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 6 l., 8, le 5, à 8 h. ½ du soir. Plus petite hauteur, 27 pouc. 0 l., 2, le 18, à midi. Huit jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. 4 lig. 1.	Plus grande hauteur, + 11°, 8, le 27, à 2 h. ¼ du soir. Plus petite hauteur, − [illegible], 0, le 4, à 6 h. ½ du matin. Quinze jours de gelée. Quatre jours de neige.	S. S. E. N. [illegible] S. S. O.	Grands vents une grande partie du mois, particulièrement les 6, 12, 15, 18, 23 et 24.
FÉVRIER.	Plus grande hauteur, 28 pou. 5 l., 1, le 17, à 10 h. du matin. Plus petite hauteur, 26 pouc. 10 l., 8, le 26, à 7 h. du matin. Vingt-un jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. 4 lig. 8.	Plus grande hauteur, + [illegible]°, 5, [illegible], à 2 h. ¼ du soir. Plus petite hauteur, − [illegible], à 3 h. du matin. Deux jours de gelée. Quatre jours de n[illegible].	S. S. O.	V[illegible] fréquens et assez forts, particulièrement les 3, 4, 5, 6, 22 24, 25 et 26. Il a tombé de la grêle le 6.
MARS.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 0 l., 6, le 9, à 8 h. du matin. Plus petite hauteur, 27 pouc. 2 l., 3, le 13, à 10 h ¼ du matin. Dix jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. [illegible]	Plus grande [illegible], + 8°, 5 le 22, à 10 h. du matin. Plus petite hauteur, − 6°, 3, le 9, à 6 h. du matin. Dix-sept jours de gelée. Quatorze jours de neige.	N. S. I[illegible]	Grand vent les 2, 22 et 26. Brouillard assez fort les 5, 12, 16, 17 et 25. Aurore boréale les 14 [illegible] Grêle les 13 et 21.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1789.	BAROMETRE.	THERMOMETRE.	VENTS	*CIRCONSTANCES et Remarques.*
AVRIL.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 3 l., 2, le 21, à 10 h. du matin. Plus petite hauteur, 27 pouc. 5 l., 2, le 26, à 7 h. du soir. Quatorze jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. 11 l. 6.	Plus grande hauteur, + 15°, 0, le 16 à midi. Plus petite hauteur, − 2°, 1, le 15, à 4 h. ½ du matin. Un jour de gelée.	S. S. O. N. E. O. N. O.	Grands vents les 2, 3, 26 et 27. Brouillard assez fort le 10. Grêle les 13 et 24.
MAI.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 3 l., 8, le 10, à 10 h. ¾ du matin. Plus petite hauteur, 27 pouc. 7 l., 5, le 25, à 5 h. du matin. Treize jours de pluie. Eau tombée, 0 pouc. 10 lignes, 4.	Plus grande hauteur, + 25°, 1, le 24, à 1 h. du soir. Plus petite hauteur, + 6°, 0, le prem. à 4 h. ½ du matin.	N. E. S. S. E. S. E.	Grand vent le 15 et le 30. Tonnerre le 14. Aurore boréale le 23.
JUIN.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 2 l., 0, le 8, à 9 h. du soir. Plus petite hauteur, 27 pouc. 7 l., 3, le 4, à 10 h. du matin. Vingt-quatre jours de pluie. Eau tombée, 2 pouc. 4 lignes, 5.	Plus grande hauteur, 21°, 7, le 16, à midi. Plus petite hauteur, + 5°, 8, le 9, à 2 h. du matin.	N. O. N. N. E. O. S. O.	Grands vents les 13, 22, 25 et 28. Tonnerre les 16, 19, 21 et 26. Aurores boréales le 2 et le 12.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE.

1789.	BAROMETRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES et Remarques.*
JUILLET	Plus grande hauteur 28 pouc. 2 l., 9, le 1 à midi. Plus petite hauteur, [illegible] pouc. 8 l., 3, le 13, à 5 h. du matin Seize jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc 7 lig., 0.	Plus grande hauteur, + [illegible]2°, 3, le 10, à 1 h. du soir. Plus petite hauteur, + 8°, 6, le 1, à 5 h. du matin.	S. O. S.	Vent assez fort les 13, 14 et 23. Tonnerre le 4 et le 13. Aurore boréale le 24.
AOUST.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 4 l., 2, le 6, à minuit. Plus petite hauteur, 27 pouc. 0 l., 2, le 21, à 2 h. du soir. Huit jours de pluie. Eau tombée, 0 pouc. 10 lig. 7.	Plus grande hauteur, + 24°, 2, le 29, à 2 h. du soir. Plus petite hauteur, + 8°, 5, le 31, à minuit.	N. E. N. O. N. O.	Vent assez fort le 8 et le 16. Brouillard le 7 et le 27. Tonnerre les 17, 21, 23 et 30. Aurores boréales les 15, 24 et 25.
SEPTEMB.	Plus grande hauteur, 28 pouc. 4 l., 6, le 12, à midi. Plus petite hauteur, 27 pouc. 4 l., 9, le 19, à 2 h. $\frac{1}{4}$ du soir. Quatorze jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. 7 lig., 2.	Plus grande hauteur. + 21°, 4, le 10, à 2 h. $\frac{3}{4}$ du soir. Plus petite hauteur, + 7°, 0, le 17, à 5 h. $\frac{1}{2}$ du matin.	S. S. O. O. S. O. S. O,	Vents fréquens et forts, particulièrement les 5, 11, 17, 18, 20 et 21. Brouillard les 22, 25, 26 et 27. Tonnerre les 3 et 4. Aurore boréale le 26.

TABLEAU MÉTÉOROLOGIQUE

1[illegible].	BAROMÈTRE.	THERMOMÈTRE.	VENTS dominans.	*CIRCONSTANCES et Remarques.*
OCTOBRE.	[illegible]rande hauteur, [illegible]ouc. 3 l., 6, le 2[illegible]. [illegible] [illegible]hauteur, [illegible]c. 3 l., 1, le 2, à 7 h. du soir. Dix-sept jours de pluie. Eau tombée, 2 pouc. 8 l[illegible]. 2.	Plus grande hauteur, + 14°, 6, le 20, à midi. Plus petite hauteur, + 2°, 7, le 31, à 9 h. du soir.	O. S. O. S. E. [illegible]	Grands vents les 1, 2, 3, 5, 6 et 31. Brouillards les 15, 17, et 23. Aurore boréale le 20.
NOVEMB.	Plus grande hauteur, [illegible] Plus petite hauteur, 26 pouc. 11 l., 4, le 7, à 10 h. du matin. Quatorze jours de pluie. Eau tombée, 1 pouc. [illegible]	Plus grande hauteur, + 10°, 5, le 14, à 2 h. du soir. Plus petite hauteur, − 5°, 0, le 27, à 6 h. du matin. Huit jours de gelée. Un jour de neige.	S. S. S. O. S. S. E.	Grands vents les 1, 3, 6, 7, 13, 14 et 15. Brouillards très-fréquens, et particulièrement les 1, 11, 17, 19, 20, 27, 28, 29 et 30. Neige assez forte le 25.
DECEMB.	[illegible] hauteur, [illegible]8 pouc. 7 l., le 5, à 10 h. ½ du matin. [illegible] Treize jours de pluie. Eau tombée, 0 pouc. 9 lig., 5.	Plus grande hauteur, + 10°, 3, le 23, à midi. Plus petite hauteur, − 1°, 6, le 1, à 7 h. ½ du matin. Neuf jours de gelée. Trois jours de pluie.	S. E. S. S. O.	Vents fréquens et forts, particulièrement les 16 et 19. Brouillards les 4, 5 et 6. Neige assez forte le 11 et le 14. Grêle le 14. Aurore boréale le 24.

HISTOIRE CÉLESTE

De l'année 1789.

Un passage de Mercure sur le Soleil, la disparition et la réapparition de l'anneau de Saturne, la découverte de deux nouveaux satellites de Saturne, voilà les évènemens astronomiques qui dans cette année méritent de fixer un instant notre attention.

Le passage de Mercure a eu lieu le 5 novembre. Les vapeurs de l'horizon et le coucher du Soleil devoient déja nous dérober une partie de ce passage, et pour surcroît de contrariété, les nuages n'ont permis d'appercevoir cette petite planète que lorsqu'elle étoit à moitié entrée sur le disque du Soleil; de sorte que l'on n'a pu bien observer que le détachement des bords au contact intérieur. Heureux encore dans notre climat, et dans une pareille saison, d'avoir pu saisir quelqu'une des circonstances les plus intéressantes: aussi lorsque l'on pense à la rareté de pareils phénomènes et à la fréquence des mauvais temps et des contrariétés qui nous dérobent près des trois quarts des observations importantes, on a peine a comprendre comment l'Astronomie a pu faire parmi nous de si grands et de si rapides progrès. On se rappelle qu'en 1786, lors du dernier passage de Mercure sur le Soleil, il se trouva une différence de 40 minutes entre la sortie annoncée par les tables et celle qui fut observée. Cette erreur a donné lieu à M. de la Lande d'examiner les anciens élémens, et d'y faire quelques corrections. Les nouvelles tables qu'il a publiées, et qui se trouvent insérées dans le volume de la Connoissance des Temps de 1789, ont donné cette fois l'entrée de Mercure avec la plus grande justesse. Reste à savoir s'il en sera de même dans les passages futurs: les plus prochains n'auront lieu qu'en 1799 et 1802.

Passage de Mercure.

Phase ronde de Saturne.

Les phases de l'anneau de Saturne ont fait anciennement l'objet de l'étonnement des observateurs, et long-temps les astronomes se sont trouvés fort embarrassés pour expliquer la véritable cause des disparitions et des réapparitions de cet anneau : à la vérité, le peu de force et l'imperfection des lunettes dont on faisoit usage dans les premiers temps, éloignoient, par de fausses apparences, les idées justes que par la suite on a pu se former de l'anneau, aussitôt qu'on a mieux distingué sa forme et ses divers aspects. Quoi qu'il en soit, ce n'est qu'en 1657 que M. Huygens montra et expliqua, de la manière la plus nouvelle et la plus conforme aux phénomènes déja observés, comment cet anneau doit disparoître, lorsque, par sa position et celle de Saturne, il ne présente, soit à nous, soit au Soleil, que son épaisseur, trop mince pour nous réfléchir la lumière qu'il reçoit, ou lorsque son plan, dirigé entre le Soleil et la Terre, ne présente à nos yeux que la surface opposée au Soleil, et par conséquent obscure. Dès-lors on a su mieux voir et calculer les époques où ces diverses phases devoient arriver : précédemment elles n'avoient été apperçues que par hasard; depuis on n'en a laissé échapper aucune, et l'attention que l'on a apportée à les observer, a mis à même de mieux fixer les périodes de leur retour et d'en perfectionner la théorie. L'excellent ouvrage qu'a publié à ce sujet notre illustre confrère, M. du Séjour (1), la savante analyse qu'il a employée dans la discussion de ce point intéressant de l'Astronomie, ne laisseroient rien à désirer, si les observations sur lesquelles il a fondé ses calculs eussent été aussi exactes que sont élégantes et rigoureuses les solutions qu'il a données de toutes les questions et de tous les problèmes que l'on peut proposer sur la disparition et la réapparition de l'anneau de Saturne. Mais, il faut en convenir, les observations astronomiques, sur-tout celles de certains phénomènes aussi difficiles à saisir que celui-ci, sont

(1) Essai sur les phénomènes relatifs aux disparitions périodiques de l'anneau de Saturne. *Paris* 1776.

bien

bien éloignées de cette précision rigoureuse que le géomètre exigeroit, et qu'il est en effet accoutumé à obtenir lui-même dans ses résultats, parce qu'aucun obstacle ne l'arrête, aucune borne ne circonscrit son raisonnement et sa pensée, tandis que l'astronome a tout à vaincre : illusion des sens, foiblesse des organes, imperfection des arts, contrariété des circonstances, tout enchaîne ses efforts et limite l'exactitude de ses déterminations. L'on sent, par exemple, combien il est difficile de fixer l'instant précis d'une disparition de l'anneau de Saturne, principalement lorsqu'elle a lieu, comme dans cette année, par le défaut ou le peu de lumière que l'épaisseur de l'anneau peut renvoyer. Les circonstances locales, une atmosphère plus ou moins favorable, la seule différence même de la vue des observateurs et de la force des lunettes, apportent dans la fixation de l'époque de cette phase par divers astronomes, des différences assez considérables. La théorie avoit indiqué à M. du Séjour une première disparition le 5 mai, et une première réapparition le 24 août, au passage de la terre par le plan de l'anneau; ensuite une nouvelle disparition, le 5 octobre, causée par le passage du plan de l'anneau par le Soleil. La disparition du 5 mai a été d'autant plus difficile pour nous à observer, que Saturne alors ne se levant qu'à $3^h \frac{1}{4}$ du matin, et le Soleil à $4^h \frac{1}{2}$, les vapeurs de l'horizon, ou le crépuscule, nuisoient successivement à l'observation ; de plus, les nuages n'ont permis d'appercevoir Saturne que le 6 mai au matin, alors il n'a laissé voir aucune apparence d'anse; mais étoient-elles disparues depuis un jour ou deux? c'est ce qu'on n'a pu fixer : n'existoient-elles pas encore, quoiqu'on ne les ait pas apperçues, peut-être à cause du crépuscule? c'est ce qu'on ne peut assurer. Nous avons cependant une observation de M. Flaugergues à Viviers, qui le 5 a encore vu les anses de Saturne, comme deux petites lignes droites; le 6, les nuages l'ont empêché d'observer, mais le 7 il a vu Saturne parfaitement rond. La réapparition du mois d'août a eu lieu

dans des circonstances plus favorables ; Saturne pouvoit s'observer à minuit et vers son passage au méridien ; on l'a suivi pendant plusieurs jours : nous avons apperçu les anses déja très-distinctes le 29 à 11 heures du soir, ce qui confirme l'observation de M. Méchain, qui les avoit apperçues dès la veille, et fait voir combien les circonstances locales peuvent influer sur une telle observation. En effet, si nous n'avons pas vu les anses dès le 28, comme M. Méchain qui observoit en même temps que nous, et à l'Observatoire même, cela ne peut tenir qu'à l'avantage que cet astronome avoit d'observer en plein air et avec une lunette achromatique d'un foyer un peu plus long que la nôtre, tandis que nous observions dans l'intérieur du bâtiment, où il arrive souvent que l'état de l'air étant fort différent de celui de l'air extérieur, il s'établit à l'ouverture des croisées un remou très-défavorable aux observations (1). M. Messier fixe aussi cette réapparition au 28. Cette phase, selon les astronomes de Paris, donneroit donc une différence de quatre jours entre l'observation et la théorie. Mais d'un côté nous apprenons que M. le Chevalier d'Angos, observant près d'Oristagni, en Sardaigne, a apperçu dès le 24, époque fixée par M. du Séjour, l'anse orientale de Saturne ; et d'autre part, M. Herschel, dans le récit qu'il a publié de la découverte de deux nouveaux satellites de Saturne, dont nous parlerons tout-à-l'heure, nous assure n'avoir jamais cessé de voir l'anneau de Saturne avec son télescope de 40 pieds, et même avec celui de 20 pieds. Ainsi la supériorité des télescopes de M. Herschel l'a privé d'un phénomène qui n'a eu lieu que pour nous, grace à la foiblesse de nos instrumens. C'est assurément, pour M. Herschel, une bien petite privation, rachetée d'ailleurs par tant de belles et exclusives jouissances, que

(1) C'est un grand défaut dans la construction de l'Observatoire royal, de ne pouvoir, dans certaines circonstances, sortir de plein-pied les instrumens en plein air. Le parti que nous avons pris de faire construire sur la plate-forme supérieure un petit Observatoire particulier, nous procurera cet avantage.

rien ne peut nous dédommager de ne pouvoir partager avec lui, vu la foiblesse et l'infériorité de nos instrumens auprès des siens (1). La seconde disparition du mois d'octobre nous a paru avoir lieu du 10 au 11 octobre, c'est-à-dire, précéda de quatre jours l'annonce de M. du Séjour; mais une observation faite à Toulouse, sous un ciel plus propice, par M. Darquier, recule cette disparition jusqu'au 16, époque précise fixée par la théorie. Quant à la seconde réapparition, dont nous rendrons un compte plus détaillé dans l'extrait de 1790, elle n'a eu lieu pour nous que le premier février, c'est-à-dire, deux jours plus tard que la théorie ne l'annonçoit; mais à la Muette, avec le télescope de 22 pieds, les anses ont été vues par M. Carrochez le 30 janvier : peut-être avec ce télescope, comme avec ceux de M. Herschel, les anses eussent-elles été toujours visibles; c'est ce qu'il sera désormais très-intéressant de vérifier dans les futures disparitions.

Les observations de cette année, que nous venons de rapporter, étoient d'autant plus importantes, que l'on n'en avoit point encore eu de complettes dans le nœud austral de l'anneau. En 1671 et 1730, il y avoit eu à la vérité deux disparitions et deux réapparitions absolument dans les mêmes circonstances que celles-ci; mais en 1671, la dernière réapparition, celle de février 1672, ne fut point observée; la seconde disparition même du mois de décembre ne put être saisie bien précisément (2). En 1730, il n'y eut d'observé

---

(1) M. du Séjour, dans l'ouvrage cité ci-dessus, avoit prévu ce qui est arrivé à M. Herschel. Voici ce qu'il dit, page 318 : *Je terminerai ces remarques, en observant qu'il pourroit arriver, par la suite des temps, que l'on ne perdît jamais de vue l'anneau de Saturne. En effet, quelque petite que l'on suppose son épaisseur, elle n'est pas nulle, et il est possible, lorsque les lunettes seront perfectionnées, qu'elle réfléchisse assez de lumière pour être toujours apperçue.* Remarquons cependant que le 25 mai 1715, Jacques Cassini ayant observé avec une lunette de 114 pieds de foyer, Saturne, dont l'anneau n'avoit disparu, pour les lunettes ordinaires, que deux jours auparavant, n'apperçut aucune trace de cet anneau, malgré la force de cette lunette. (*Voyez Mém. Acad. année* 1715, *page* 45.

(2) *Voyez* le Supplément.

que la première disparition du mois de mai et la seconde réapparition du mois de février 1751 ; ce que M. du Séjour ignoroit sans doute, lorsqu'il a dit, dans ce même ouvrage cité ci-dessus (1), qu'en 1750, quoique les circonstances eussent été très-favorables aux observations de l'anneau de Saturne, il ne paroissoit pas que les astronomes s'en fussent occupés à cette époque. On verra dans le Supplément mis à la fin de cet extrait, que Jacques Cassini fut attentif à ce phénomène, et a consigné dans les registres de l'observatoire, ce que le temps lui a permis d'observer. La disparition qu'il a observée le 10 mai, a précédé de six jours l'annonce de la théorie ; et la réapparition qui, selon le calcul, devoit avoir lieu dès le 6 février, n'a été observée que le 15 avec certitude ; le 10 il n'y avoit aucune apparence d'anse, même avec l'excellente lunette de 34 pieds, célèbre à l'Observatoire par sa bonté. Au reste, tout ceci ne fait que confirmer ce que nous avons dit plus haut sur les difficultés qui s'offrent dans l'observation de semblables phénomènes, et les bornes prescrites à l'exactitude de certaines déterminations. Il suffit, en pareil cas, à la théorie de satisfaire, non au plus grand nombre des observations, mais à celles dont les circonstances paroissent les plus propres à assurer leur précision : les différences avec les autres, pourvu qu'elles ne soient pas au-delà des convenances, ne doivent compter pour rien. Or, dans la présente année 178[illegible], les quatre époques fixées par la théorie, se trouvent s'accorder singulièrement, la première avec nos observations, la seconde avec celle de M. le chevalier d'Angos (2), la troisième avec

(1) [illegible]

(2) [illegible]

celle de M. Darquier, la quatrième avec celle de M. Carrochez : la théorie de M. du Séjour ne peut avoir une confirmation plus authentique.

Nouveaux satellites de Saturne.

Il nous reste à parler de deux nouveaux satellites de Saturne. Annoncer une découverte de ce genre, c'est presque dire d'avance que M. Herschel en est l'auteur : eh ! quel autre que lui peut pénétrer aussi loin dans ces régions du ciel si reculées, et y appercevoir des objets que leur petitesse ou leur éloignement eussent éternellement ravi à notre connoissance, sans le secours de ces merveilleux télescopes, dont la puissance et la perfection surpassent celles de tous les instrumens exécutés jusqu'à ce jour.

Huygens, en 1665, découvrit un satellite à Saturne (1) : une lunette passable et une médiocre attention suffisoient pour remarquer ce nouveau petit astre, dont la révolution n'étant que de $15^{j}\ 22^{h}$, devoit le faire facilement remarquer, par le prompt changement de ses positions à l'égard de Saturne. Seize années après, Dominique Cassini, aidé sans doute d'une meilleure lunette (2), et avec ce regard auquel nul phénomène céleste ne pouvoit se dérober, apperçut un autre satellite (3) plus petit que celui d'Huygens, et d'autant plus difficile à reconnoitre et à suivre, que, par une singularité qui lui est propre, il demeure invisible pendant une

---

et vouloit, dit-on, renoncer à l'Astronomie ; mais nous voyons avec plaisir que si un premier mouvement de douleur, bien naturel sans doute, lui avoit fait concevoir ce projet, il ne lui a pas été possible de l'exécuter. On n'arrache pas si facilement de son cœur l'objet de ses premiers goûts, de ses plus douces occupations, de ses anciennes habitudes : puisse l'attrait de nouvelles jouissances, puisse la douce consolation que doit apporter à ses pertes l'intérêt général de tous les Savans qui les ont partagées, ramener M. le chevalier d'Angos dans son observatoire de Malte, sous un ciel dont la pureté particulièrement favorable à l'Astronomie, le mettra dans le cas de rendre encore de véritables services à cette Science, en y faisant, avec succès, un grand nombre d'observations dont nous privent ici les mauvais temps et les brouillards de notre climat.

(1) Le quatrième, ou plutôt le sixième, depuis les deux nouveaux découverts de M. Herschel.

(2) Cette première découverte fut faite avec une excellente lunette de dix-sept pieds, de Campani.

(3) Le cinquième, ou plutôt le septième depuis les deux découvertes de M. Herschel.

partie de chaque révolution. Cassini découvrit ce nouveau satellite dans les derniers jours d'octobre 1671, le perdit de vue peu de jours après, le chercha en vain pendant plus d'un an, et ne le retrouva que vers la fin de 1672, où, pour prix d'une patience infatigable, d'une persévérance opiniâtre et d'une sagacité peu commune, il parvint à se resaisir, pour ainsi dire, de ce nouveau Protée, à l'enchaîner et à se le soumettre, en dévoilant le secret de sa marche et les loix de son mouvement. Cette conquête lui en valut une autre qu'il fit comme chemin faisant. En effet, en retrouvant son premier satellite, il en découvrit un nouveau (1) bien plus proche de Saturne que les deux autres, et dont la révolution n'étoit que d'environ quatre jours et demi. Ainsi, dans l'espace de dix-huit années, Saturne avoit acquis trois satellites; il ne lui en manquoit plus qu'un pour en avoir autant que Jupiter, et peu d'années après il se trouva en avoir un de plus. En effet, le même Dominique Cassini, muni des grands et excellens verres à long foyer, de Campani et de Borelli, découvrit, en 1684, deux autres satellites (2) encore plus proches de Saturne que les précédens, et dont les révolutions s'achèvent, de la part de l'un, en moins de deux jours, et de la part de l'autre, en deux jours trois quarts.

Tel étoit l'état de nos connoissances sur le système de Saturne vers la fin du siècle précédent; tel il étoit resté jusqu'à ce jour, c'est-à-dire, pendant un espace de plus de cent années, et l'on ne se doutoit guère qu'il eût pu échapper dans cette région quelque chose aux regards de Cassini, et à ces objectifs de cent et deux cents pieds de foyer, dont il s'étoit servi : à la vérité, la fatigue extrême, l'incommodité et la grande difficulté qu'il y avoit à observer avec de si

(1) Le troisième, ou plutôt le cinquième depuis les dernières découvertes de M. Herschel.

(2) Le premier et le second, qui ne sont plus que le troisième et le quatrième, d'après la découverte que vient de faire M. Herschel, de deux satellites encore plus proches de Saturne.

longues lunettes, en avoient rendu l'usage très-rare, on peut dire même l'avoient presque fait abandonner. Aussi depuis 1714, où Jacques Cassini, fils du précédent, pour vérifier et perfectionner la théorie des mêmes satellites de Saturne, les observa encore avec un verre de 114 pieds de foyer : nous ne voyons plus que ni lui, ni d'autres astronomes, ayent employé des lunettes au-delà de 18 à 30 pieds. L'invention des lunettes achromatiques a même fait renoncer presque entièrement à ces dernières, et peut-être n'a-t-on pas gagné à cet échange autant qu'on s'en est flatté. Quoi qu'il en soit, depuis cet abandon des lunettes simples à long foyer, il est de fait que nulle découverte, nulle augmentation dans le système planétaire n'a eu lieu jusqu'au moment où M. Herschel a perfectionné et agrandi les télescopes. L'on peut se rappeler ce que nous avons rapporté à ce sujet dans notre extrait de 1787, *pag.* 101 *et suiv.* Nous y avons parlé d'un télescope de 20 pieds, et d'un autre de 40 pieds de longueur et 4 pieds d'ouverture, déja tout monté, et que M. Herschel étoit prêt à terminer lorsque nous fûmes en Angleterre. C'est avec celui de 20 pieds que ce célèbre astronome crut d'abord appercevoir, le 19 août 1787, un sixième satellite auprès de Saturne ; mais principalement occupé, à cette époque, de travailler et perfectionner le miroir de son grand télescope, il remit à un autre temps ses recherches sur les satellites de cette planète, et ne les reprit qu'en juillet 1789. Le 29 août suivant, ayant dirigé le télescope de 40 pieds vers Saturne, il apperçut sur l'anneau, près de l'extrémité du bras occidental, le troisième satellite déja connu, dont le diamètre paroissoit alors quatre fois plus grand que l'épaisseur de l'anneau, et tout auprès il vit un satellite nouveau beaucoup plus petit, mais cependant le diamètre débordoit encore des deux côtés l'épaisseur de l'anse qui, sous la forme d'un trait de lumière, paroissoit enfiler les deux satellites, pour ainsi dire, comme deux grains de chapelet. Ce nouveau satellite n'étoit point celui que M. Herschel

avoit vu en 1787, il étoit beaucoup plus petit : dans le télescope de 40 pieds, il ne paroissoit que comme un point lumineux (1) ; sa distance à Saturne fut déterminée par M. Herschel, de 27″, 36, sa révolution sidérale, de 22h 40′ 46″ (2). Quelques jours s'écoulèrent encore après cette première découverte : enfin au mois d'octobre M. Herschel revit ce même satellite dont il avoit soupçonné l'existence deux années auparavant, et cette ancienne observation lui fut sans doute très-précieuse pour déterminer la révolution de ce satellite bien plus précisément qu'il ne l'avoit pu faire pour le précédent, et il la trouva de 1j 8h 53′ 9″, la distance au centre de Saturne est de 35″,c6. Voilà donc deux nouveaux satellites plus proches encore de Saturne que ceux que nous connoissions précédemment, dont le rang, dans l'ordre des distances, va se trouver ainsi reculé de deux degrés (3). Sans doute leur trop grande proximité de la planète, en les mettant dans le cas d'être presque toujours cachés, soit par le globe de Saturne, soit par son anneau, ou d'être effacés par leur trop forte lumière, avoit empêché Dominique et Jacques Cassini de les appercevoir : M. Herschel a heureusement saisi le moment où l'anneau étoit presque invisible, ou réduit à sa plus petite épaisseur. Cette circonstance, la

(1) M. Herschel dit cependant l'avoir vu ensuite avec son télescope de 20 pieds.

(2) M. Herschel se réserve de déterminer plus exactement cette révolution, lorsqu'il aura pu obtenir un plus grand intervalle entre ses observations.

(3) Voici, d'après ces dernières découvertes, le nouvel ordre des satellites de Saturne.

SATELLITES.	REVOLUTIONS.		DISTANCES.		OBSERVATEURS.
	Jours.	*H.*	*Min.*		
I	[illegible]	22,7	0.	27	Herschel.
II	[illegible]	8,9	0.	35	Herschel.
III	[illegible]	21,3	0.	43	Cassini.
IV	[illegible]	17,7	0.	56	Cassini.
V	[illegible]	12,4	1.	18	Cassini.
VI	[illegible]	[illegible]	3.	0	Huygens.
VII	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Cassini.

plus

plus favorable possible à sa découverte, en a facilité les moyens et hâté le succès.

Nous renvoyons nos lecteurs au Mémoire intéressant que M. Herschel a lu à la Société royale le 12 novembre 1789; on y trouvera les détails de sa découverte, des observations curieuses sur le globe de Saturne et sur son anneau, des remarques et des réflexions très-justes sur ces points lumineux aperçus en plusieurs occasions sur les anses, et qui, selon lui, n'étoient autre chose que des satellites. Dans cet écrit, notre habile observateur s'engage à publier un jour nombre d'autres observations et déterminations curieuses qui se trouvent éparses dans ses Journaux. Nous attendrons avec une grande impatience que cette promesse soit effectuée. En effet, placé, pour ainsi dire, au-dessus des sphères connues, élevé et planant dans une région où lui seul a su pénétrer, M. Herschel ne peut que répandre dans l'exposé de ses travaux et de ses recherches ce même intérêt, cette même instruction que l'on trouve dans les récits d'un voyageur qui n'a parcouru que des pays inconnus : tout y est nouveau, tout est découverte, et tout, en excitant notre curiosité et notre admiration, nous donne lieu de penser qu'en multipliant sans cesse nos efforts contre les obstacles qui s'opposent à l'agrandissement et à la perfection des connoissances humaines, il n'est point de bornes que le génie ne puisse franchir.

LE SOLEIL.

Aucune éclipse de Soleil n'a eu lieu pour Paris cette année.
Au mois de Mars on a observé

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, le 20 mars. . . 41° 34′ 41″, 5

D'où l'on conclut

La déclinaison du centre du Soleil. . . . . 0h 7′ 47″, 4 B.

L'heure de l'équinoxe le 19 mars à . . . . 16h 6′ 41″

Au mois de juin, avec la lunette horizontale du quart-de-

cercle mobile de 6 pieds, on a observé les hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil vers le solstice, ainsi qu'il suit.

1789.	HAUTEURS du bord super. du Soleil.	RÉDUCT. au solstice.	RÉFRACTION.	Demi-diam. du Soleil.	HAUTEUR. solsticiale du centre du ☉
	D. M. S.	M. S.	S.	M. S.	D. M. S.
[illegible]					
[illegible]	[illegible]	+ [illegible] 21,1	— 26,5	[illegible] 47,3	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	26,5	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	27,0	[illegible]	[illegible]
27	[illegible] 21,[illegible]	[illegible]	27,1	[illegible]	[illegible]

Parallaxe. . . . + 3,7

Par un milieu. 64. 37. 37,1
Hauteur de l'équateur. 41. 9. 48

Donc, obliquité de l'écliptique. . . . . . . { apparente. 23. 27. 49,1
Nutation. + 4,9
vraie. . . . . 23. 27. 54,0 }

Nous devons faire remarquer que ce résultat n'est fondé que sur un petit nombre d'observations, lesquelles n'ont pas tout l'accord que l'on pourroit desirer, et que nous avons continué d'obtenir dans des circonstances plus favorables.

Au mois de septembre on a observé

La hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, le 22 septembre. . . . . 41° 30′ 20″,4

D'où l'on conclut

La déclinaison du centre du Soleil. . . . . 0. 3 52,9 B.

L'heure de l'équinoxe le 22 septembre à . . . . 3h 42′ 5″

Les passages au méridien du Soleil et de diverses étoiles qui se sont trouvées dans son parallèle, observés à une lunette méridienne de 3 pieds ½ de foyer, et leurs hauteurs prises avec le quart-de-cercle mobile de six pieds, ont donné les résultats suivans:

ÉPOQUES 1789.		ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL et de l'ÉTOILE.			DIFFÉR. de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL et de l'ÉTOILE.			ÉPOQUES 1789.		ÉTOILES.	DIFFÉR. d'ascens. droite du centre du SOLEIL et de l'ÉTOILE.			DIFFÉR. de déclinaison du bord supérieur du SOLEIL et de l'ÉTOILE.		
			D.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*				*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*
Janv.	28	β du g. Chien	141.	48.	53	— 0.	8.	59	Juillet.	10	*Idem*	135.	15.	[illegible]	— 0.	28.	59
Avril.	15	α Lion	118.	28.	15	+ 0.	33.	33		11	*Idem* . . .	174.	[illegible]	[illegible]	— 0.	21.	9
		π Lion. . . .	123.	16.	0	— 1.	14.	1	Août.	13	α *Ophiucus* .	117.	52.	16	— 2.	2.	0
	24	*Regulus* . . .	116.	53.	59	— 0.	21.	56		28	γ Aigle . . .	[illegible]	45.	26	+ 0.	21.	13
	25	*Idem*.	"	"	"	— 0.	41.	26		29	*Idem*	155.	50.	56	+ 0.	42.	24
Mai.	13	*Arcturus*. . .	160.	52.	43	+ 1.	28.	4	Sept.	7	β Aigle . . .	129.	52.	47	— 0.	12.	15
	20	*Idem*	153.	56.	30	— 0.	6.	8		8	*Idem*	128.	58.	56	+ 0.	10.	27
Juin.	14	β Hercule . .	162.	9.	25	— 1.	36.	54		13	δ Aigle. . . .	116.	57.	24	— 1.	6.	19
	20	*Arcturus*. . .	122.	8.	25	— 3.	26.	18		16	*Idem*	114.	15.	47	+ 0.	3.	12
		β Hercule . .	155.	55.	12	— 1.	43.	48	Octob.	4	λ *Antinous* .	63.	3.	58	— 0.	49.	59
Juillet.	2	β Hercule . .	143.	28.	10	— 1.	19.	2		16	φ Verseau . .	"	"	"	+ 1.	42.	22
	3	*Idem*.	142.	26.	21	— 1.	14.	11		21	*Idem*	139.	22.	18	+ 3.	9.	22

Nota. Le signe + dans la quatrième colonne, indique que l'étoile étoit plus haute dans le méridien que le bord supérieur du Soleil; le signe — indique qu'elle étoit plus basse. Cette quatrième colonne renferme la différence de hauteur observée sans aucune correction.

Ces comparaisons du Soleil aux différentes étoiles, donnent encore les résultats suivans :

ÉTOILES.	*Passages du Soleil dans le parallèle des étoiles*				DIFFÉRENCE d'ascension dr.		
		H.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*
β gr. Chien. .	Janvier . . [illegible]	11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Arcturus. . .	Mai. . . [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
β Hercule . .	Juillet. . . [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
γ Aigle. . . .	Août . . . [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2	[illegible]
β Aigle. . . .	Septemb. . [illegible]	[illegible]	8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
δ Aigle. . . .	Septemb . [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

MERCURE.

Cette planète a achevé, dans le courant de cette année, quatre révolutions, plus 1ˢ 6ᵈ 25′ autour du Soleil, et s'est trouvée

EN CONJONCTION		PLUS G.de DIGRESSION		STATIONNAIRE	DANS SON NOEUD	
Supérieure.	Inférieure.	Orientale.	Occidentale.		Ascendant.	Descendant.
23 Janvier.	8 Mars.	20 Février.	4 Avril.	28 Février.	14 Février.	25 Mars.
15 Mai.	14 Juillet.	17 Juin.	22 Novemb.	22 Mars.	13 Mai.	21 Juin.
28 Août.	5 Novemb.	13 Octobre.	4 Août.	30 Juin.	9 Août.	17 Septemb.
5 Novemb. Pass. sur le ☉. *Voy. p. 135.*				25 Octobre.	6 Novemb.	14 Décemb.

On a déterminé par observation, deux lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans :

1789.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN.		LIEUX OBSERVÉS DE MERCURE.		ERREUR des TABLES.	
			des passages.	des haut.	Longitude.	Latitude.	En long.	En lat.
	H. M. S.		*H. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
						Australe.		
Mai. 7	23. 28. 12,7	*Regulus.*	+ 16. 31. 17,5	+ 0. 53. 59	39. 53. 23	0. 57. 16	— 0. 46	+ 0. 12
8	23. 32. 14,6	*Idem.*	+ 16. 39. 11,7	+ 1. 42. 2	41. 57. 56	0. 47. 21	— 0. 55	— 0. 1

Nota. Dans la quatrième colonne, le signe + indique que la planète suivoit l'étoile et a passé plus tard au méridien ; le signe — indique que la planète a précédé l'étoile et passé plutôt qu'elle au méridien.

Dans la cinquième colonne, le signe + indique que la planète étoit plus haute dans le méridien que l'étoile ; le signe — indique qu'elle étoit plus basse, lorsque la hauteur de l'étoile n'a pas été prise ; en place de la différence des hauteurs, on rapporte dans cette même colonne la hauteur apparente de la planète, telle qu'elle a été observée sans autre correction que celle de l'erreur de l'instrument, d'après laquelle hauteur a été conclue la déclinaison de la planète.

VÉNUS.

Cette planète a achevé, dans le courant de cette année, deux révolutions moins 4^s 16^d, 7 autour du Soleil, et s'est trouvée

EN CONJONCTION	DANS SON NOEUD	
Supérieure.	Ascendant.	Descendant.
30 Mai.	2 Juin.	9 Février. 22 Septembre.

On a déterminé, par observation, vingt-six lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans:

1789.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN.		LIEUX OBSERVÉS DE VÉNUS.		ERREUR des TABLES.	
			Des passages.	Des hauteurs.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
						Australe.		
Avr. 14	23. 16. 54,9	o Lion.	+ 15. 20. 24,2	45. 17. 4	13. 44. 58	1. 26. 9	+ 0. 13	+ 0. 1
Mai. 5	23. 34. 59,7	*Regulus.*	+ 16. 30. 21,2	+ 0. 46. 26	39. 38. 0	1. 0. 9	— 0. 5	+ 0. 7
7	23. 26. 48,7	*Idem.*	+ 16. 39. 53,2	+ 1. 35. 46	42. 5. 30	0. 56. 25	— 0. 21	+ 0. 0
8	23. 37. 44,0	*Idem.*	+ 16. 44. 41,0	+ 1. 59. 50	43. 19. 19	0. 54. 34	— 0. 17	+ 0. 1
10	23. 39. 36,3	*Idem.*	+ 16. 54. 20,5	+ 2. 47. 1	45. 47. 2	0. 50. 41	— 0. 23	+ 0. 0
11	23. 40. 33,5	*Idem.*	+ 16. 59. 12,0	+ 3. 9. 52	47. 0. 53	0. 48. 51	— 0. 27	+ 0. 10
12	23. 41. 30,8	*Idem.*	+ 17. 4. 4,1	+ 3. 32. 31	48. 14. 43	0. 46. 43	— 0. 18	+ 0. 1
						Boréale		
Juil. 2	0. 38. 44,0	*Arcturus.*	— 6. 38. 50,5	+ 2. 45. 40	109. 44. 45	1. 3. 9	— 0. 26	+ 0. 5
3	0. 39. 53,6	*Idem.*	— 6. 33. 35,4	— 2. 36. 30	110. 58. 30	1. 4. 58	— 0. 26	+ 0. 3
6	0. 43. 20,6	*Idem.*	— 6. 17. 47,0	63. 31. 41	114. 39. 56	1. 9. 46	— 0. 20	+ 0. 5
	" " "	β Hercule.	— 8. 32. 33,0	+ 0. 23. 40				
10	0. 47. 51,0	*Idem.*	— 8. 11. 42,4	— 0. 28. 29	119. 25. 23	1. 15. 39	— 0. 34	+ 0. 11

1789.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des passages.	des hauteurs.	LIEUX OBSERVÉS DE VÉNUS. Longitude.	Latitude.	ERREUR des TABLES. En long.	En latit.
	H. M. S.		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
[illegible]	0. 48. 50,5	ζ Hercule	— 8. 6. 33,0	— 0. 32. 54	129. 49. 20	1. 16. 48	— 0. 33	+ 0 11
[illegible]	1. 12. 4,3	ε Dauph.	— 10. 14. 18,5	— 1. 6. 56	150. 19. 1	1. 29. 14	— 0. 14	+ 0. 16
5	1. 11. 55,7	α Ophiucus	— 7. 9. 36,5	— 0. 24. 45	151. 33. 30	1. 28. 40	— 0. 38	+ 0. 11
15	1. 21. 5,4	α Aigle.	— 8. 36. 38,3	48. 48. 9	163. 49. 10	1. 21. 41	— 0. 9	+ 0. 1
19	1. 24. 13,2	Idem.	— 8. 18. 36,7	— 2. 41. 3	168. 43. 43	1. 16. 50	— 0. 5	— 0. 4
26	1. 29. 40,1	δ Aigle.	— 7. 21. 49,3	45. 15. 55	177. 18. 28	1. 6. 22	— 0. 14	+ 0. 9
29	1. 32. 5,2	Idem.	— 7. 8. 31,4	41. 42. 55	180. 59. 4	1. 0. 39	— 0. 4	— 0. 1
Sept. 1	1. 34. 28,3	θ Antinous	— 7. 40. 41,0	+ 0. 24. 49	184. 39. 15	0. 54. 46	+ 0. 1	+ 0. 8
7	1. 39. 24,0	Idem.	— 7. 14. 6,9	37. 4. 16	191. 59. 30	0. 41. 10	— 0. 6	+ 0. 5
	" " "	λ Antinous	— 6. 8. 55,7	+ 1. 3. 55				
8	1. 40. 16,1	ι Antinous	— 6. 4. 29,0	+ 0. 33. 10	193. 12. 51	0. 38. 55	+ 0. 1	+ 0. 16
9	1. 41. 7,1	θ Antinous	— 7. 5. 13,7	— 3. 42. 29	194. 26. 8	0. 36. 19	— 0. 2	+ 0. 9
13	1. 44. 37,2	λ Antinous	— 5. 42. 12,0	— 1. 59. 23	199. 19. 16	0. 25. 41	+ 0. 33	— 0. 9
						Australe.		
27	1. 58. 6,8	δ Verseau.	— 8. 26. 15,1	+ 3. 2. 4	216 22. 47	0. 14. 36	— 0. 12	— 0. 3
[illegible]	[illegible] 9. 16,3	l Éridan.	— 8. 22. 22,0	16. 33. 53	288. 21. 51	2. 28. 6	— 0. 55	+ 0. 8
[illegible]	3 12. 13,7	l Éridan.	— 8 2. 25,0	1 . 16. 50	292. [illegible]. 20	2. 25. 37	— 0. 7	+ 0. 13

Nota. On a comparé les observations aux nouvelles Tables de M. de la Lande, publiées dans la Connoissance des Temps de la présente année.

MARS.

Cette planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de 204^d 42$'$ autour du Soleil, et s'est trouvée

DANS SON NOEUD.	EN QUADRATURE.
Le 30 Juillet.	10 Novembre.

On a déterminé, par observation, cinq lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans :

1789.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des passages.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des hauteurs.	LIEUX OBSERVÉS DE MARS. Longitude.	LIEUX OBSERVÉS DE MARS. Latitude.	ERREUR des TABLES. En long.	ERREUR des TABLES. En latit.
	H. M. S.		*H. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
						Boréale.		
Sept. 25	19. 37. 18,1	*e* Pégase	+ 10. 56. 21,8	+ 7. 2. 55	115. 28. 14	0. 5. 7	— 1. 0	+ 0. 15
Oct. 5	19. 27. 11,1	*Idem.*	+ 10. 55. 17,5	+ 2. 16. 8	120. 1. 20	1. 3. 28	— 0. 7	+ 0. 20
Nov. 26	17. 59. 15,0	ψ Lion.	+ 0. 21. 8,2	50. 28. 1	145. 18. 51	2. 14. 52	— 0. 40	+ 0. 10
		Regulus.	— 0. 7. 41,1	+ 2. 18. 51				
Dec. 24	16. 2. 27,3	*Idem*	+ 0. 22. 7,0	+ 0. 58. 10	151. 57. 28	3. 10. 51	— 1. 25	+ 0. 6
30	15. 37. 27,0	*Idem.*	+ 0. 25. 42,2	50. 17. 22	151. [illegible]. 3	3. 29. 10	— 1. 15	+ 0. 18

JUPITER.

Cette planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de $29^d\ 7'$ autour du Soleil, et s'est trouvée

EN QUADRATURE.	EN OPPOSITION.	STATIONNAIRE.
9 Avril. 21 Novembre.	Le 14 Janvier.	Le 16 Mars

On a déterminé, par observation, trente-un lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans :

1789.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des passages.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des hauteurs.	LIEUX OBSERVÉS DE JUPITER. Longitude.	LIEUX OBSERVÉS DE JUPITER. Latitude.	ERREUR TABLES. Longit.	ERREUR TABLES. Latitude.
	H. M. S.		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
						Boréale.		
[illegible]	[illegible]	[illegible]	— 0. 38. 27,7	62. 33. 52	116. 2. 31	0. 26. 25	— 5. [illegible]	+ 0. [illegible]
6	[illegible]	[illegible]	+ 5. 55. 7,5	— 1. 0. 42	115. 46. 53	0. 26. 42	— [illegible]	+ 0. [illegible]
	[illegible]	[illegible]	+ 6. 7. 23,2	+ 1. 40. 21				
[illegible]	[illegible]	[illegible]	— 0. 44. 36,0	62. 51. 23	114. 34. 55	0. 27. 52	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	— 0. 46. 51,3	— 0. 25. 23	114. 2. 50	0. 28. 25	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	δ Écreviss.	— 0. 49. 1,8	62. 59. 4	113. 54. 53	0. 28. 32	— 5. [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 0. 49. 34,5	62. 0. 31	113. 47. 9	0. 28. 42	— 5. 2[illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 0. 50. 8,5	+ 2. 56. 41	113. 39. 5	0. 28. 41	— 5. 38	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	γ Écreviss.	— 0. 51. 44,0	63. 10. 36	112. 53. 26	0. 29. 38	— 5. 29	+ [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 0. 53. 17,2	63. 14. 14	112. 31. 35	0. 29. 40	— 5. 48	+ 0. 54
[illegible]	[illegible]	δ Écreviss.	— 0. 56. 51,2	63. 19. 8	112. 3. 57	0. 30. 2	— 5. 22	+ 0. 29
[illegible]	[illegible]	γ Écreviss.	— 1. 4. 58,6	+ 0. 19. 17	109. 46. 30	0. 32. 10	— 4. 43	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	δ Écreviss.	— 1. 6. 28,7	+ 3. 36. 47	109. 45. 50	0. 31. 57	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible],3	γ Écreviss.	— 1. 5. 1,8	+ 0. 19. 11	109. 45. 47	0. 32. 0	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 1. 5. 37,5	63. 40. 24	110. 0. 2	0. 32. 13	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 1. 3. 27,5	+ 0. 16. 7	110. 7. 47	0. 32. 9	— [illegible]. 29	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 1. 3. 15,2	+ 0. 15. 43	110. 11. 20	0. 32. 15	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	γ Écreviss.	— 1. 0. 47,4	63. 33. 40	110. 45. 1	0. 32. 11	— [illegible]. 20	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 1. 0. 28,0	+ 0. 9. 48	110. 49. 50	0. 32. 10	— [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	γ Écreviss.	— 0. 58. 37,4	+ 0. 5. 55	111. 15. 44	0. 32. 18	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	δ Lion.	— 3. 27. 1,3	+ 0. 31. 31	111. 57. 51	0. 32. 15	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 3. 18. 21,9	+ 0. 11. 10	114. 0. 24	0. 32. 29	— [illegible]	+ 0. [illegible]
		β Hercule.	— 8. 35. 48,0	" " "				
[illegible]	[illegible]	δ Lion.	— 3. 17. 45,2	+ 0. 9. 39	114. 8. 52	0. 32. 27	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	— 3. 15. 51,7	+ 0. 4. 55	114. 35. 41	0. 32. 27	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Arcturus.*	— 6. 13. 53,8	+ 1. 16. 23	115. 41. 56	0. 32. 45	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	α [illegible]	[illegible] 13. 7. 41,7	— 0. 26. 42	142. 20. 13	0. 41. 56	— [illegible] 8	+ 0. 32
[illegible]	[illegible]	[illegible]	+ 0. 12. 4,0	53. 30. 6	149. 54. 28	0. 52. 1	— [illegible]	+ 0. [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Regulus.*	+ 0. 14. 59,5	+ 0. 5[illegible]	[illegible]	0. [illegible] 21	— [illegible]	+ 0. [illegible]
		[illegible] Lion.	+ 0. [illegible]	53 [illegible]				
[illegible]	[illegible]	ι Vierge.	— 2. [illegible]	— 0 [illegible]	[illegible]	1. 0 [illegible]	— [illegible]	+ [illegible]
24	15. 57. 16,3	*Regulus.*	[illegible] 0. 1[illegible]	— 0 [illegible]	[illegible]	1. 1. [illegible]	— [illegible] 20	+ [illegible]
26	15. 43. 10,3	λ Taureau.	[illegible] 6. 23. 5[illegible]	[illegible] 0 [illegible]	[illegible]	1. [illegible] 11	— [illegible] 25	+ [illegible]
30	15. 29. 51,7	*Regulus.*	[illegible]	[illegible] 0 [illegible]	[illegible]	1. [illegible] 2	— [illegible]	+ 0. [illegible]

Les

Les observations du mois de janvier donnent encore les résultats suivans :

Opposition vraie de Jupiter, le 13 janvier 1789, à { 21h 48′ 0″ temps moyen. 21. 48. 14, temps vrai.

Longitude en opposition, comptée de l'équinoxe moyen. . . . . 114d 47′ 11″

Latitude en opposition. . . . . 0. 27. 41, boréale.

On a supposé l'erreur des tables, de 5′ 35″, soustractive en longitude, et de 0′ 56″, additive en latitude.

Les observations du mois d'avril donnent aussi les résultats suivans :

Quadrature de Jupiter le 9 avril, à. . . . . . . 2h 19′ 15″, temps moyen.

Longitude géocentrique vraie de Jupiter en quadrature, comptée de l'équinoxe moyen. . . . 110d 47′ 18″

On a supposé l'erreur des tables en longitude, de 4′ 12″, soustract.

SATURNE.

Cette planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de 11d 58′ autour du Soleil, et s'est trouvée

EN QUADRATURE.	EN OPPOSITION.	STATIONNAIRE.
Le 13 juin. 8 décembre.	Le 11 septembre.	Le 4 juillet.

On a déterminé, par observation, vingt-huit lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans :

1774.	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES dans le méridien. En temps.	En déclinaison.	LIEUX OBSERVÉS de Saturne. Longitude.	Latitude.	ERREUR des Tables. En Long.	En Latit.
	H. M. S.		H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
						Australe.		
Août [illegible]	[illegible]	ζ Serpent.	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— 1.33.26	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
		λ *Antinous*	+ [illegible]	35.58. 9				
1[illegible]	13. [illegible]	ζ Serpent.	+ [illegible]	— ..42.58	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
1[illegible]	13. [illegible]	λ *Antinous*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible] 28	— [illegible]	— [illegible]
2[illegible]	13. [illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
		ε Verseau	+ [illegible]	[illegible]				
2[illegible]	13. [illegible]	λ *Antinous*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
2[illegible]	13. [illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
2[illegible]	13. [illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	13. [illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	ε Verseau.	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Sept. [illegible]	[illegible]	λ *Antinous*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
1[illegible]	[illegible]	ε Verseau.	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
1[illegible]	[illegible]	λ *Antinous*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
		ε Verseau.	+ [illegible]	[illegible]				
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem,*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
Oct. [illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	λ *Antinous*	+ [illegible]	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
Nov. [illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	ε Verseau.	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]
[illegible]	[illegible]	*Idem.*	+ [illegible]	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]
Déc. [illegible]	[illegible]	*Idem.*	— [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	— [illegible]	— [illegible]

Les observations du mois de septembre donnent encore les résultats suivans :

Opposition vraie de Saturne le 11 septembre 1789, à { 18h 13′ 24″, temps moyen. / 18. 17. 24, temps vrai.

Longitude en opposition, comptée de l'équinoxe moyen. . . . . 349d 50′ 21″

Latitude en opposition. . . . . 2. 21. 51. australe.

On a supposé l'erreur moyenne des tables, de 4′ 52″, soustractive en longitude, et de 0′ 40″, soustractive en latitude.

HERSCHEL.

Cette planète a parcouru, dans le courant de cette année, un arc de 4d 37′ autour du Soleil, et s'est trouvée

EN QUADRATURE.	EN OPPOSITION.
Le 20 avril. 1er novembre.	Le 11 janvier.

On a déterminé, par observation, douze lieux de cette planète, qui, comparés aux tables, ont donné les résultats suivans:



	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des passages.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN. des hauteurs.	LIEUX OBSERVÉS DE HERSCHEL. Longitude.	LIEUX OBSERVÉS DE HERSCHEL. Latitude.	ERREUR des TABLES. En long.	ERREUR des TABLES. En lat.
	H. M. S.		H. M. S.	D. M. S.	[illegible]	D. M. S.		
Janv. 15	[illegible]	δ Écreviss.	— 0. 10. 25,0	+ 1. 10. 2[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		β Hyder.	+ 1. [illegible]	61. 15. [illegible]				
28	11. 51. [illegible]	γ Écreviss.	— 0. 11. 8,[illegible]	61. 23. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Fév. 4	11. 2. 8,5	δ Écreviss.	— 0. 15. [illegible]	61. 28. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Mars. 6	8. 52. 56,3	γ Écreviss.	— 0. 17. 5,7	— 1. 40. 18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10	8. 4[illegible]. 51,8	δ Écreviss.	— 0. 18. 48,0	61. [illegible]3. 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	8. 0. 10,1	γ Écreviss.	— 0. 17. 21,[illegible]	— 1. 39. 2[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14	8. 32. 55,0	*Idem*	— 0. 17. 32,5	— 1. 39. 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
15	8. 28. 51,6	*Idem.*	— 0. 17. 38,0	— 1. 38. 4[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	7. 44. 5[illegible]	δ Écreviss.	— 0. 19. 58,[illegible]	+ 1. 40. 20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2[illegible]	7. 37. 5[illegible],6	*Idem.*	— 0. 20. 2,8	+ 1. 41. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30	7. 33. 12,5	γ Écreviss.	— 0. 18. 28,[illegible]	— 1. 36. 5[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Avril 5	7. 12. 0,5	*Idem.*	— 0. 18. 5,[illegible]	61. 40. 50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		δ Écreviss.	— 0. 20. 10,[illegible]	[illegible]				

Les Observations du mois de janvier donnent encore les résultats suivans :

Opposition vraie de Herschel, le 21 janvier 1789, à { 19h 31′ 18″, temps vrai. 19. 43. 31, temps moyen.

Longitude en opposition comptée, de l'équinoxe moyen . . . . 122d 4[illegible]′ 52″

Latitude en opposition. . . . . 0. [illegible]

On a supposé l'erreur moyenne des tables, de 0′ 5″, additives en longitude, et de 0′ 15″, additive en latitude.

LA LUNE.

On a déterminé, par observation, quarante-six lieux de la Lune, qui, comparés aux tables d'Euler, ont donné les résultats suivans :

[illegible]	TEMPS VRAI.	ÉTOILE comparée.	DIFFÉRENCES DANS LE MÉRIDIEN.		LIEUX OBSERVÉS DE LA LUNE.		ERREUR DES TABLES.	
			des passages.	des hauteurs.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	H. M. S.		H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	[illegible]
Janv. [illegible]	[illegible]. 44. 45,6	β Ecreviss.	— 7. 14. 17,3 : ☾	— 0. 48. 16 : J	15. 28. 37	4. 4. 10 : B	— 0. 42	[illegible]
[illegible]	[illegible]. 33. 32,7	α Orion.	— 5. 10. 16,9 : ☾	— 0. 6. 41 : J	10. 55. 8	4. 5. 28 : B	— 0. 51	[illegible]
	" " "	γ Orion.	— 4. 40. 25,9 : ☾	+ 1. 5. [illegible] : J				
Fév. [illegible]	[illegible]. 17. 54,5	ι Taureau.	— 3. 29. 5,9 : ☾	52. 37. 43 : J	23. 30. 3	3. 21. 38 : A	— 0. 37	[illegible]
	[illegible]. 4. 12,9	α Taureau.	— 2. 11. 49,0 : ☾	— 0. 53. 57 : J	36. 20. 36	2. 24. 58 : B	— 1 [illegible]	[illegible]
	7. 52. 4,6	ι Taureau.	+ 0. 13. 56,8 : ☾	— 0. 12. 42 : J	77. 28. 43	1. 6. 23 : A	— 1. [illegible]	[illegible]
			d	d				
[illegible]	8. 43. 47,9	α Taureau.	+ 1. 43. 49,5 : ☾	62. 6. 55 : S	92. 7. 55	2. 18. 30 : A	— 1. 2[illegible]	[illegible]
Mars [illegible]	10. 23. 44,6	ζ Hydre.	+ 1. 1. 53,5 : ☾	+ 0. 20. 43 : J	146. 20. 14	5. 0. 16 : A	— 1. [illegible]	[illegible]
31	3. 41. 10,2	γ Ecreviss.	— 4. 7. 33,5 : ☾	61. 20. 50 : J	67. 39. 25	0. 44. 14 : A	— 0. 1	[illegible]
Avril [illegible]	7. 24. 19,0	*Regulus.*	— 1. 35. 44,5 : ☾	+ 1. 22. 15 : S	124. 22. 44	4. 39. 53 : A	— 0. 11	[illegible]
[illegible]	11. 54. 44,2	α Vierge.	— 0. 3. 36,3 : ☾	29. 31. 47 : S	200. 43. 18	3. 12. 6 : A	— 0. [illegible]	[illegible]
10	12. 52. 23,5	γ Corbeau.	+ 2. 6. 37 : ☽	— 0. 9. 34 : J	215. 43. 20	2. 2. 27 : A	— 0. 1	[illegible]
1[illegible]	16. 31. 59,3	ε Corbeau.	+ 6. 6. 32 : ☽	+ 0. 10. 28 : S	271. 21. 36	2. 48. 10 : B	— 0. [illegible]	[illegible]
	" " "	μ Sagittaire.	+ 0. 5. 40,5 : ☽	19. 55. 58 : S				
Mai 8	11. 55. 44,7	γ Corbeau.	+ 2. 55. 13,1 : ☽	— 1. 25. 31 : S	223. 20. 28	1. 22. 30 : A	+ 0. 3[illegible]	[illegible]
	" " "	δ Corbeau.	+ 2. 21. 15,7 : ☽	23. 24. 55 : S				
9	12. 33. 44,8	γ Corbeau.	+ 3. 37. 5,5 : ☽	20. 18. 7 : J	237. 41. 20	0. 4. 20 : A	+ 0. 47	— 0. [illegible]
	" " "	ι Scorpion.	— 0. 17. 3,0 : ☾	— 2. 0. 7 : J				
10	[illegible]3. 29. 23,1	δ Scorpion.	+ 0. 54. 18,3 : ☽	18. 58. 26 : J	251. 40. 40	1. 11. 59 : B	— 0. 8	[illegible]
	" " "	γ Scorpion.	+ 0. 42. 27,8 : ☽	— 3. 19. 38 : J				
11	14. 23. 48,7	γ Corbeau.	+ 5. 34. 57,0 : ☽	— 5. 14. 28 : S	265. 16. 59	2. 22. 46 : B	— 1. 18	[illegible]
	" " "	δ Corbeau.	+ 5. 21. 0,0 : ☽	19. 34. 58 : S				
1[illegible]	5. 16. 5,0	γ Corbeau.	+ 6. 31. 8,5 : ☽	20. 47. 43 : S	278. 31. 7	3. 24. 18 : B	+ 0. 30	[illegible]
18	9. 42. 48,2	α Vierge.	+ 11. 17. 24,0 : ☽	+ 0. 46. 55 : S	333. 12. 19	4. 40. 4 : B	— 0. 25	[illegible]
Juin [illegible]	10. 18. 30,8	δ Scorpion.	— 0. 37. 31,0 : ☾	— 0. 14. 40 : S	231. 47. 15	0. 57. 5 : A	+ 0. 29	[illegible]
7	12. 9. 5[illegible],2	*Idem.*	+ 1. 22. 6,[illegible] : ☽	" " "	259. 23. 27	1. 52. 55 : B	+ 0. 4[illegible]	+ 0. [illegible]
	" " "	γ Scorpion.	+ 1. 27. 23,2 : ☽	19. 24. 39 : S				
	" " "	ι Scorpion.	+ 1. 15. 33,0 : ☽	" " "				

[illegible]	Temps vrai.	Étoile comparée.	Différences dans le méridien.		Lieux observés de la Lune.		Erreur des Tables.	
			des passages.	des hauteurs.	Longitude.	Latitude.	En long.	En latit.
	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
Juin 12	16. 10. 56,0	ζ Ophiucus.	+ 5. 11. 31,0 : ☽	0. 53. 4 : S	323. 39. 58	5. 9. 24 : B	+ 0. 48	— 0. 26
13	16. 52. 50,1	ξ Serpent.	+ [illegible]. 5[illegible]. 1,7 : ☽	— 1. 20. 40 : S	335. 55. 58	5. 10. 2 : B	— 0. 7	— 0. 58
	" " "	λ Antinous.	+ 3. 25. 30,7 : ☽	36. 10. 50 : S				
1[illegible]	17. 34. 6,7	ι Ophiucus.	+ 7. 5. 12,9 : ☽	+ 2. 32. 17 : S	348. 9. 26	4. 55. 17 : B	+ 0. 4	+ 0. 12
1[illegible]	18. 15. 36,5	γ Ophiucus.	+ 6. 17. 4,5 : ☽	+ 1. 1. 54 : S	0. 25. 34	4. 25. 30 : B	0. 0	— 0. 18
[illegible]	8. 7. 48,0	ε Scorpion.	— 0. 56. 34,7 : ☾	+ 0. 41. 44 : S	227. 9. 50	0. 57. 31 : A	+ 0. 35	— 0. 17
	" " "	ι Scorpion.	— 1. 3. 7,2 : ☾	22. 41. 3 : S				
[illegible]	9. 1. 11,0	δ Scorpion.	+ 0. 0. 54,0 : ☾	— 1. 30. 10 : S	240. 54. 24	0. 16. 56 : A	+ 0. 5	— 0. 11
		ι Scorpion.	— 0. 5. 38,8 : ☾	20. 29. 9 : S				
[illegible]	11. 38. 57,5	β Scorpion.	+ 2. 51. 0 : ☾	— 0. 54. 55 : S	280. 48. 18	3. 30. 52 : B	— 0. 14	+ 0. 32
	" " "	ι Scorpion.	+ 2. 44. 27,4 : ☾	21. 4. 26 : S				
[illegible]	14. 1. 15,2	ζ Ophiucus.	+ 4. 53. 19,2 : ☽	— 0. 48. 1 : S	318. 50. 34	5. 2. 50 : B	+ 0. 21	— 0. 9
Août 5	11. 55. 32,6	μ Sagittaire.	+ 2. 59. 2,5 : ☾	28. 50. 40 : S	314. 25. 41	4. 54. 56 : B	— 0. 27	— 0. 1
[illegible]	12. 41. 7,7	λ Antinous.	+ 2. 54. 40,7 : ☽	— 3. 12. 25 : S	326. 49. 7	5. 0. 12 : B	+ 0. 8	+ 0. 14
[illegible]	13. 23. 18,4	ξ Serpent.	+ 4. 46. 12,7 : ☽	— 0. 29. 30 : S	339. 4. 30	4. 51. 3 : B	+ 0. 16	+ 0. 12
[illegible]	14. 46. 34,6	α Ophiucus.	+ 6. 41. 12,3 : ☽	45. 45. 10 : S	3. 28. 0	3. 53. 50 : B	+ 0. 5	— 1. 1
		β Serpent.	+ 6. 17. 3,3 :	+ 8. 13. 34 : S				
[illegible]	4. 55. 6,1	μ Sagittaire.	— 2. 42. 57,2 : ☾	22. 10. 38 : S	232. 10. 10	0. 3. 49 : A	— 0. 10	— 0. 13
[illegible]	5. 9. 43,8	Idem.	— 1. 44. 42,3 : ☾	+ 0. 15. 28 : S	246. 0. 43	1. 8. 42 : B	+ 0. 4	— 0. 15
1[illegible]	6. 43. 27,5	Idem.	— 0. 47. 21,3 : ☾	19. 47. 20 : S	259. 26. 38	2. 15. 39 : B	+ 0. 0	— 0. 1
[illegible]	7. 35. 41,0	Idem.	+ 0. 8. 29,3 : ☾	20. 22. 28 : S	272. 31. 20	3. 3. 37 : B	— 0. 1	— 0. 38
Sept. 4	12. 8. 50,4	θ Antinous.	+ 3. 4. 2,2 : ☾	39. 57. 25 : S	347. 14. 53	4. 33. 4 : B	— 0. 23	+ 0. 35
	" " "	λ Antinous.	+ 4. 9. 13,2 : ☾	+ 3. 53. 2 : S				
7	14. 18. 36,8	γ Aigle.	+ 5. 49. 1,5 : ☽	+ 1. 3. 32 : S	25. 58. 58	2. 20. 19 : B	+ 0. 37	+ 0. 37
[illegible]	15. 4. 4,8	α Dauph.	+ 5. 44. 36,7 : ☽	— 0. 32. 48 : S	36. 22. 55	1. 19. 7 : B	0. 0	+ 0. 11
		γ Aigle.	+ 6. 38. 4,8 : ☽	55. 48. 50 : S				
2[illegible]	5. 39. 8,2	ο Sagittaire.	— 1. 1. 40,5 : ☾	+ 1. 5. 41 : S	267. 57. 43	3. 7. 43 : B	— 0. 57	— 0. 2[illegible]
2[illegible]	6. 30. 53,4	ζ Verseau.	— 4. 17. 2,0 : ☾	21. 3. 19 : J	281. 4. 46	3. 58. 57 : B	— 0. 26	— 0 [illegible]
25	8. 6. 40,1	α² Capric.	+ 0. 22. 31,7 : ☾	26. 16. 50 : J	306. 23. 40	4. 59. 37 : B	— 1. 7	+ 0. 7
	" " "	δ Verseau.	— 2. 14. 9,5 : ☾	+ 2. 0. 44 : J				
Oct. 1	10. 16. 24,3	θ Antinous.	+ 2. 48. 58,3 : ☾	— 1. 41. 42 : J	343. 13. 22	4. 44. 1 : B	— 0. 26	+ 0. 5
[illegible]	12. 26. 16,3	γ Aigle.	+ 5. 33. 49,0 : ☽	— 0. 13. 20 : S	20. 1. 32	2. 34. 18 : B	— 0. 56	— 0. 39
N[illegible] 2[illegible]	6. 11. 34,4	β Verseau.	+ 0. 54. 56,7 : ☾	+ 0. 12. 44 : J	334. 1. 45	5. 6. 1 : B	— 0. 59	— 0. 21
	" " "	ζ Verseau.	— 0. 48. 4,2 : ☾	34. 55. 1 : J				
[illegible]	7. 24. 28,5	λ Taureau.	— 2. 0. 2,5 : ☾	+ 0. 22. 4 : J	30. 7. 23	1. 36. 37 : A	— 1. 21	— 0. 55
[illegible]	[illegible]	β Bélier.	[illegible]	[illegible] : J	[illegible]	[illegible] : A	[illegible]	[illegible]

Nota. Dans la quatrième colonne, ☾ désigne que la différence [illegible] passage a été

Occultations d'étoiles par la Lune.

ÉTOILES ÉCLIPSÉES.	JOURS.	TEMPS VRAI.	CIRCONSTANCES.
		H. M. S.	
ι Balance.	2 Juillet.	9. 7. 7,4	Immersion dans le bord obscur.
α^1 du Cancer. . .	15 Sept. .	15. 35. 36,7	Immersion dans le bord éclairé,
Idem.	*Idem*. . . .	16. 34. 17,5	Emersion du bord obscur.
Cancer.	9 Nov. .	12. 34. 47,6	Emersion du bord obscur.
μ^2 Sagittaire . . .	19 Nov. .	5. 16. 39,3	Immersion dans le bord obscur.

PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL, *du 5 novembre* 1789.

On n'a pu apercevoir le Soleil au travers des nuages que lorsque Mercure étoit déja presqu'à moitié entré sur son disque.

On a estimé l'entrée du centre de Mercure sur le bord du disque du Soleil à. . . . . 1h 17′ 56″,8, temps vrai.

Contact intérieur, ou détachement des bords de Mercure et du Soleil, à. 1. 19. 5,8

Le ciel étoit très-beau au moment de ce contact; il s'est ensuite fréquemment obscurci, et vers $4^h \frac{1}{2}$ le Soleil s'est entièrement plongé dans les nuages.

---

prise entre l'étoile et le bord occidental de la Lune. ☽ désigne que cette différence a été prise entre l'étoile et le bord oriental. Dans la cinquième colonne, *I* désigne que c'est le bord *inférieur* de la Lune dont on a pris la différence de hauteur avec l'étoile; et *S* désigne que c'est le bord *supérieur*. *Voyez pour le surplus la note de l'extrait de* 1787, *page* 136.

Table du mouvement de la pendule pour la réduction en degrés.

	Anticip. des fixes.		Anticip. des fixes.		Anticip. des fixes.
Janvier. 1		Mai. 1	3' 56",0	Octobre. 1	3' 55",0
	3' 54",0.	15		Novemb. 1	
7	3. 58, 0.	18.	3. 55,4	Décembre. 1	3. 54,6.
28					3. 54,5.
Nouv. pendule.		Juin. 1	3. 56,0	21	
	3. 55, 5.				3. 54 0.
		Juillet. 1	3. 56 0	Janvier. 1	
Février. 1	3. 55, 6.				
		Août. 1	3. 55,8	L'excellente pendule dont on voit ici la marche suivie et vérifiée sans cesse, et par les observations du Soleil et par celles des Étoiles, est de M. Ferdinand Berthoud.	
Mars. 1	3. 55, 2.				
Avril. 1	3. 55, 5.	Septemb. 1	3. 55.5		
1		15	3. 55 -		
	3. 55, 1.	Octob. 1	3. 55,5		
Mai. 1					

Éclipses des satellites de Jupiter.

PREMIER SATELLITE.			
MOIS et JOURS.	TEMPS VRAI.		CIRCONSTANCES.
1749.	H. M. S.		
Janvier. 6	8. 41. 28.	Immersion	douteux de 10 secondes.
22	9. 9. 46.	Émersion	assez beau temps.
31	5. 30. 27.	Émersion	beau temps.
Février. 12	14. 50. 6.	Émersion	très-beau.
Mars. 9	9. 35. 17.	Émersion	très-beau.
25	7. 58. 29.	Émersion	assez beau.
Mai. 10	8. 35. 49.	Émersion	très-beau temps.
Déc.. 24	13. 37. 51.	Immersion.	très-beau.

DEUXIÈME

MOIS et [illegible]	TEMPS VRAI.				CIRCONSTANCES.
DEUXIÈME SATELLITE.					
	H.	M.	S.		
Janvier. 4	9.	16.	59.	Immersion.	temps peu favorable.
22	6.	35.	42.	Émersion	vapeurs.
Février. 5	11.	48.	29.	Émersion	temps peu favorable.
12	14.	25.	55.	Émersion	assez beau temps.
Mai. 5	8.	55.	47.	Émersion	beau temps.
12	11.	35.	13.	Émersion	temps peu favorable.
Octob 15	17.	36.	8.	Immersion.	temps favorable.
Nov. 9	14.	53.	18.	Immersion.	nuages.
TROISIÈME SATELLITE.					
Mars. 29	8.	30.	24.	Émersion	temps peu favorable.
Mai. 11	8.	36.	12.	Émersion	temps favorable.
18	9.	5.	2.	Immersion.	beau temps.
Déc. 26	12.	19.	58.	Immersion.	douteux.
	15.	49.	44.	Émersion	douteux.
QUATRIÈME SATELLITE.					
[illegible]	11.	[illegible]	[illegible]	Émersion	assez beau temps.
[illegible] 1	[illegible]	[illegible]	8.	Immersion.	temps très-favorable.

PHASES DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Disparition du mois de mai.

Le 1.er mai, à $5^h\frac{3}{4}$ du matin, le crépuscule empêche de distinguer si l'anneau est encore visible; Saturne paroît ovale.

Le 2 et le 3, temps couvert.

Le 4, à $3^h\frac{1}{2}$, on ne peut appercevoir Saturne qu'au travers des nuages.

Le 5 couvert : le 6 à $3^h\frac{1}{2}$ du matin, Saturne est encore dans les vapeurs de l'horizon ; on le suit et on l'observe à mesure qu'il s'en dégage, mais alors le crépuscule augmente. On n'a pu, pendant trois quarts d'heure qu'on l'a observé attentivement, y découvrir la moindre trace de l'anneau, dont on peut par conséquent fixer la disparition au plus tard au 5 mai.

Réapparition du mois d'août.

Depuis le 22 août on observe tous les jours Saturne dans le méridien, et on n'apperçoit son anneau que le 29 vers les 11 heures du soir : à la vérité il est déjà très-vif et très-net ; ce sont deux lignes de lumières non interrompues depuis le corps de la planète, mais plus vives vers les extrémités ; ce qui fait penser que si dès la veille on n'a pas aperçu déja cet anneau, cela a pu tenir à quelque circonstance particulière. En effet, M. Méchain a observé la réapparition le 28.

Disparition du mois d'octobre.

Le 7 octobre, les anses de Saturne sont déjà très-foibles : le 8 et le 9 temps couvert : le 10, on soupçonne de temps en temps l'anneau.

Le 11 octobre, sur les 9 heures du soir, on observe Saturne avec deux différentes lunettes achromatiques de 42 lignes d'ouverture et de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, ainsi qu'avec le grand télescope de 6 pieds, dont on varie les grossissemens, et on n'apperçoit aucune apparence d'anse. Les quatre jours suivans, temps couvert.

Déclinaison moyenne des principales étoiles au premier janvier 1788, d'après les observations faites à l'Observatoire royal de Paris, depuis 1778 jusqu'en 1790, avec un quart-de-cercle mobile de 6 pieds.

J'ai donné, dans l'extrait de l'année 1787, la déclinaison d'un certain nombre d'étoiles, déduite de nos observations en 1785, 1786 et 1787. Ces mêmes observations, répétées en 1788 et 1789, étendues à un plus grand nombre d'étoiles, nous ont procuré le catalogue suivant, dont nous offrons les résultats avec d'autant plus de confiance, que nous avons fait encore concourir à leur vérification un grand nombre d'observations faites pendant sept autres années antérieures à 1785, c'est-à-dire, depuis 1778. J'ose me flatter que ce travail, l'un des plus considérables et des plus soignés que l'on ait fait sur la déclinaison des étoiles, sera agréable aux astronomes.

ÉTOILES.	DÉCLINAISON moyenne au 1er Janv. 1788.			ÉTOILES.	DÉCLINAISON moyenne au 1er Janv. 1788.		
	D.	M.	S.		D.	M.	S.
Alcione	23.	26.	11 : *B*				
Aldebaran	16.	4.	5 : *B*	α		α	
Antarès	25.	56.	53 : *B*	Cigne	44.	31.	50 : *B*
Arcturus	20.	17.	34 : *A*	Corbeau	23.	32.	49 : *A*
Atlas	23.	23.	53 : *B*	Coupe	17.	10.	22 : *A*
Electre	23.	26.	2 : *B*	Couronne	27.	26.	18 : *B*
Polaire	88.	10.	40 : *B*	Dauphin	15.	10.	21 : *B*
Procion	5.	45.	19 : *B*	Écrevisse	12.	40.	8 : *B*
Regulus	12.	59.	50 : *B*	Flèche	17.	32.	15 : *B*
Sirius	16.	26.	15 : *A*	Gemeaux	32.	20.	17 : *B*
				Hercule	14.	38.	[illegible]
α		α		Hydre	7.	44.	[illegible]
Aigle	8.	19.	16 : *A*	Lièvre	17.	59.	[illegible]
Andromède	27.	55.	14 : *B*	Lien. Poiss.	1.	44.	7 : *B*
Balance	15.	8.	55 : *B*	Lyre	38.	35.	44 : *B*
Baleine *	3.	14.	53 : *B*	Orion	7.	21.	10 : *B*
Belier	22.	27.	6 : *B*	*Ophiucus*	12.	47.	32 : *B*
Capricorne	13.	9.	4 : *A*	Pégase	14.	3.	58 : *B*
	13.	11.	21 : *A*	Serpent	7.	6.	18 : *B*

Suite de la *Table de déclinaison, etc.*

ÉTOILES.	Déclinaison moyenne au 1.er Janv. 1788.	ÉTOILES.	Déclinaison moyenne au 1.er Janv. 1788.
	D. M. S.		D. M. S.
α	α	γ	γ
Verseau	1. 20. 32 : A	Ecrevisse*	22. 15. 10 : B
Vierge	10. 2. 53 : A	Eridan	1[illegible]. 7. 14 : A
β	β	Gémeaux	1[illegible]. [illegible]. 54 : B
Aigle	5. 53. 18 : B	Hercule	19. [illegible]. 41 : B
Balance	8. 35. 28 : A	Liévre	22. 51. 40 : A
Baleine	19. 9. 7 : A	Lion	20. 54. 27 : B
Bélier	19. [illegible]. 54 : B	*Ophiucus*	2. 48. 6 : B
Bouvier*	41. 14. [illegible] : B	Pégase*	14. 0. 15 : B
Capricorne*	15. [illegible]. 18 : A	Scorpion	24. 26. 14 : A
grand Chien	17. 51. 41 : A	Serpent	16. 21. 52 : B
petit Chien	8. 42. 9 : B	Taureau*	15. 6. 8 : B
Cigne	27. 51. 26 : B	Verseau	2. 27. 5 : A
[illegible]	[illegible]	Vierge*	0. 17. 6 : A
Dauphin*	13. 52. 6 : B	δ	
Eridan	5. [illegible]. 21 : A	Aigle	2. 42. 19 : B
Hercule	21. [illegible]. 45 : B	Baleine*	0. 35. 50 : A
Lion	15. [illegible]. [illegible] : B	Capricorne	17. [illegible]. 52 : A
Ophiucus	[illegible]. [illegible]. 9 : B	grand Chien*	2[illegible]. 4. 8 : A
Pégase*	[illegible]. [illegible]. 7 : B	Corbeau	15. 20. 5 : A
Scorpion*	19. [illegible]. 40 : A	Ecrevisse	18. [illegible]. 21 : B
Serpent*	16. 3. 42 : B	Eridan	10. [illegible]. [illegible] : A
Taureau*	28. [illegible]. [illegible] : B	Flèche*	18. 1. [illegible] : B
Verseau*	[illegible]. [illegible]. 12 : A	Gémeaux	[illegible]. 21. [illegible] : B
Vierge*	2. [illegible]. 55 : B	Hercule	[illegible]. 5. [illegible] : B
γ	γ	Hydre*	6. [illegible]. 36 : B
Aigle	10. 6. 28 : B	Lion	21. [illegible]. 54 : B
Balance	14. 4. 10 : A	*Ophiucus**	[illegible]. 8. 11 : A
Baleine*	2. 20. 8 : B	Orion*	0. 27. 57 : A
Bélier	18. 14. 52 : B	Scorpion	[illegible]. 0. 19 : A
Capricorne	17. 36. [illegible] : A	Persée*	[illegible]. 5. 46 : B
grand Chien*	15. 20. 10 : A	Serpent	11. 15. 27 : B
Corbeau	16. 21. [illegible] : A	Taureau*	17. 1. [illegible] : B
Dauphin	15. 22. 8 : B	Verseau	[illegible] : A
		Vierge	4. [illegible]. 9 : B

Suite de la *Table de déclinaison, etc.*

ÉTOILES.	Déclinaison moyenne au 1.er Janv. 1788. D.	M.	S.	ÉTOILES.	Déclinaison moyenne au 1.er Janv. 1788. D.	M.	S.
ε Bouvier	27.	58.	39 : *B*	ϑ *Antinoüs**	1.	26.	11 : *A*
ε grand Chien*	28.	41.	36 : *A*	θ Capricorne	18.	3.	49 : *A*
ε Corbeau*	21.	26.	31 : *A*	θ *Ophiucus*	24.	46.	24 : *A*
ε Dauphin	10.	35.	29 : *B*	θ Serpent	3.	56.	24 : *B*
ε Gémeaux	25.	19.	28 : *B*	θ Vierge	4.	24.	11 : *A*
ε Hydre	7.	11.	8 : *B*				
ε Lion	24.	44.	30 *B*	ι Orion*	6.	3.	36 : *A*
ε *Ophiucus*	4.	9.	43 : *A*	ι grande Ourse	48.	51.	48 : *B*
ε Orion*	1.	21.	0 : *A*				
ε Pégase	8.	54.	30 : *B*	λ Verseau	8.	42.	16 : *A*
ε Vierge	12.	6.	5 : *B*	λ Vierge	12.	25.	2 : *A*
ζ Aigle	13.	33.	34 : *B*	μ Lion	26.	59.	55 : *B*
ζ Bouvier	14.	38.	44 : *B*	μ Sagittaire	21.	5.	51 : *A*
ζ grand Chien	29.	58.	37 : *A*				
ζ Gémeaux	20.	51.	54 : *B*	ο Lion	10.	50.	51 : *A*
ζ Hercule	31.	59.	48 : *B*	π Sagittaire	21.	20.	44 : *A*
ζ Lion	24.	27.	58 : *B*	ρ Lion	10.	23.	31 : *B*
ζ *Ophiucus*	10.	7.	25 : *A*	σ Scorpion	25.	4.	15 : *A*
ζ Orion*	2.	4.	4 : *A*	τ Scorpion	18.	53.	46 : *A*
ζ Serpent*	3.	39.	43 : *A*	φ Verseau	7.	11.	18 : *A*
ζ Taureau	20.	59.	55 : *B*	ε Pégase	18.	5[illegible].	16 : *B*
[illegible]	0	[illegible]	[illegible]				

Les étoiles marquées de ce signe (*) sont celles qui n'ont pas été observées un aussi grand nombre de fois que les autres, et dont la détermination peut être susceptible encore de quelque petite correction.



SUPPLÉMENT.

EXTRAIT

Des principales observations faites depuis 1671 *jusqu'en* 1789, *sur les phases de l'anneau de Saturne.*

L'INTENTION où je suis, et que j'ai annoncée, d'ajouter de temps en temps à nos extraits un précis des observations les plus importantes qui ont été faites dans les années antérieures à 1785, m'a paru être agréable aux astronomes. En 1786 et 1788 j'ai déja publié, dans un supplément, les principales observations faites depuis 1767, ce qui, jusqu'à ce jour, forme une suite de vingt-deux années.

La circonstance de la disparition de l'anneau de Saturne qui vient d'avoir lieu, me détermine à donner aujourd'hui la collection des observations des phases de cet anneau, faites depuis 1671 jusqu'à la présente année : elle sera d'autant plus intéressante, que l'on y trouvera plusieurs observations qui n'ont point été publiées, et qui n'ont même été faites, à ce qu'il paroît, qu'à l'Observatoire royal ; d'autres qui ont été mal rapportées, et sur lesquelles je ferai quelques remarques importantes.

L'Académie des Sciences ayant proposé pour le sujet du Prix de 1792, *de déterminer, par les observations et par la théorie, les inégalités des satellites de Jupiter, sur-tout celles du troisième, etc.*, j'ai cru faire aussi une chose utile et agréable pour les Savans qui voudront concourir à ce Prix, en publiant ici une suite nombreuse d'observations du troisième satellite de Jupiter. Sans la crainte de passer les bornes qui me sont prescrites, j'aurois donné la même suite pour les autres satellites. On la trouvera dans les prochains extraits.

PARAGRAPHE PREMIER.

Phases de l'anneau de Saturne, observées à l'Observatoire royal de Paris, depuis l'année 1671.

Dominique Cassini ne s'établit à l'Observatoire et n'y commença ses observations que le 14 septembre 1671. Nous ne rapporterons donc point la première disparition de l'anneau qu'il observa à la fin de mai, et la première réapparition qu'il vit le 14 août de cette même année, mais qui ne doivent point se trouver, et ne se trouvent point en effet, dans les registres de l'Observatoire.

Phases de 1671 *dans le nœud austral.*

SECONDE DISPARITION.

[illegible]	27.	Les anses de Saturne très-courtes.
	[illegible]4.	Les anses très-étroites, obscures et courtes.
	26.	Les anses étroites, courtes et *couleur de cuivre*.
	28.	Les anses très-foibles et obscures.
Octob.	6.	Les anses obscures.
	7.	Les anses extrêmement foibles.
	11.	Les anses terminées et courtes.
	12.	Les anses extrêmement minces et très-difficiles à distinguer.
	22.	Les anses assez longues, quoique minces.
	26.	Les anses très-foibles.
Nov.	1.	Les anses très-foibles.
	6.	Les anses très-minces.
	17.	Les anses très-foibles ; les variations de l'atmosphere les font paroître tantôt longues, tantôt courtes. On a remarqué sur le disque de Saturne une ligne ou *bande obscure*, dans le plan de l'anneau.
Nov.	20.	Les anses extrêmement minces et *couleur de safran*, l'anse orientale, moins apparente que l'occidentale, sembloit détachée du disque de Saturne, probablement par l'effet de l'ombre portée par le corps de la planète.
	23.	Les anses très-minces et *violettes*. Même bande sur le disque de Saturne que le 17.
[illegible]	8.	Saturne *presque rond* ; on apperçoit quelquefois un petit vestige d'anse.
	[illegible].	Saturne *sans anses*.
	[illegible].	Saturne *sans anses*.

Nota. 1°. Il m'a paru intéressant de rapporter les observations faites pendant les mois de septembre, octobre et novembre; elles montrent que depuis la réapparition qui avoit dû avoir lieu vers le 22 juillet, mais que M. Cassini n'avoit constatée que le 15 août, jusqu'à la seconde disparition du mois de décembre, les anses avoient toujours été très-foibles: voilà pourquoi M. Huygens (*Mém. Acad. tome X, pag.* 537) dit que dès le [illegible] novembre les bras de Saturne étoient si obscurs, qu'il [illegible] en doute s'ils paroissoient encore. 2°. Je n'ai jamais pu expliquer la contradiction qui se trouve entre le relevé des registres de l'Observatoire et deux passages d'auteurs célèbres, MM. Huygens et Maraldi, qui disent positivement, l'un dans l'endroit déjà cité ci-dessus, l'autre dans les Mémoires de l'Académie, *année* 1715, *pag.* 16, que M. Cassini observa la phase ronde de Saturne le 13 de décembre. D'après ces autorités, M. du Séjour (*Essai sur les Phénomènes*, *pag.* 370) dit que cette observation du 13 décembre est la seule à laquelle on doive s'arrêter; qu'elle mérite que l'on y fasse la plus grande attention. Malheureusement cette observation n'existe point; Saturne n'a point été observé dans l'intervalle du 8 au 16 décembre; les registres attestent même que le 13 il y eut des nuages toute la journée, ainsi que le 12 et le 14. D'ailleurs, la plus grande autorité sur cet article, est sans doute celle de M. Cassini lui-même, qui, dans son ouvrage, intitulé *Découverte de deux nouvelles planètes autour de Saturne*, dit formellement que c'est le 16 décembre qu'il a vu la phase ronde de Saturne, et cela est conforme au relevé des registres que nous venons de rapporter. 3°. M. Cassini n'ayant pu appercevoir Saturne dans l'intervalle du 8 au 16 décembre, et le 8 l'ayant jugé *presque rond*, à cela près d'un *petit vestige d'anse*, qui se manifestoit *quelquefois*, il résulte de tout cela que cette observation est incomplète et laisse une véritable incertitude sur le vrai moment de la disparition de l'anneau, qu'on peut regarder cependant comme très-prochain de l'époque du 8 décembre. 4°. La seconde réapparition du mois de février 1672 n'a pu être visible, Saturne alors se trouvant plongé dans les rayons du Soleil. M. Cassini l'a suivi jusqu'au 21 janvier, où il le vit encore *sans anses*; et le 4 juin, première fois où il l'observa après sa sortie des rayons du Soleil, il remarqua que ses anses étoient *plus grandes qu'en* 1671.

Phases de 1685 *dans le nœud boréal.*

La disparition qui a dû avoir lieu le 21 août, et la réapparition le 4 septembre, n'ont pu être observées, parce que Saturne étoit plongé alors dans les rayons du Soleil. Les observations les plus proches de ces deux époques, que l'on trouve dans les registres, sont, l'une du 10 juillet, à $9^h \frac{1}{2}$ du soir, où M. Cassini observa Saturne, et donna sa configuration avec un de ses satellites; il marque son anneau comme très-foible; l'autre, du 11 octobre, à $5^h \frac{1}{2}$ du matin: Saturne y est figuré avec ses anses très-distinctes, et à côté est écrit: *les anses étoient plus apparentes qu'à son immersion dans les rayons du Soleil.*

Phases

Phases de 1701 dans le nœud austral.

Selon la théorie, il a dû y avoir cette année une disparition le 24 mars, une réapparition le 22 mai, et enfin, dit M. du Séjour (*Essai sur les phénomènes*, *pag.* 149), *une grande diminution de lumière* des anses de Saturne, ou peut-être même *une disparition totale* qui a dû avoir lieu vers le 20 novembre 1701. Or, voici les renseignemens que je puis donner à ce sujet, et qui, jusqu'à ce jour, étoient restés ignorés.

Saturne étoit plongé dans les rayons du Soleil au mois de mars, et l'on ne trouve même dans les registres de l'Observatoire aucune observation de cette planète en 1701, avant le 20 juillet, où l'on a seulement dessiné une configuration de Saturne avec ses anses; ainsi l'on ne peut rien statuer sur la disparition et la réapparition de cette année; mais quant à la grande diminution de lumière dont il est fait mention ci-dessus, dans le mois de novembre, voici ce que présente de très-curieux l'examen de nos registres relativement à cet objet.

Saturne a été fort exactement suivi pendant ce mois: Dominique Cassini et son fils paroissoient s'occuper alors de la rectification de la théorie des satellites, dont on trouve les configurations avec la planète principale et celle de l'anneau, le 1, 2, 3, 7, 10, 11, 19 et 25 novembre. Or, il est à remarquer que chacun de ces jours l'anneau n'est figuré que par une simple ligne ou trait de plume fort léger; mais ce qui ne laisse aucun doute, c'est qu'au-dessous de la configuration du 7 novembre, prise à $10^h 45'$ du soir, sont écrits, de la propre main de Dominique Cassini, ces mots: *il ne reste qu'un foible rayon pour les anses de Saturne.* Le 10, la configuration marquée pour $7^h \frac{1}{4}$ du soir, présente, pour les anses, un foible trait de plume, et pour le 11 un plus foible encore; enfin dans la configuration du 25 novembre, Saturne y est marqué rond, traversé seulement par une petite ligne ponctuée, et qui ne déborde le globe que d'un point,

et seulement comme le plus foible vestige de la seule anse occidentale. Si l'on ajoute à cela que passé cette époque du 25 novembre, on ne trouve plus aucune observation de Saturne jusqu'au 20 décembre suivant, on est presque tenté de croire que la disparition totale, soupçonnée par M. du Séjour, a eu lieu ; et nous oserions même l'affirmer sans cette considération, que si effectivement l'anneau eût totalement disparu, M. Cassini, qui avoit si bien suivi et exprimé par écrit la grande diminution des anses, n'auroit pas manqué sans doute de faire une mention positive de leur disparition totale ; il eût marqué plusieurs fois Saturne rond. Nous ne pouvons donc conclure autre chose de son silence absolu sur Saturne pendant 25 jours, sinon que le mauvais temps, dans cet intervalle, l'a empêché de l'observer ; mais, ce qui est à remarquer, c'est que dans la configuration qu'il en donne pour le 20 décembre suivant, à $5^h\ 50'$ du soir, l'anneau y est fortement exprimé.

Je me suis étendu avec d'autant plus de détail sur cette observation, que M. du Séjour, dans son excellent ouvrage, *p.* 149, a dit, en parlant de cette diminution de l'anneau : *cette circonstance singulière eût été très-importante à constater, on ne peut trop regretter que cette observation n'ait pas été faite.* Il n'y a donc plus lieu aux regrets, l'observation a été soigneusement faite ; et en confirmant complètement la théorie de M. du Séjour, elle fait également honneur et au savant Géomètre et au vigilant Astronome, à qui, dans le cours d'une longue carrière, il est difficile de pouvoir reprocher d'avoir laissé échapper un seul phénomène astronomique. S'il est un reproche que peut-être on pût lui faire, ce seroit de n'avoir publié qu'une très-petite partie de ces observations nombreuses et curieuses, répandues dans ses registres ; mais c'est à sa modestie qu'il faut s'en prendre. M. Cassini attachoit peu d'importance à des remarques, à des observations qu'il croyoit que tous les autres Astronomes faisoient ou pouvoient faire comme lui. Quoi qu'il en soit, j'ai depuis long-temps entrepris de réparer ses torts à cet égard, s'il en eût, et je travaille sans

relâche à remplir l'engagement public que j'ai pris sur cela, et dont, en ce moment, je m'acquitte déja partiellement.

Phases de 1714 et 1715 dans le nœud boréal.

Première disparition.

Octob. 1. L'anneau de Saturne sensiblement plus étroit que les jours précédens.

5. Saturne avec ses deux anses, qui sont foibles.

7. On voyoit Saturne avec ses anses fort petites.

9. On voit les anses de Saturne encore assez distinctement, quoique très-minces : l'anse à droite paroît un peu ouverte.

12. Saturne, avec la lunette de 34 pieds, paroissoit avec une seule anse à gauche. L'anse à droite, ou orientale, que l'on avoit observée les 3, 5, 7 et 9 plus [illegible]ge que l'orientale, étoit [illegible]aru ce matin. Un second observateur croit cependant appercevoir encore à droite un vestige d'anse fort foible.

Octob. 13. Depuis 5h jusqu'à 5h $\frac{1}{2}$ du matin, on voit Saturne de temps en temps, parmi quelques ouvertures de nuages : les anses étoient presque insensibles.

14. Saturne ayant paru pendant une demi-heure dans une ouverture de nuages bien claire, on n'a pas pu distinguer d'anses.

16. A 5^h du matin, Saturne, avec la grande lunette de 34 pieds, paroissoit parfaitement rond à droite : *à gauche, il sembloit y avoir encore un reste d'anse fort court.*

20. Saturne étoit bien clair et fort rond.

Première réapparition.

1715. Fév. 1. Configuration de Saturne sans anses ; mauvais temps jusqu'au 10.

10. A 10 heures 50′ du soir, Saturne paroît de nouveau avec les anses fort étroites et sombres.

Fév. 12, 14, 15, 16. Configuration de Satuŗne avec ses anses et plusieurs satellites.

20. Les anses paroissent plus étroites.

Seconde disparition.

Mars 18. Les anses sont fort minces avec la lunette de 34 pieds ; on les voit très-difficilement avec la lunette de 17 pieds.

21. On a de la peine à voir les anses ; on n'est pas même sûr de les avoir vus, mais il ne fait pas beau temps.

Mars 22. A 7 heures ½ du soir, le ciel s'étant découvert pour quelque temps, on ne voyoit plus d'anse à Saturne, excepté une trace foible du côté d'occident.

23. A 10 heures ½ configuration de Saturne parfaitement rond.

Seconde réapparition.

Juillet 10. Saturne sans anses.

11. Saturne sans anses.

12. Vers 9 heures du soir, Saturne commence à paroître *avec ses anses fort foibles.* ; l'anse à droite paroît à peine ; celle qui est à gauche est plus sensible.

Juillet 14. A 8 heures ½ on voyoit Saturne avec ses anses assez claires et apárentes par la lunette de 34 pieds, mais foiblement avec la lunette de 17 pieds.

16. A 8 heures ½ les anses sont sensiblement augmentées.

18. Les anses sont très-sensibles avec la lunette de 17 pieds.

Nota. Ces observations sont de Jacques-Philippe Maraldi, neveu de Dominique Cassini. M. Maraldi rendant compte lui-même de ces phases de l'anneau de Saturne qu'il avoit observé, dit (*Mémoires Acad.* 1715, *page* 12), en parlant de la première disparition du mois d'octobre : « Le 15, le ciel ayant été couvert, on ne pût observer « Saturne que le 17, auquel jour on ne vit plus aucune anse, et Saturne parut en« tièrement rond, comme on a continué de l'observer depuis ce temps-là, etc. » Il paroît cependant, par le relevé du registre écrit de la main même de M. Maraldi, que le 16, il lui sembla appercevoir encore un petit vestige d'anse ; et cette observation est d'autant plus précieuse, qu'elle s'accorde parfaitement avec la théorie, qui, selon M. du Séjour, donne cette disparition le 17 octobre. J'ai déjà consigné cette remarque dans les Mémoires de l'Académie, *année* 1774, *page* 7.

Phases de 1730 et 1731 dans le nœud austral.

Première disparition.	*Seconde disparition.*
1730. Mai 10. A trois heures du matin, Saturne vu par une lunette de 34 pieds, pa[illegible], sans anses, et on y distinguoit une ombre qui séparoit le disque en deux parties, dont la plus méridionale étoit la plus grande. Il faisoit un peu jour, joint au clair de lune.	Décemb. 2. Saturne vu avec la lunette de 34 pieds, paroissoit *rond*. 10. Saturne vu par la lunette de 34 pieds, paroissoit rond, avec une bande noire assez épaisse qui le traversoit par le milieu.
Première réapparition.	*Seconde réapparition.*
Non observée.	1731. Fév. 10. A 6 heures du soir, Saturne vu par la lunette de 34 pieds, paroissoit rond sans anses. 15. Saturne vu avec la lunette de 34 pieds, paroissoit avoir des *anses très-déliées.*

Nota. 1°. Ces observations sont de Jacques Cassini. L'on voit, par le registre, qu'obligé d'aller à Fontainebleau tracer une méridienne pour le roi, il fit une absence de plusieurs jours, et ce n'est qu'à son retour, le 10 mai, qu'il put observer Saturne, dont la phase ronde avoit déja lieu. Selon la théorie, cependant, l'anneau n'auroit dû disparoître que six jours plus tard, et peut-être M. Cassini l'auroit-il vu encore quelque temps, sans la circonstance défavorable dont il fait mention, du jour et du clair de lune. Il eût d'ailleurs été à desirer, pour rendre cette observation complette, que Saturne eût été vu dans les premiers jours de mai, avec ses anses, jusqu'au moment de leur disparition. 2°. Il paroît que le mauvais temps a empêché d'appercevoir Saturne avant le mois de décembre, mais la disparition des anses, selon la théorie, ayant dû avoir lieu dès le 10 novembre, les observations que nous rapportons ici, n'ont d'autre but que d'assurer que cette phase a eu lieu effectivement avant le mois de décembre. 3°. La seconde disparition est la phase qui a été le mieux observée : elle est intéressante, en ce qu'elle assure que la réapparition qui, selon la théorie, avoit dû avoir lieu dès le 13 février 1731, ne peut être fixée qu'entre le 10 et le 15, et tout proche même de la

dernière époque. Ces observations de 1730 et 1731 ne sont pas sans doute aussi complettes qu'on pourroit le desirer, mais elles méritoient d'autant plus d'être rapportées, que M. du Séjour (*page 155*) dit : « quoique l'année 1730 ait été favorable aux observa- « tions de l'anneau de Saturne, il ne paroît pas que les astronomes s'en soient occupés « à cette époque ». L'on voit que ce phénomène n'a pas plus échappé à MM. de Cassini que celui de 1701.

Phases de 1744 dans le nœud boréal.

La disparition qui a dû avoir lieu cette année le 25 juillet, et la réapparition le 29 août, n'ont pu être observées, parce qu'alors Saturne étoit plongé dans les rayons du Soleil, mais cette phase de l'anneau fut précédée d'une diminution de lumière, qui eut lieu en décembre 1743, et qui fut observée par M. Heinsius, le 16 décembre. Il paroît aussi qu'elle n'échappa pas à Jacques Cassini, car le 17 décembre de cette même année 1743, il observa Saturne ; malheureusement il s'est contenté de le figurer sur le registre avec des anses minces, représentées par une simple ligne droite, sans y ajouter aucune description ni circonstance.

Phases de 1760 dans le nœud austral.

Saturne étoit plongé dans les rayons du Soleil lors de la disparition du 19 mars, mais il en devoit être dégagé au temps de la réapparition qui a dû avoir lieu le 25 avril ; néanmoins il ne fut point observé à l'Observatoire royal, il ne se trouve dans le registre qu'une note de M. l'Abbé Chappe, à la date du 12 juillet, qui dit qu'avec une lunette de 19 pieds *on voyoit l'anneau de Saturne, qui devoit paroître depuis quelque temps.*



Phases de 1773 et 1774 dans le nœud boréal.

Première disparition.

1773. Septemb. 26. A 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, on apperçoit Saturne avec ses anses comme deux lignes de lumière parfaitement distinctes. L'anse orientale étoit plus continue que l'anse occidentale, laquelle paroissoit un peu séparée du corps de Saturne : on voit aussi distinctement l'ombre de l'anneau sur le disque de Saturne.

28. On voit très-bien les anses de Saturne, qui néanmoins paroissent affoiblies depuis le 26.

29. Les anses parfaitement distinctes : l'anse orientale étoit, comme le 26, plus continue que l'autre ; l'on remarquoit à son extrémité *un petit point brillant*, et deux vers l'extrémité de l'anse occidentale ; *l'ombre de l'anneau* paroissoit très-distinctement sur le disque de Saturne ; le ciel étoit si pur, le temps si favorable, que l'on a pu suivre Saturne depuis 4 heures $\frac{1}{2}$ jusqu'à près de 6 heures ; les anses ont été sensibles, malgré le crépuscule, et on ne les a perdu de vue que 15 minutes seulement avant le lever du Soleil.

30. On croit appercevoir quelque diminution dans la longueur de l'anse orientale ; l'une et l'autre sont terminées par un *point lumineux* ; celui qui est à l'extrémité de l'anse occidentale est le plus brillant.

Octob. 2. Les nuages ne permettent d'observer Saturne que vers 5 heures ; les anses paroissent foibles ; l'orientale raccourcie.

5. On ne peut appercevoir Saturne qu'un instant à travers des interstices de nuages, et l'on croit appercevoir encore ses anses.

6. Depuis 5 heures jusqu'à 6 heures on observe Saturne, mais un léger brouillard permet rarement de le voir bien terminé. Sur quatre observateurs, un seul (M. le Gentil) le juge absolument rond ; les trois autres y apperçoivent un *vestige d'anse*, particulièrement vers l'orient.

10. On a suivi Saturne depuis 4 heures $\frac{1}{2}$ jusqu'à 5 heures le temps paroissoit beau ; il y avoit cependant des vapeurs. De trois observateurs : un seul (M. l'abbé de Rochon) croit voir *un foible reste* de l'anneau très-rétréci et très-court ; les autres voient Saturne *parfaitement rond*, avec l'ombre de l'anneau qui traverse son disque.

Première réapparition.

1774. Janv. 16. A 11 heures ½ du soir on apperçoit *les anses de Saturne très-foibles*; l'orientale plus large et plus longue que l'occidentale.

[illegible] L'anse occidentale, moins large et moins longue que l'orientale, est terminée par un *petit point lumineux*, et tout proche; vers le milieu de l'anse, on apperçoit un satellite.

[illegible] Les anses très-apparentes, l'orientale toujours plus longue que l'autre.

Seconde disparition.

1774. Mars 28. Les anses de Saturne étoient encore très-apparentes, malgré le grand clair de lune.

[illegible] A 10 heures ¼ du soir les anses de Saturne étoient très-foibles, et comme un trait de lumière.

[illegible] A 10 heures du soir on distinguoit encore les anses, mais très-difficilement.

[illegible] A 10 heures du soir, par un très-beau temps, on ne voit plus *aucune apparence d'anse à Saturne*.

[illegible] A 10 heures ½ Saturne sans anses, est traversé par une bande noire, et l'on apperçoit un peu au-dessus de cette bande, c'est-à-dire vers le midi, une *tache noire oblongue*.

Avril 14. A 8 heures du soir, par un très-beau ciel, on observe attentivement Saturne: son disque paroît partagé en deux parties, l'une claire, et l'autre obscurcie par une *bande fort large*. Dans la partie claire et australe se remarquoit cette même *tache oblongue*, observée le 10, semblable à une *bande étroite* interrompue, et qui n'étoit sensible que vers le milieu du disque. Pareilles apparences le 21.

Seconde réapparition.

Le premier juillet 1774. A 9 heures du soir on apperçoit Saturne avec des *anses extrêmement foibles* et difficiles à distinguer; l'anse orientale est un peu plus sensible que l'autre, c'est un léger filet de lumière qui tient à Saturne; mais l'autre, à l'occident, en paroît un peu séparé. Le lendemain, 2 juillet, à la même heure, les deux anses se distinguent au premier coup d'œil, et l'orientale est toujours la plus sensible.

Nota. 1°. J'ai fait ces observations des phases de l'anneau de Saturne avec une lunette

achromatique

achromatique de Dollond, de 3 pieds ½ de foyer et 42 lignes d'ouverture. On trouvera les détails de la première disparition dans les Mémoires de l'Académie, *année* 1774, *page* 1; MM. le Gentil, l'abbé de Rochon et Duvaucel, s'étoient joints à moi, et nous faisions, chacun séparément, nos remarques sans nous les communiquer. M. l'abbé de Rochon fut le seul, comme on voit, qui, le 10, crut encore voir un vestige d'anses; en effet, M. Messier ne les perdit de vue que le 12. Quant aux points lumineux que nous avons apperçus sur les anses, il y a tout à croire que c'étoit des satellites de Saturne. 2°. Je ne pus observer Saturne que le 16 janvier; la réapparition avoit déjà eu lieu, et été apperçue dès le 11 par M. Messier. 3°. La seconde disparition ne laisse aucun doute pour le 4 avril; tous les astronomes se sont assez accordés pour cette époque, et c'est précisément celle annoncée par la théorie. Le même accord a eu lieu pour la seconde réapparition le premier juillet; aussi doit-on mettre ces observations de la phase ronde de Saturne au nombre des plus certaines qui ayent été faites.

PARAGRAPHE II.

Eclipses du troisième satellite de Jupiter, observées à l'Observatoire royal de Paris, depuis 1671 *jusqu'à* 1740.

ÉPOQUES.			TEMPS VRAI.			CIRCONSTANCES.
			H	′	″	
1671.	Nov.	6	14.	20.	45	Émersion douteuse, lunette 17 pieds.
1673.	Mai	4	8.	34.	17	Émersion.
		11	10.	17.	50	Immersion.
			12.	33.	11	Émersion.
		17	13	57.	12	Immersion.
		18	10.	17.	37	Immersion.
1678.	Nov.	22	8.	46.	40	Immersion.
			11.	26.	40	Émersion.
1680.	Janv.	26	10.	3.	25	Immersion.
1681.	Août	14	14.	14.	54	Immersion.
	Nov.	8	14.	17.	18	Immersion.
		15	18.	13.	49	Immersion.
1682.	Janv.	26	12.	59.	25	Émersion.
1683.	Janv.	5	8.	50.	0	Émersion, lunette 21 pieds.
	Fév.	10	8.	5.	8	Émersion douteuse, lunette 21 pieds.

ÉPOQUES.			TEMPS VRAI.			CIRCONSTANCES.
			H.			
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion, lunette 26 pieds.
	[illegible]			[illegible]	6	Emersion.
	Oct.	19	6.	[illegible]	15	Immersion, lunette 26 pieds.
			6.	55.	15	lunette 34 pieds.
1689.	Sept.	28	7.	0.	4	Immersion, lunette 34 pieds.
			10.	25.	0	Emersion, lunette 34 pieds.
1690.	Sept.	21	13.	25.	0	Immersion.
1691.	Fév.	19	7.	20.	38	Emersion, douteuse.
	Nov.	4	5.	17.	15	Emersion.
		11	12.	15.	55	Emersion.
	Déc.	17	6.	5.	4	Immersion.
			8.	11.	47	Emersion.
		24	10.	1.	3	Immersion, lunette 17 pieds.
			12.	8.	[illegible]	Emersion.
1692.	Fév.	14	6.	8.	20	Immersion.
			8.	56.	27	Emersion.
	Avril	3	6.	16.	41	Emersion.
1693.	Fév.	6	12.	55.	40	Emersion, lunette [illegible] pieds.
	Mars	20	9.	30.	55	Immersion.
			13.	4.	11	Emersion.
	Mars	27	13.	37.	21	Immersion.
	Sept.	22	17.	26.	54	Immersion.
1695.	Avril	4	8.	1.	35	Emersion, lunette 18 pieds.
		11	8.	30.	15	Immersion, lunette 18 pieds.
			12.	2.	57	[illegible]
1696.	Fév.	15	11.	6.	[illegible]	[illegible]
	Mai	9	11.	10.	30	Immersion [illegible]

EPOQUES.			TEMPS VRAI.			CIRCONSTANCES.
			H.	M.	S.	
1697.	Mars	13	13.	44.	56	Immersion.
	Mai	24	8.	2.	2	Emersion, lunette 34 pieds.
		31	9.	42.	42	Immersion, lunette 34 pieds.
			11.	59.	54	Emersion, lunette 34 pieds.
	Juil.	13	9.	31.	35	Immersion, lunette 34 pieds.
1698.	Fév.	20	14.	35.	12	Emersion.
	Avril	4	12.	20.	37	Immersion.
			14.	29.	0	Emersion.
	Juin	29	12.	0.	54	Immersion.
1699.	Mars	21	15.	3.	39	Immersion.
	Mai	3	15.	0.	38	Immersion.
1700.	Sept.	24	10.	19.	52	Immersion.
1702.	Déc.	6	4.	53.	52	Emersion.
			7.	26.	52	Immersion.
1703.	Août	28	11.	57.	50	Emersion.
	Oct.	10	10.	10.	10	Immersion, lunette 18 pieds.
			12.	16.	34	Emersion.
		17	14.	12.	11	Immersion.
1704.	Janv.	4	10.	42	7	Immersion, lunette 18 pieds.
			12.	10.	49	Emersion.
	Fév.	9	6.	2.	55	Immersion, lunette 17 pieds.
			8	9.	37	Emersion.
	Nov.	9	14.	38.	18	Immersion, lunette 17 pieds.
1705.	Janv.	25	10.	6.	14	Immersion, lunette 17 pieds.
			12.	53.	32	Emersion, lunette 17 pieds.
	Mars	9	10.	10.	52	Immersion, lunette 17 pieds.
	Avril	14	9.	21.	20	Emersion, lunette 17 pieds.
	Nov.	22	10.	2.	52	Immersion, lunette 17 pieds.
			13.	25.	12	Emersion, lunette 17 pieds.
1706.	Mars	24	8.	57.	56	Emersion, lunette 17 pi[illegible]
		31	9.	29.	32	Immersion.
			13.	0.	9	Emersion.

ÉPOQUES			TEMPS VRAI			CIRCONSTANCES
			H.	M.	S.	
1706.	Mai	6	9.	8.	3	Emersion, lunette 18 pieds.
	Juin	18	9.	2.	26	Emersion, lunette 34 pieds.
1707.	Janv.	26	8.	21.	37	Immersion.
	Avril	15	7.	[illegible]	47	Emersion.
		22	8.	21.	56	Immersion.
1708.	Fév.	24	10.	54.	18	Immersion, lunette 18 pieds.
	Mai	20	10.	57.	24	Immersion, lunette 17 pieds.
			0.	58.	24	lunette 34 pieds.
1709.	Mars	24	13.	32.	15	Immersion, lunette 17 pieds.
	Juil.	24	9.	14.	57	Immersion, lunette 17 pieds.
1710.	Mars	10	16.	10.	26	Immersion.
1712.	Sept.	27	6.	23.	11	Immersion, lunette 17 pieds.
			9.	55.	32	Emersion.
	Oct.	4	10.	24.	20	Immersion.
	Nov.	2	6.	10.	18	Emersion.
	Déc.	15	6.	7.	0	Emersion, lunette 34 pieds.
1713.	Août	1	10.	45.	52	Immersion, lunette 17 pieds.
	Déc.	1	7.	31.	16	Immersion, lunette 16 pieds.
1714.	Oct.	5	12.	47.	54	Immersion.
	Nov.	10	9.	2.	29	Immersion.
			11.	29.	38	Emersion.
		17	13.	3.	50	Immersion.
1715.	Janv.	28	7.	20.	7	Emersion, lunette 18 pieds.
	Fév.	3	9.	2.	13	Immersion, lunette [illegible]
	Juil.	26	11.	56.	58	Emersion, lunette 34 pieds.
	Août	3	13.	55.	53	Immersion, lunette 34 pieds.
	Sept.	7	10.	2.	56	Immersion.
			12.	4.	37	Emersion.
		15	14.	8.	4	Immersion, lunette 17 pieds
			16.	7.	24	Emersion, lunette 17 pieds
1716.	Janv.	7	6.	6.	27	Immersion un peu douteuse.
	Fév.	19	6.	7.	31	Immersion.

ÉPOQUES.			TEMPS VRAI.			CIRCONSTANCES.
			H.	M.	S.	
1716.	Fév.	19	8.	13.	46	Emersion.
	Sept.	28	10.	32.	59	Immers. lun. 16 p. temps peu favorable.
			13.	8.	39	Emersion, *idem*.
	Nov.	3	9.	16.	54	Emersion.
		10	13.	16.	12	Emersion, lunette 16 pieds.
1717.	Janv.	28	6.	16.	32	Immersion.
			8.	53.	10	Emersion.
	Mars	12	9.	3.	45	Emersion.
	Avril	24	9.	19.	56	Emersion.
	Oct.	20	13.	25.	51	Emersion.
	Déc.	16	17.	39.	48	Immersion.
1718.	Avril	10	9.	23.	35	Immersion.
			12.	54.	20	Emersion.
	Déc.	24	12.	1.	51	Emersion.
1719.	Mars	12	7.	29.	8	Emersion.
		27	15.	32.	23	Emersion.
	Avril	25	7.	35.	49	Emersion.
	Mai	9	12.	10.	20	Immersion.
1720.	Avril	10	9.	35.	45	Emersion.
1721.	Fév.	19	13.	24.	42	Immersion.
			15.	39.	42	Emersion.
[illegible]	Mars	20	4.	2.	30	Immersion
[illegible]	Nov.	19	6.	39.	2	Immersion.
[illegible]	Sept.	16	10.	25.	13	Emersion.
		23	14.	30.	27	Emersion.
	Nov.	10	9.	24.	5	Emersion.
1726.	Juil.	21	12.	29.	20	Immersion.
			15.	2.	5	Emersion.
	Sept.	2	12.	42.	3	Immersion.
			15.	5.	59	Emersion.
	Oct.	15	15.	28.	34	Emersion un peu douteuse.
	Déc.	26	5.	11.	25	Immersion, lunette d'Angleterre.

ÉPOQUES			TEMPS VRAI			CIRCONSTANCES.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
	Mars	15	10.	30.	45	Immersion.
	Avril	20	9.	15.	43	Emersion.
	Juil.	15	8.	40.	54	Emersion.
1755.	Mars	1	15.	17.	12	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
	Avril	17	15.	16.	54	Immersion.
1756.	Mai	14	14.	17.	29	Immersion.
	Sept.	4	9.	45.	54	Emersion.
1757.	Janv.	4	6.	8.	58	Emersion un peu douteuse.
	Juin	3	15.	6.	55	Immersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion, lunette 18 pieds.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion, lunette 18 pieds.
		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion douteuse.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Immersion.
			[illegible]	[illegible]	[illegible]	Emersion.

SUR LE MOUVEMENT MOYEN DE VÉNUS ET DE SON APHÉLIE,

PAR M. DE LA LANDE.

Le mouvement de l'aphélie de Vénus présente dans la théorie une difficulté que j'avois essayé de résoudre par les anciennes observations. M. de la Grange trouve ce mouvement plus petit que celui de la précession, quoique tous les autres aphélies aient un mouvement direct par rapport aux étoiles (*Mémoires de Berlin* 1782). M. Duval le Roy, à Brest, ayant fait le même calcul pour 2000 ans avant le siècle où nous sommes, a trouvé à cette époque le mouvement de l'aphélie de Vénus 51″ 48, ce qui rend encore le mouvement de l'aphélie direct, puisque à cette époque la précession n'étoit que de 49″ 81. Mais comme les positions des aphélies des planètes sont fort différentes en 2000 ans, et qu'elles influent sur les variations des aphélies, il y a apparence que le mouvement de l'aphélie de Vénus, qui étoit direct autrefois, est actuellement rétrograde.

J'aurois fort desiré de pouvoir en acquérir la preuve par les observations; mais les conjonctions inférieures de Vénus sont les seules qui puissent nous aider dans une pareille recherche, et il n'y en a eu que sept d'observées dans le dernier siècle, encore s'accordent-elles assez mal.

M. Pingré m'ayant communiqué des observations faites en 1676, 1684, 1686, et 1689, qu'il a trouvées dans les manuscrits, je les ai calculées avec soin, j'y ai joint le

passage de Vénus sur le Soleil en 1639, et les observations de la conjonction de 1692 par Sedileau, qui sont rapportées dans les *Mémoires de l'Académie de* 1692, *page* 170. Par ce moyen j'ai eu cinq conjonctions inférieures, assez éloignées pour entreprendre d'établir un résultat plus exact que je n'avois pu le faire dans les *Mémoires de* 1785, *pag.* 264, où j'avois employé les conjonctions de 1689 et 1692, telles que Cassini les avoit rapportées.

Halley observa le 5 février 1683 la distance de Vénus au Soleil, et il dit que c'est la première fois qu'on a observé Vénus presque dans sa conjonction inférieure; mais celle de 1676 avoit déja été observée à Paris.

En effet, le 5 septembre le centre de Vénus fut observé au méridien à $0^h\ 6'\ 53''\frac{1}{2}$, temps vrai, la hauteur méridienne de son bord supérieur étant de $37°\ 29'\ 30''$.

Le 6 la hauteur $37°\ 41'\ 15''$, le centre passa $10^h\ 40'\ 26''$ de temps moyen avant o du Verseau, et $10^h\ 58'\ 45''$ avant γ, les hauteurs de ces deux étoiles étoient $37°\ 29'\ 40''$, et $38°\ 11'\ 40''$. Ces deux jours d'observations ne s'accordent pas assez pour que j'aie pu en tirer un résultat.

J'ai fait usage dans mes calculs des deux aberrations du Soleil et de Vénus, de la diminution de l'équation de Vénus 25″ par siècle, suivant M. de la Grange; enfin, des tables du Soleil par M. de Lambre, beaucoup plus exactes que celles de Mayer et de la Caille; par ce moyen, je crois être parvenu à un résultat encore plus exact que celui de mes dernières Tables de Vénus (*Connoiss. des temps* 1789). Il consiste à augmenter de 35″ le mouvement séculaire, en le faisant de $6^s\ 19°\ 13'\ 0''$.

L'incertitude ne sera plus que d'environ 15″ par siècle sur cette quantité; c'est à-peu-près la discordance des observations sur les longitudes héliocentriques; mais les observations plus anciennes ne peuvent lever cette incertitude, parce que leur imperfection augmente plus que l'intervalle de temps.

J'ai

J'ai rapporté l'observation et le calcul du passage de 1639 (*Mém.* 1785), il me reste à donner les quatre autres conjonctions.

EPOQUES.	TEMPS VRAI du passage.	HAUTEUR.	BORD SUPÉRIEUR du Soleil.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
1684. 1 sept.	0 16 51	38 8 54	49 23 5
2	0 11 2	38 18 0	49 0 48
1686. 12 avril.	0 18 51 ¼ b. préc.	59 16 45	
13	0 13 1 ¼ b. préc.	58 57 35	
14	0 7 13 b. préc.	58 37 20	
	0 7 17 ½ b. suiv.		
15	0 1 17 ¼ b. suiv.	58 15 50	51 26 45
1689. 21 juin.	0 30 20	62 25 30	
22	0 23 47		
[illegible]	[illegible]	61 2 45	
			Cent. du Soleil.
[illegible]	[illegible]	39 24 8	49 3 30
[illegible]	[illegible]	39 56 2	48 41 33
[illegible]	[illegible]	30 48 2	48 19 25
		bord inférieur.	b. sup. du Sol.
[illegible]	[illegible]	31 5 25	23 42 20
[illegible]	[illegible]	31 4 0	

Les trois hauteurs [illegible] ont été corrigées par la réfraction et la parallaxe, dans les Mémoires de l'Académie, et par conséquent peuvent être prises pour des hauteurs vraies.

Mais les huit premières et les deux dernières sont des hauteurs apparentes, affectées même par l'erreur de l'instrument ; j'ai tâché de la déterminer par le calcul des hauteurs du [illegible], mais il y a [illegible] considérables dans les résultats.

Voici les hauteurs tirées des manuscrits de la Hire, et que M. Pingré a bien voulu me communiquer, dans le temps qu'il s'occupoit de l'examen de ces manuscrits pour sa grande co[illegible] observations du dix-[illegible], qui s'im-

primé en 1792; *Annales célestes* du dix-septième siècle, dont l'Assemblée nationale a décrété l'impression.

Époques.	Hauteur du bord sup. du Soleil.			Corrections.
	D.	M.	S.	
Le 11 mars 1684.	38	12	25	— [illegible]
12	38	33	5	— [illegible]
18	40	57	55	[illegible]
29 avril 1686.	56	6	30	— [illegible]
13 mai.	59	59	22	— [illegible]
31 juillet.	59	37	30	— [illegible]
18 août,	54	34	40	[illegible]
26 août.	51	42	0	— [illegible]

Les corrections du mural que j'ai conclues de ces hauteurs, diffèrent beaucoup, et ces différences m'ont fait préférer quelquefois de n'employer que les ascensions droites, avec les latitudes calculées par mes Tables, pour conclure la longitude observée.

Pour avoir le résultat des observations, je prends d'abord pour 1639, le temps vrai de la conjonction apparente, 6h 23′ 45″ (*Mém. de l'Acad.* 1785, *pag.* 253), j'en ôte 9′ 0″, pour l'équation du temps, et 6′ 5″ pour le temps qui correspond aux deux aberrations du Soleil et de Vénus, et j'ai 6h 8′ 40″ pour le temps moyen de la conjonction vraie. Le lieu du Soleil, corrigé par l'aberration, étoit alors 8s 12° 31′ 18″. Le lieu de Vénus, par mes Tables (*Connoissance des Temps* 1789), et en tenant compte du changement de l'équation, est 2s 12° 31′ 41″, ainsi il y auroit 23″ à ôter de la longitude et à ajouter au mouvement pour 149 ans, ou 14″ pour le mouvement séculaire.

Voici maintenant les résultats des quatre autres conjonctions avec l'erreur des Tables, et celles qui auroient lieu en augmentant de 35″ le mouvement séculaire.

J'en ai déduit les erreurs sur les longitudes héliocentriques, par le rapport de l'élongation à la commutation, en changeant les signes.

ÉPOQUES.	TEMPS MOYEN H. M. S.	LONGITUDE apparente. S. D. M. S.	CORRECTION des Tables. M. S.	CORRECT. hélioc.	AVEC 35″ de plus.	ANOMALIE moyenne.
1684. sept. 1	0 16 11	5 17 52 45	+ 2 8	— [illegible]	— 6″	[illegible]
2	[illegible] 10 2	5 17 18 20	+ 1 52			
1686. avril 12	0 19 45	1 0 34 1	+ 1 42			
13	0 15 21	0 29 58 1	+ 1 20	— [illegible]	0	[illegible]
14	0 7 17	0 29 21 55	+ 1 50			
1689. juin 22	0 25 9	3 7 5 46	+ 0 57	— 27	+ 12	[illegible]
27	23 45 38	3 [illegible]	+ 1 [illegible]			
1692. sept. 1	0 2 36	5 [illegible]	+ 1 [illegible]			
1	23 56 25	5 [illegible]	+ 1 [illegible]			
2	23 [illegible]	[illegible]	+ 1 [illegible]	— 2	— 1	[illegible]
3	23 [illegible] 2	[illegible]	+ 1 [illegible]			
1639. déc. 4	6 [illegible]	. . . .	. . . . . .	— 27	+ 2	[illegible]

Il y a quelques observations qui diffèrent beaucoup des autres, et je n'en rapporte pas les calculs.

Ces cinq conjonctions s'accordent donc toutes à prouver qu'il faut augmenter le mouvement séculaire de Vénus, et le milieu seroit 32″ par siècle.

J'ai cru qu'en me rapprochant un peu des conjonctions de 1684 et 1692, qui s'accordent mieux entre elles, je pourrois mettre 35″ pour avoir en nombres ronds le mouvement séculaire de Vénus 6ˢ 19° 15′ 0″. On voit en effet dans la quatrième colonne que les erreurs sont fort diminuées par cette augmentation de 35″, et qu'elles sont distribuées en plus et en moins. C'est ainsi que je l'ai employé dans mes Tables, insérées dans la troisième édition de mon *Astronomie*, qui paroît en 1792.

L'objet de ces calculs étoit de déterminer le lieu de l'aphélie de Vénus; mais j'ai vu qu'en s'écartant du résultat

de M. de la Grange, on ne gagnoit rien ; car si en ôtant 30′ de l'aphélie je rapprochois les observations de 1639 et de 1692, je rendois l'erreur de 1689 d'autant plus grande ; ainsi les discordances seroient plus fortes. Je suis donc fondé à croire que les observations ne contredisent point le mouvement de l'aphélie établi par M. de la Grange.

Il me reste à rapporter les temps des quatre conjonctions trouvés par les Tables corrigées de l'erreur moyenne qu'on a vue ci-dessus, en calculant le mouvement vrai par les Tables. Les longitudes sont comptées de l'équinoxe moyen, et dégagées des deux aberrations.

EPOQUES.	[illegible]	LONGITUDE héliocentrique vraie.
	[illegible]	[illegible]
1684. 6 sept.	[illegible]	[illegible]
1686. 16 avril	[illegible]	[illegible]
1689. 25 juin	[illegible]	[illegible]
1692. 3 sept.	[illegible]	[illegible]

Les perturbations que Vénus éprouve par l'action de Jupiter et de la Terre sont beaucoup moindres que les erreurs des observations que je viens d'employer, c'est pourquoi je n'en ai pas tenu compte. Cependant je vais en donner ici le résultat, d'après les calculs que j'en fis autrefois (*Mém. de l'Acad.* 1760) et ceux de M. de la Grange (*Mém. de Berlin* 1784).

Nommant t la longitude héliocentrique de Vénus moins celle de la Terre ou de Jupiter, on a les équations suivantes par l'action de la Terre $- 4'' 6 \sin. t - 10'' 5 \sin. 2t + 6'' 5 \sin. 3t + 1'' 0 \sin. 4t$, par l'action de Jupiter $- 2'' 9 \sin. t + 0'' 9 \sin. 2t$.

Je prends pour exemple la conjonction de 1689, où les observations diffèrent de six jours, et je ne trouve que un

dixième de seconde de différence pour l'effet des attractions de la Terre, ainsi il ne vaut pas la peine d'en surcharger le calcul.

A l'égard de Jupiter, les perturbations sur Vénus ne disparoissent pas comme celles de la Terre dans les conjonctions inférieures, je les ai calculées pour mes cinq conjonctions, et j'ai trouvé les quantités suivantes à appliquer au calcul des Tables. D'où il résulte que la différence entre les conjonctions de 1684 et 1692, qui n'est que de 3″, deviendra de 7″, quad on aura appliqué ces corrections à mes Tables.

1679	+ 0″ 2
1684	— 1, 5
1686	+ 0, 6
1689	+ 1, 4
1692	+ 2, 5

Les conjonctions inférieures des 18 novembre 1687 et premier février 1691 auroient été nécessaires pour compléter la période de 8 ans qui ramène les conjonctions de Vénus dans les mêmes points de son orbite; mais elles ne furent point observées à Paris. Flamsteed, à Grenwich, n'observoit point Vénus aux environs des conjonctions inférieures; on diroit que cet habile astronome ne sentit pas assez que ce sont les seules observations véritablement concluantes pour la théorie de cette planète : il abandonnoit Vénus aussitôt qu'elle approchoit d'une demi-heure du Soleil.

J'ai encore trouvé dans les observations de la Hire la conjonction du 28 janvier 1699. Quoique moins ancienne, je l'ai aussi calculée avec mes derniers résultats.

Le 29 janvier 1699 Vénus passa 5″ avant le Soleil. La hauteur du bord inférieur de Vénus parut de 31° 5′ 25″, et celle du bord supérieur du Soleil 25° 42′ 20″. Le 30 janvier Vénus passa 6′ 40″ avant le Soleil; le bord inférieur à 31° 4′ 0″. De-là j'ai conclu les longitudes et les erreurs des Tables.

ÉPOQUES.	TEMPS MOYEN.			LONGITUDES observées.				ERREURS des Tables.
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	Sec.
1699. 29 janv.	0	13	41	10	12	2	18	— 21
30 janv.	0	7	22	10	11	26	5	— 10

Ainsi cette conjonction s'accorde assez avec mes nouveaux élémens.

Quant à l'observation du 6 septembre 1676, en prenant les positions des deux étoiles dans le catalogue de Flamsteed, je trouve la longitude observée 5^s 18° 36′ 5″, pour le 5 à 23^h 59′ 3″ temps moyen, plus grande de 53″ que par mes élémens ; l'erreur est en sens contraire de la précédente ; ainsi ces élémens tiennent encore une espèce de milieu entre les deux conjonctions de 1676 et 1699.

Mon résultat sur le mouvement de Vénus se trouve très-bien confirmé par la conjonction du 31 octobre 1751, observée à Paris ; elle est d'autant plus importante, qu'étant vers la moyenne distance, aussi-bien que celle de 1783, elles donnent le mouvement de Vénus indépendamment de celui de l'aphélie.

J'ai aussi trouvé dans les manuscrits de Joseph de l'Isle, des observations de cette conjonction. J'en ai calculé cinq ; ce sont des passages du Soleil et de Vénus, à un télescope qu'il avoit placé dans le méridien en 1748, à l'hôtel de Cluny, rue des Mathurins. C'est dans le même endroit que je commençai d'observer, au mois de janvier 1749, et j'y fus remplacé en 1751 par M. Messier, qui depuis 40 ans y travaille avec autant d'assiduité que de succès.

EPOQUES.	TEMPS MOYEN.	DIFFÉRENCE d'asc. droite.	LONGITUDES observées.	CORRECTION des Tables.
	H. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	Sec.
1751. 25 oct.	0 15 36	7 51 1, 5	7 11 58 43, 2	+ 3
26	0 9 43	6 23 52, 5	7 11 26 44, 9	+ 28
27	0 3 46	2 14 42	7 10 53 39, 6	+ 2
28	23 51 40	1 56 24	7 9 44 18, 3	+ 11
30	23 23 31	2 35 30	7 7 55 2, 4	— 27

Le milieu entre toutes ces observations donne une erreur presque nulle; ensorte qu'on peut établir la conjonction vraie, dégagée des deux aberrations, le 31 octobre 1751, à 11h 33′ 31″, temps moyen; la longitude héliocentrique vraie, comptée de l'équinoxe moyen, étant 1s 8° 13′ 29″, et la latitude géocentrique par mes Tables, 5° 22′ 46″.

Je n'ai pas employé les déclinaisons observées par M. de l'Isle, parce que les divisions de son demi-cercle étoient trop peu exactes; j'ai calculé les longitudes par le moyen des ascensions droites observées, et des latitudes calculées par mes Tables, qui sont bien vérifiées à cet égard. (*Mém.* 1785, *page* 266).

M. de l'Isle a aussi observé les mêmes jours des étoiles pendant la nuit, et je les ai employées à trouver les ascensions droites de Vénus, mais elles diffèrent quelquefois d'une minute de celles qui étoient données par le Soleil; j'en ai conclu que le mur qui porte le télescope à l'hôtel de Clugny étant échauffé tout le matin par le Soleil, pouvoit changer de position du jour à la nuit, et je me suis contenté de comparer Vénus au Soleil, en tenant compte de la déviation de l'instrument, qui augmentoit d'environ une seconde pour 10°, en s'éloignant du zénit.

Je remarquerai qu'à partir de 1749, on trouve dans les registres de M. de l'Isle une multitude d'observations qui

pourront souvent être utiles aux astronomes qui seront à portée de les consulter. Il en est de même de celles qu'il faisoit auparavant à Pétersbourg, où il avoit demeuré plusieurs années. Je faisois en 1749, 1750, 1751 une partie des observations qui sont dans ses journaux, comme M. Messier les fit dans les années suivantes; mais M. de l'Isle, malgré son âge, en faisoit autant que ses disciples.

Cette conjonction de 1751 fut aussi observée par M. le Gentil (*Mém. de l'Académie* 1753), et quoique les observations ne s'accordent pas très-bien, elles donnent encore le même résultat.

Voici les ascensions droites; la dernière colonne contient la correction des Tables pour la longitude géocentrique.

[illegible]	[illegible]	ASCENSIONS DROITES OBSERVÉES.	[illegible]
[illegible]	H. M. S.	D. M. S.	
24 oct.	0 21 20	217 52 50″ 0, par le Soleil	+ 4″4
25	0 15 52	217 24 19, 6, par un milieu entre le Sol. et ξ capr.	— 3, 0
27	0 5 40	216 24 10, 4, par le Soleil	— 11, 8
31	23 33 28	213 44 11, 4, par le Soleil	— 24, 9
		213 44 4, 0, par β de la Baleine	+ 23, 0
1 nov.	23 27 37	213 13 19, 8. *Idem.*	+ 25, 6
[illegible]	3 21 23	21 41 12, 3. *Idem.*	[illegible]

Les erreurs en plus et en moins donnent, par un milieu, la correction des Tables nulle; ainsi j'ai lieu de croire que le mouvement de Vénus est véritablement $6^s\ 19^\circ\ 13'\ 0''$ par siècle.

La conjonction du 19 octobre 1791 devoit être très-utile pour vérifier ce résultat; mais je n'ai eu que deux observations, et elles ne s'accordent pas parfaitement: cependant elles me prouvent encore, du moins à $10''$ près, que le mouvement séculaire que je viens d'adopter est exact.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES, FAITES EN M. DCC. LXXXIX.

PAR M. DE LA LANDE.

L'OBSERVATOIRE de l'École Royale Militaire, bâti en 1768, ayant été démoli en avril 1786, pour prolonger le bâtiment du midi, je n'ai rien oublié pour obtenir un autre observatoire dans le nouveau bâtiment; il a été terminé en 1788, par les ordres de M. le maréchal de Ségur. Le mural de 7½ pieds, que M. Bergeret avoit fait faire en 1775, et que l'École a acquis en 1786, a été placé au commencement de janvier 1789. Je voulois y observer la digression de Mercure périhélie le 19 février; mais le mauvais temps y a mis obstacle. J'y ai commencé un cours d'observations, je vais en rapporter quelques unes; mais je commencerai par l'opposition de Jupiter, observée au Collège royal, avant que le mural fût placé à l'École Militaire. Le [illegible] janvier, à [illegible], temps moyen, la différence d'ascension droite entre Jupiter et β du Taureau fut observée de [illegible], et par rapport à β des Gemaux 5° 29′ 4″, et la distance du bord inférieur de Jupiter au zénit de [illegible], d'où j'ai conclu l'ascension droite du centre de Jupiter 5ˢ 26° 35′ 22″, et la déclinaison 21° 41′ 8″, la longitude 5ˢ 24° 34′ 50″, et la latitude 27′ 46″ boréale.

Le premier février à 10ʰ 22′ 27″ temps moyen à Paris, suivant l'observation de M. Barry à Manheim, la différence d'ascension droite entre Jupiter et l'étoile [illegible] de 1° 11′ 16″,

entre Jupiter et ζ du Cancer 13° 53′ 9″, et la distance du centre de Jupiter au zénit étoit de 27° 23′ 15″, d'où j'ai conclu l'ascension droite 3^s 24° 17′ 39″, et la déclinaison 22° 5′ 13″, la longitude 3^s 22° 24′ 40″, et la latitude 29′ 35″.

En prenant le milieu entre les observations de trois jours, pour avoir l'erreur moyenne des Tables sans aberration et sans nutation, j'ai corrigé le lieu calculé par cette erreur moyenne, et j'ai eu pour le 14 à 12^h 7′ 28″, temps moyen, la longitude de Jupiter 3^s 24° 42′ 38″, et celle du Soleil 9^s 23° 23′ 13″, en ajoutant 20″ pour l'aberration, et j'ai eu 40′ 35″ pour la distance à l'opposition. Le mouvement relatif en 23^h 55′ 51″, 1° 8′ 57″ 6, ainsi l'opposition a dû arriver le 13 à 21^h 2′ 32″, dans 3^s 24° 47′ 23″, avec 27′ 31″ de latitude boréale.

Quadrature de Jupiter.

Cette quadrature a été observée au mural de l'École Militaire; Jupiter a été comparé avec γ du Cancer, dont l'ascension droite apparente étoit de 127° 46′ 26″, par un milieu entre les catalogues de Mayer et la Caille, qui ne diffèrent que de 2″. Le 9 avril à 6^h 16′ 50″, temps moyen, à l'École Militaire, l'ascension droite du centre de Jupiter étoit de 112° 32′ 8″, sa déclinaison 22° 23′ 23″ boréale, sa longitude 3^s 20° 45′ 20″, et sa latitude 32′ 5″.

Le 10 avril à 6^h 12′ 54″, ascension droite 112° 37′ 5″, déclinaison 22° 22′ 37″, longitude 3^s 20° 49′ 58″, latitude 32′ 1″. Ces deux observations s'accordent fort bien entre elles, car elles donnent la même erreur des Tables.

Opposition de Herschel en 1789.

Le 21 janvier à 12^h 14′ 9″, temps moyen, différence d'ascension droite entre la planète et γ de l'Écrevisse 2° 8′ 24″,

entre la planète et δ de l'Écrevisse 2° 52' 43", observée au Collège royal à Paris; longitude apparente 4ˢ 2° 51' 21", latitude 37' 46" boréale, correction des Tables en longitude, + 12" 6.

Le 31 janvier M. Barry, astronome de S. A. S. M. l'Électeur Palatin, à Manheim, a comparé la planète avec Pollux; différence d'ascension droite, 11° 44' 40" ½ à 11ʰ 8' 30", temps moyen à Paris; la déclinaison a paru de 20° 15' 30", d'où l'on conclud la longitude 4ˢ 2° 25' 16", et l'erreur des Tables + 10" 6. Par un milieu entre quatre observations, je trouve l'erreur des Tables + 10", d'où je conclus la longitude vraie de la planète, dégagée de l'aberration, de la nutation, et de l'erreur des Tables, 4ˢ 2° 50' 47" 4, et celle du Soleil 10ˢ 2° 30' 49" 3; ainsi la distance à l'opposition étoit 19' 58" 1; et comme le mouvement géocentrique calculé par les Tables étoit 2° 6' 57" en 47ʰ 51' 46", il s'en suit que l'opposition vraie est arrivée le 21 janvier à 19ʰ 45' 52", temps moyen, la longitude vraie de la planète étant de 4ˢ 2° 49' 58", et sa latitude géocentrique boréale 37' 28".

L'erreur des Tables ne seroit que de 5" à 8", suivant une observation de M. Maskelyne, faite le 18 janvier, et qu'il m'a envoyée; ainsi on pourroit diminuer de 5" la longitude que je viens d'assigner.

Quadrature de Herschel, observée avec le mural de 7 ½ pieds.

Le 12 mars à 8ʰ 50' 9", temps moyen, la différence d'ascension droite par rapport à ζ du Taureau, étoit de 42° 9' 7", et par rapport à δ des Gemeaux 16° 52' 2" ½, et sa distance au zénit étoit de 28° 17' 43", d'où j'ai conclu la longitude apparente 4ˢ 1° 2' 49", et la latitude 36' 56". Les Tables de Dom Nouet donnoient 27" de moins pour la longitude, et 4" de moins pour la latitude.

Voici d'autres observations plus voisines de la quadrature.

TEMPS MOYEN.		ASCENSION droite.	DÉCLINAIS.	LONGITUDE observée.	LATIT.	[illegible]
	H.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	
27 mars.	7 50 6	123 9 57	20 35 35	4 0 48 27	36 29	[illegible]
29	7 42 10	123 8 59	20 35 56	4 0 47 25	36 36	[illegible]
9 avril.	6 18 45	123 7 5	20 35 57	4 0 45 42	36 23	[illegible]
10 avril.	6 54 48	123 7 15	20 36 —	4 0 45 48	36 26	[illegible]

Ainsi, par un milieu, la correction à faire aux Tables est + 30", tandis qu'elle étoit — 30" dans la quadrature précédente, aux mois d'octobre et novembre 1788. Le 11 octobre les Tables donnoient la distance accourcie 18, 49, et ces observations exigent qu'on la fasse de 18, 53, ainsi il y avoit 0, 04 à ajouter à la distance de la planète au Soleil, donnée dans les Tables dont nous nous sommes servis depuis 1783, et que M. Nouet avoit calculées sur les Élémens de M. de la Place. C'est ce que j'avois déjà indiqué (*Mém. de l'Acad.* 1787): en conséquence, j'avois diminué de 6' la longitude de l'aphélie dans mes nouveaux Élémens: M. de Lambre l'a encore plus diminuée dans de nouvelles Tables qu'il a calculées au mois d'août 1789, et qui sont dans la troisième édition de mon *Astronomie*.

Pour la seconde quadrature, M. de Lambre, dans son nouvel observatoire rue de Paradis, a observé le 26 novembre à [illegible], et le 30 novembre 16h 6', de 4s 9d 26' 15". On les trouvera, avec [illegible] *de 1793, page 238*, où elles sont toutes comparées avec les tables de cet habile Astronome.

Observations de la hauteur solstitiale du Soleil, faites au collége Mazarin, en 1789.

Le sextant de six pieds que le célèbre abbé de la Caille employoit il y a 40 ans à observer les hauteurs du Soleil, étant encore dans le même observatoire, au collége Mazarin, où M. le grand-maître et M. le professeur de mathématique ont bien voulu que je continuasse d'en faire usage, j'ai cru que l'intervalle étoit suffisant pour nous apprendre quelque chose sur la diminution de l'obliquité de l'écliptique. Les distances du bord du Soleil au zénit ont été prises depuis le 12 jusqu'au 21 juin, toutes les fois que le beau temps l'a permis; je les ai toutes réduites au moment du solstice, par le moyen de la table des déclinaisons qui est dans le septième volume de mes Éphémérides, et en prenant un milieu j'ai trouvé la distance apparente du bord supérieur du Soleil au zénit, pour le moment du solstice, 25° 7′ 12″, et en ôtant 5″ pour la nutation, on a la moyenne 25° 7′ 7″, affectée de la réfraction et de la parallaxe; c'est celle que la Caille observa en 1749 et 1750, 25° 6′ 52″, ainsi il y a 15″ d'augmentation pour 59½ ans, ce qui donne pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique 38″ par siècle. Je l'avois trouvée de 37″ il y a quelques années (*Mémoires de l'Acad.* 1780, *page* 293); cependant je la suppose ordinairement de 50″, d'après les autres phénomènes qui donnent la masse de Vénus un peu plus forte (*Mém.* 1786, *pag.* 400), mais la différence entre ces résultats ne peut encore s'éclaircir.

L'erreur de la lunette a été trouvé — 5″, par le moyen de l'étoile η de la grande Ourse, observée plusieurs jours de suite dans les deux situations de l'instrument. Il en résulte pour la distance apparente de l'étoile au zénit, 1° 30′ 33″½, sous la latitude de 48° 51′ [illegible]″, ce qui donne pour sa déclinaison moyenne le premier janvier 1789, 50° 22′ 22″½, d'accord avec celles de M. Cassini et de l'École-Militaire.

Elle est plus grande de 2" que celle qu'on déduit des observations et du catalogue de la Caille : cette différence est insensible. Mais au reste elle est dans le sens favorable au déplacement du système solaire que j'ai fait connoître (*Mém. de l'Acad.* 1776, *page* 513) et que M. Herschel croit se faire dans la direction qui conduit à la constellation d'Hercule (*Phil. Transact.* 1783) ; car les étoiles qui sont dans cette région du ciel, du côté du nord, doivent paroître par la suite des temps encore plus septentrionales, tandis que celles qui sont plus au midi doivent paroître plus méridionales. Telle est l'étoile *Arcturus*, dont le mouvement vers le midi est de 3' par siècle : ce mouvement est si considérable, qu'il indique une grande proximité, ou plutôt un déplacement propre à cette étoile.

Observations de Mars.

Je rapporterai quelques observations de Mars, qui m'ont été envoyées par M. Bugge, habile astronome de Copenhague, et qui servent à constater l'exactitude de mes Tables, publiées dans la *Connoissance des Temps* de 1790.

TEMPS MOYEN à Copenhague.	LONGIT. OBSERV. de Mars.	LATITUDE OBSERVÉE.	ERREUR DES TABLES.	
			En long.	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

OBSERVATIONS
DE MERCURE,
COMPARÉES AVEC LES TABLES.

Par M. DE LA LANDE.

Quoique le travail considérable que j'ai fait pour l'orbite de Mercure (*Mém. de l'Académie* 1786), m'ait fourni des Tables d'une grande exactitude, je n'ai pas négligé les occasions de les vérifier encore.

Les digressions de Mercure dans son aphélie et dans son périhélie, sont les observations les plus importantes pour la théorie de cette planète, comme je l'ai fait voir dans les Mémoires pour 1786, où j'en ai employé un grand nombre pour déterminer son excentricité; mais sur 87 digressions qui arrivent dans l'espace de treize ans, il y en a à peine douze qui soient près des apsides. J'en avois annoncé deux pour cette année, une dans le périhélie au mois de février, et une dans l'aphélie au mois de mars. Nous n'avons pu voir à Paris celle du mois de février; mais en Angleterre Mercure fut observée le 20 à Greenwich, à $1^h\ 28'\ 48''$ temps moyen. La différence d'ascension droite entre Mercure et α de l'Aigle étoit $55^\circ\ 38'\ 0''$, et entre Mercure et Aldebaran $75^\circ\ 12'\ 55''$; la distance au zénit étoit $54^\circ\ 2'\ 56''$, d'où j'ai conclu un milieu, la longitude $11^s\ 20^\circ\ 29'\ 17''$, et la latitude de $1^\circ\ 17'\ 7''$ boréale. Mes Tables donnent $15''\frac{1}{2}$ de trop pour la longitude, et $4''$ pour la latitude.

L'observation de M. de Beauchamp, à Bagdad, donne seulement $11''$. Une autre du 18 février à $22^h\ 51'\ 30''$, temps

moyen, donne pour la longitude $11^s\ 19^\circ\ 10'\ 41''$ plus petite de $10''$ que par mes Tables.

Le 22 Mercure fut observée au méridien à Oxford, par M. Hornsby : l'ascension droite du centre de Mercure étoit $352^\circ\ 14'\ 21''\ 5$, et sa déclinaison $1^\circ\ 24'\ 52''\ 9$ australe, d'où j'ai conclu la longitude $11^s\ 22^\circ\ 18'\ 54''$, et la latitude $1^\circ\ 36'\ 57''\ 5$ boréale, pour $1^h\ 31'\ 51''$, temps moyen, à Paris. Mes Tables donnent pour cet instant $15''$ de plus en longitude, et $7''$ de plus en latitude. Ces erreurs sont assez petites pour qu'on puisse regarder cette observation comme une confirmation de l'exactitude de mes nouvelles Tables. Une erreur de $14''$ suppose $1'\ 5''$ à ajouter à la plus grande équation qui, dans mes Tables, est $23^\circ\ 40'\ 0''$; mais comme mon résultat a été tiré d'un grand nombre de digressions, il en faudroit plusieurs autres pour changer cette détermination.

M. Cagnoli, à Verone, a comparé plusieurs fois Mercure depuis le 13 jusqu'au 18 à différentes étoiles, par le moyen d'une machine parallatique ; mais il publiera lui-même ses observations dans les Mémoires de la Société italienne.

Je rapporterai aussi à l'appui de mes Tables, sept observations faites à Hyeres par M. Zach, $15'\ 8''$ de temps à l'orient de Paris. (*Éphémérides de Berlin*, 1791, *pag.* 126.

ÉPOQUES.	TEMPS MOYEN à Paris.	ASC. DROITE observée.	LATITUDES calculées.	LONGITUDES observées.	CORRECT. des Tab.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
1787. mars 17	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

J'ai reçu cent cinquante observations de Mercure, faites à Bagdad par M. de Beauchamp, depuis le 9 octobre 1786, jusqu'au 4 septembre 1789, $2^h\ 48'\ 10''$ à l'orient de Paris.

Ces observations ne contiennent que le temps vrai du passage au méridien; mais on en peut déduire facilement l'ascension droite, et par conséquent la longitude de Mercure, en tirant des Tables la latitude géocentrique, comme dans le calcul des observations de M. Zach. Je rapporterai seulement ici les trois observations où M. de Beauchamp a vu Mercure le plus près du Soleil.

1788.	10 sept.	11^h	$47'$	$40''$ o	du matin, temps vrai.
	11	11	51	4, 5	
1789.	26 août	11	52	51, o	

La première observation donne pour la longitude apparente le 9 septembre $20^h\ 56'\ 5''$ temps moyen à Paris, $5^s\ 14^o\ 10'\ 6''$ plus petite seulement de $4''$ que par mes Tables.

La seconde donne pour le 10 septembre $20^h\ 59'\ 10''$, la longitude $5^s\ 16^o\ 4'\ 11''$, plus grande de $12''$ que par les Tables. J'ai pris l'ascension droite du Soleil dans les Tables de M. de Lambre, qui sont dans la troisième édition de mon Astronomie.

Dans la troisieme observation, la différence des passages de Mercure et du Soleil étoit de $7'\ 10''$, à une pendule réglée sur les étoiles, d'où je conclus que le 25 août 1789, à $21^h\ 6'\ 7''$, temps moyen à Paris, la longitude apparente de Mercure étoit $5^s\ 0^o\ 55'\ 45''$, plus grande de $8''$ que par mes Tables. Je n'avois pas encore vu d'observation faite aussi près de la conjonction supérieure; j'ai ouï dire seulement que M. Hornsby en avoit fait à Oxford, avec sa lunette méridienne de dix pieds, mais elles ne me sont point parvenues.

Je joindrai ici une des plus anciennes observations que j'aie faites sur Mercure, dans l'observatoire de Joseph de

l'Isle, à l'hôtel de Clugny, lorsqu'on venoit de placer son demi-cercle dans le méridien ; Mercure étoit à 9ˢ 0° 37′ d'anomalie moyenne, et il étoit éloigné de 43° 8′ de sa conjonction supérieure. La pendule réglée sur les étoiles, j'observai le passage du centre du Soleil à 9ʰ 42′ 30″ ½, et celui de Mercure à 10ʰ 30′ 3″ ½ le 17 août 1751. La distance au pole du bord supérieur du Soleil de 76° 30′ — 658 ½, et celle de Mercure 79° 30′ + 104 ; les mille parties valent 19′ 56″. J'ai calculé l'ascension droite et la déclinaison du Soleil par les nouvelles Tables de M. de Lambre, et j'en ai conclu qu'à 0ʰ 51′ 6″, temps moyen, la longitude apparente de Mercure étoit 5ˢ 6° 2′ 50″, plus grande seulement de 15″ que par mes Tables, et la latitude 1° 18′ 15″, plus petite de 19″ que par mes Tables ; mais les divisions du demi-cercle étant peu exactes, cette latitude est moins sûre que la longitude.

La digression aphélie du 4 avril 1789 a moins réussi que la digression périhélie ; je n'ai reçu qu'une observation du 9 avril, faite par M. de Beauchamp à Bagdad. A 10ʰ 22′ 49″ ½ du matin, temps vrai, Mercure passa au méridien. La différence des passages entre le Soleil et Mercure sur la pendule des étoiles, ou en temps du premier mobile, fut 1ʰ 37′ 26″ ½. Cette observation donne pour le 8 avril 19ʰ 36′ 7″, temps moyen à Paris, la longitude apparente 11ˢ 22° 29′ 55″, plus petite de 40″ que par mes Tables ; mais on verra ci-après une digression aphélie, où l'erreur est beaucoup moindre.

Le passage de Mercure sur le Soleil, arrivé le 5 novembre 1789, est une observation plus sûre et plus exacte pour la confirmation de mes Tables de Mercure. Le contact intérieur de l'entrée fut à 1ʰ 19′ 2″, temps vrai, réduit à l'observatoire, suivant M. de Lambre ; il eut 8′ 42″ pour la distance au bord, dans le temps du milieu, qui donne la plus courte distance des centres 7′ 23″. Il en a conclu le temps moyen de la conjonction vraie 3ʰ 9′ 54″, dégagé des deux aberrations, la longitude vraie comptée de l'équinoxe moyen 7ˢ 13° 40′ 46″, et la latitude héliocentrique vraie en conjonction 15′ 54″ :

elles sont plus petites, l'une de 9", l'autre de 8" que par mes Tables. Le contact intérieur, suivant M. Messier, est arrivé $1^h\ 18'\ 54''$, temps vrai, réduit à l'observatoire : c'est le moment où il a vu le filet de lumière, et suivant M. Méchain $1^h\ 19'\ 0''$; mais la différence est insensible, et ne produiroit pas une demi-seconde sur la longitude en conjonction. Ainsi l'exactitude des Tables est encore bien constatée par cette observation.

A Montauban, M. Duc de la Chapelle, jeune homme plein de zèle et d'intelligence, qui vient de faire construire un observatoire dans la maison de M. son pere, et qui s'est procuré de bons instrumens, dont il a appris à Paris à faire un excellent usage, a observé le contact intérieur à $1^h\ 15'\ 15''$.

A Montpellier, M. de Ratte, $1^h\ 25'\ 53''$.

A Toulouse, M. Darquier, $1^h\ 15'\ 19''$.

A Marseille, M. Thulis, $1^h\ 31'\ 7''$.

A Viviers, M. Flaugergues, $1^h\ 28'\ 52''$.

A Berlin, M. Bode, $2^h\ 5'\ 54''$.

A Vienne, le P. Hell $2^h\ 15'\ 6''$.

A Prague, M. Gerstner, $2^h\ 7'\ 25''$.

A Rome, M. Cavallo, $2^h\ 0'\ 41''$.

A Cadix, $0^h\ 44'\ 50''$ [illegible], par Dom Vincent Tofino, chef d'escadre et astronome habile.

A Skara, en Suède, M. Falck, $2^h\ 4'\ 2''$.

A Lund, M. Lidtgren, $2^h\ 36'\ 13''$; mais ces deux observations laissent quelque doute.

En Amérique, MM. Galiano, Vernacci, et de la Concha, envoyés par le roi d'Espagne pour lever des cartes au Paraguay, ont observé à Monte-Video le contact intérieur de la sortie, $2^h\ 15'\ 11''$, le contact extérieur à $2^h\ 16'\ 54''$, à $34^\circ\ 54'\ 48''$ de latitude sud, et à $3^h\ 54'\ 15''$ à l'occident de Paris.

En Asie, M. de Beauchamp, à Hella, près de Bagdad, sur les ruines de l'ancienne Babylone, observa l'entrée totale à $4^h\ 6'\ 55''$, temps vrai. La latitude de Hella est $32^\circ\ 40'$.

M. Reggio, dans les Éphémérides de Milan pour 1791, compare avec mes Tables toutes les digressions de Mercure qu'il a observées depuis 1776; il y en a deux à la vérité où les erreurs sont d'environ 40″ à 45″; mais les différences de 40″ qui se voient entre certaines observations (*p.* 19), donnent lieu de croire que les erreurs ne tombent pas en entier sur les Tables; il y en a aussi une partie qui vient de l'erreur des Tables du Soleil de la Caille, car celles de M. de Lambre, dont je me sers, n'avoient pas encore paru, et M. Reggio n'a pas pu s'en servir dans ses calculs. Quant aux erreurs de plus d'une minute sur la latitude, elles n'appartiennent certainement pas à mes Tables, qui ont été vérifiées, soit pour l'inclinaison, soit pour le nœud, par un grand nombre de bonnes observations. D'ailleurs, en voyant que l'erreur d'une minute a lieu dans le même sens et dans le voisinage du nœud le 9 août 1789, et loin du nœud le 31 juillet, il est facile de juger qu'il y a une source commune d'erreur dans toutes les observations de cette digression, du moins pour la latitude, et le secteur équatorial dont se sert cet habile astronome, pourroit bien en être la cause.

Dans les Éphémérides de Milan pour 1792, M. Reggio compare avec mes Tables trois digressions de Mercure, qu'il [illegible] on voit l'erreur des Tables passer de 8″ à 54″ en trois jours; ce qui donne lieu à la même difficulté.

Mais dans la digression du mois de juillet 1791, les erreurs sont quelques fois de 1″, 3″, 6″, et ne vont qu'une seule fois à 31″, quoique Mercure ait été dans ce mois depuis la moyenne distance jusqu'au périhélie; ainsi les Tables représentent assez bien les observations de M. Reggio, dans des circonstances décisives.

Les observations de M. Cagnoli, faites à Verone en 1788, vers l'aphélie, donnent une confirmation encore plus satisfaisante de mes Tables de Mercure. (*Memorie della Società italiana*, *tom. IV*, *pag.* 521).

ÉPOQUES.	T. MOYEN à Paris.	LONGITUDE apparente.	LATITUDE.	CORRECT. des Tab	En lat.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.		
1788. 18 avril.	16 26 56	0 3 12 51	2 14 23 A.	+ 2″	— 5′
21	16 16 32	0 5 41 36	2 33 59	— 4	— 9
27	15 54 44	0 12 0 6	2 55 3	— 13	— 2

Il en est de même de celles de M. Zach, faites à Gotha, et qui sont rapportées dans les Éphémérides de M. Bode pour 1794. Il y en a 17, parmi lesquelles j'ai pris les sept où la déclinaison a été observée, pour les comparer avec mes Tables.

ÉPOQUES.	T. MOYEN à Paris.	LONGITUDE apparente.	LATITUDE.	CORRECT. des Tab.	En lat.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.		
1790. 13 mai.	0 24 30	2 8 4 17	1 54 57 B.	— 6″	+ 20′
14	0 28 32	2 9 56 17	2 0 34	— 6	+ 1
17	0 39 40	2 15 14 30	2 12 42	+ 1	— 3
24	0 58 25	2 25 46 19	2 12 28	+ 6	— 5
26	1 1 36	2 28 16 16	2 4 50	— 3	— 8
30	1 4 48	3 2 33 37	1 39 39	— 0	— 5
2 juin.	1 4 8	3 5 6 35	1 12 18	— 24	— 15

Un autre observation plus importante de M. Zach, est celle d'une digression aphélie. Le 19 mars 1790, à 21h 53′ 8″, l'ascension droite fut observée de 334° 48′ 6″ ; en employant la latitude de Mercure tirée de mes Tables, 1° 20′ 47″, je trouve que la longitude étoit 11s 2° 19′ 27″, plus petite de 4″ que par mes Tables. Cette observation, faite avec un excellent instrument, prouve que l'erreur est insensible dans l'aphélie. Il est vrai que les observations des 15 et 19

janvier 1791, faites vers le périhélie, donnent une longitude plus petite d'environ 12″ que celle des Tables.

EPOQUES.	T. MOYEN à Paris.	LONGITUDE apparente.	CORRECT. des Tables.
	H. M. S.	S. D. M. S.	
1791. 18 janvier.	0 55 27	10 17 5 17	— 17
19	0 53 14	10 18 6 14	— 10

Cela tendroit à diminuer la distance de Mercure au Soleil, que l'on doit supposer bien connue, et donneroit peut-être 30″ à ajouter à l'équation 23° 40′, ce qui est peu sensible, et prouve que l'excentricité de Mercure, qui étoit si difficile à bien déterminer, est enfin connue avec beaucoup de précision. La digression aphélie, du mois d'août 1792, a prouvé la même chose, comme on le verra dans mes observations de cette année-là.



REMARQUES

Sur les Marées de l'équinoxe de printemps, observées à Brest en 1789.

PAR M. DE LA LANDE.

J'AI dit dans les Mémoires de 1772 que les observations ne prouvoient pas que les marées des équinoxes fussent plus grandes que les autres, à moins que les vents d'ouest ne contribuassent à les augmenter; j'ai confirmé cette assertion par un grand nombre d'autres observations en 1781, dans mon *Traité du flux et du reflux de la mer.* Depuis ce temps-là je ne m'en étois plus occupé; mais me trouvant cette année en relation de lettres avec M. Duval le Roy, à l'occasion des perturbations de Herschel, je l'ai prié de me procurer des observations sur les marées de l'équinoxe, et M. Guignace a bien voulu donner des ordres en conséquence.

La nouvelle lune arrivoit le 26 mars.

Le 27 il y a eu	17 pieds	0 pouc.	de marée, vent de S. E. beau, avec nuages.
Le 28	17	3	, vent de N. O. avec pluie.
Le 29	17	0	, vent de N. O. pluie par intervalles.

Le vent ne s'étant pas trouvé dans la direction qui produit les marées les plus fortes à Brest, on peut comparer ces observations avec la quantité moyenne que j'ai trouvée par la comparaison de toutes les observations faites à Brest dans les nouvelles lunes et les pleines lunes de toutes les saisons. Cette quantité moyenne est 18 pieds 5 pouces (*Traité du flux, page* 158). La parallaxe moyenne de la lune est de 57′;

le 28 elle étoit seulement de $55'\frac{1}{2}$, ce qui doit faire 11^{pouces} de diminution sur la marée, suivant les calculs que j'ai donnés dans le même Traité, page 49, où l'on voit qu'il y a cinq pieds pour $7'\frac{1}{2}$ de changement dans la parallaxe de la lune; ainsi la marée devoit être de $17^{\text{pieds}}\,4^{\text{pouces}}$; elle a été de 17^{pieds} $0^{\text{pouc.}}$ à $17^{\text{pieds}}\,5^{\text{pouc.}}$: on ne sauroit trouver un accord plus satisfaisant. Il me paroit donc encore par ces observations, que la marée de l'équinoxe a été la même qu'elle est toujours à Brest dans les syzygies, en quelque saison de l'année que ce soit, à pareille distance de la lune. Si l'on prend la parallaxe de la lune le 26, en supposant que c'est la distance le 26 qui règle la marée du 28, on trouvera $54'\frac{1}{2}$, et l'on aura $1^{\text{pied}}\,7^{\text{pouces}}$ au lieu de 11^{pouces}, à ôter de la marée moyenne; mais si on les ôte de $18^{\text{pieds}}\,3^{\text{pouces}}$, on trouvera encore 16^{pieds} 8^{pouces}, qui n'est que de 4^{pouces} au-dessous du 27 et du 29. La différence n'est pas sensible, et ce n'est pas sans doute une différence de 4 ou de 6^{pouces} qui auroit pu accréditer le préjugé général des grandes marées des équinoxes.

Un objet plus important, est que la marée moyenne, $18^{\text{pieds}}\,3^{\text{pouces}}$, a été trouvée par un milieu entre toutes les marées, dans lesquelles se trouvent aussi les marées des équinoxes; mais comme il y en a beaucoup plus qui n'en sont pas, le milieu n'est pas très-affecté par cet excès des marées équinoxiales.

Je dois encore remarquer que suivant la théorie de M. de la Place (*Mémoires* 1776, *pag.* 170), les marées des équinoxes devroient être les plus grandes, à raison du mélange des marées. Mais comme il faut en revenir aux observations, j'ai cru qu'il n'étoit pas inutile de rapporter les marées qui viennent d'être observées dans une circonstance propre à les dégager de l'effet des vents sur les marées.

Les observations des marées à Brest, que j'ai rapportées dans mon *Traité du flux et reflux de la mer*, contiennent de quoi discuter encore cette question. Par exemple, j'ai pris 40 hauteurs absolues parmi les observations de Brest, qui

qui occupent 70 pages de ce traité, en les choisissant toutes aux environs de chaque syzygie, avant et après les équinoxes et les solstices, le milieu m'a donné $17^{\text{pieds}}\ 4^{\text{pouces}}$ pour les équinoxes, et $16^{\text{pieds}}\ 7^{\text{pouces}}$ pour les solstices; ainsi il n'y a que 9^{pouces} de plus pour les équinoxes dans les hauteurs absolues de la pleine mer, sans égard à la dépression de la basse mer.

J'ai pris aussi, dans les manuscrits de l'Observatoire, 30 hauteurs observées à l'Orient; j'ai trouvé $13^{\text{pieds}}\ 8^{\text{pouces}}$ pour les équinoxes, et $13^{\text{pieds}}\ 6^{\text{pouces}}$ pour les solstices, et ici la différence n'est que de 2^{pouces}; ainsi il y a encore quelque chose pour l'effet des équinoxes. Mais j'observerai que cette manière de considérer les marées est la plus sujette à l'influence des vents d'ouest, qui peuvent tenir la mer plus haute, soit pour la pleine mer, soit pour la basse mer; tandis qu'en ne prenant que la différence des deux hauteurs, on pourroit éviter cet inconvénient, du moins pour le cas où le vent s'est soutenu depuis le flot jusqu'au jusan.

Aussi M. de la Place, en prenant la différence entre la haute et la basse mer, quatre fois à chacune des deux syzygies qui avoisinent chaque équinoxe et chaque solstice, a trouvé que le milieu donne à Brest, pour la marée moyenne, des équinoxes, deux pieds de plus que pour celle des solstices.

J'ai fait la même chose sur les marées observées à l'Orient en 1717, 1718, et 1719; et par un milieu entre 80 marées, j'ai trouvé $12^{\text{pieds}}\ 2^{\text{pouces}}$ dans les solstices, et $12^{\text{pieds}}\ 10^{\text{pouces}}$ dans les équinoxes; l'excès n'est que de 8^{pouces}, mais il est encore favorable à l'opinion des grandes marées des équinoxes.

Cependant, en prenant ainsi le milieu entre un grand nombre de marées voisines des équinoxes, on a nécessairement le résultat affecté des vents d'ouest, qui sont fréquents aux environs des équinoxes; ainsi cela ne décide pas la question dont il s'agit entre l'effet des vents et celui des attractions; c'est donc par des observations choisies, faites dans des circonstances pareilles à celles de cette année,

qu'il faudra continuer de discuter la question, afin de pouvoir mieux comparer les observations avec la théorie, qui, suivant M. de la Place, donne les plus grandes marées au temps des équinoxes.

M. le Gentil (*Mémoires* 1782, *pages* 345 — 356) avoit rapporté des observations de 1781, et une tradition générale sur la côte de Normandie, pour prouver que les marées des équinoxes sont les plus fortes, sur-tout au rocher nommé *Rantqui*, à deux lieues de la côte d'Agon, près Coutances, qui jamais ne découvre que dans les marées des équinoxes. Mais le 15 juillet 1791, il est convenu à l'Académie que le 12 août 1786 et le 23 février 1788, il y avoit eu des marées plus fortes que celles des équinoxes; ce qui confirme toujours l'effet des vents pour augmenter les marées, conformément à ce que j'ai déja prouvé dans mon *Traité du flux et du reflux de la mer*.

En 1792, M. Monge, ministre de la marine, et membre distingué de l'Académie des Sciences, a donné des ordres à Brest pour de nouvelles observations des marées que je lui ai demandées, et qui nous procureront de nouvelles lumières sur la question traitée dans ce Mémoire, parce qu'on aura soin d'y marquer la direction et la force du vent.



OBSERVATIONS DE HUIT MILLE ÉTOILES BORÉALES,

Faites à l'École Militaire, avec un grand quart de cercle mural.

Par M. DE LA LANDE.

PREMIÈRE PARTIE.

L'OBSERVATOIRE de l'École Militaire, bâti en 1768 par la protection de M. le duc de Choiseul, et par les soins de M. Jeaurat (*Mém. Acad.* 1768, *page* 91), renfermoit un un gros mur que j'avois demandé spécialement dans l'espérance d'obtenir ensuite un grand quart de cercle. Je fis tous mes efforts auprès des ministres, en 1776, pour en obtenir un; mais ce fut M. Bergeret, receveur général, qui le fit faire à ma sollicitation, par Bird, dès 1775, et en 1778 le confia à M. d'Agelet. J'ai publié dans nos Mémoires de 1785, et des années suivantes, une partie des observations qu'il a faites sur les planètes avec ce bel instrument; mais les observations qu'il a faites sur les étoiles sont infiniment plus nombreuses. Le projet de travail que je lui avois conseillé, étoit une revue générale du ciel, et un nouveau catalogue d'étoiles. Il s'en est occupé pendant plusieurs années, sur-tout en 1784 et 1785; et je vois dans ses registres

qu'il observoit quelquefois, près de 200 étoiles dans une nuit. On trouvera dans ce volume une partie de cette immense quantité d'observations sur les étoiles qui sont du côté du midi. Elles seront nécessaires pour suppléer à l'imperfection du catalogue de Flamsteed; mais les étoiles boréales étoient encore plus nécessaires : ainsi je publierai d'abord les observations que je me suis procurées du côté du nord, où j'ai placé le mural en 1789.

Cette partie étoit d'autant plus importante, qu'elle avoit été la plus négligée par Flamsteed. Il nous dit, dans son *Histoire Céleste, page* 148, qu'il commençoit à sentir les infirmités de la vieillesse, quand il eut fini les étoiles zodiacales; il s'occupa ensuite de celles du midi, parce qu'elles étoient plus difficiles; il finit par celles du nord : ainsi il y a lieu de croire qu'il étoit alors bien moins en état d'y donner le soin nécessaire. D'ailleurs, ses instrumens n'étoient pas assez exacts pour les étoiles voisines du pole, et les erreurs y sont souvent considérables. Aujourd'hui même, avec une lunette méridienne la plus parfaite, on ne peut pas s'assurer de deux minutes sur l'ascension droite de l'étoile polaire, qui est à 2° du pole.

M. de Beauchamp, vicaire-général de Babylone, qui arrive de Bagdad, où il a passé en revue une grande partie du ciel, avoit déja remarqué dans le catalogue de Flamsteed plusieurs fautes, et tous ceux qui ont observé des étoiles en ont trouvé. Les mouvemens propres des étoiles depuis un siècle, rendent ce catalogue souvent défectueux, toujours très-suspect : nous en avons une preuve pour l'étoile θ qui est à une des pattes de la grande Ourse. Vers 1750, son ascension droite fut observée par Mayer et la Caille, et ils étoient d'accord; actuellement il y a 65″ de moins, et M. de Lambre est d'accord avec moi. Le catalogue de Flamsteed diffère de $5'\frac{3}{4}$; cela vient donc du déplacement réel et particulier à cette étoile, qui a reculé progressivement depuis 1690 jusqu'à 1750, et depuis 1750 jusqu'à 1790; mais en

ne doit pas en être surpris, puisqu'il y en a dans beaucoup d'autres; et le Soleil lui-même, qui n'est proprement qu'une étoile, éprouve un déplacement dont j'ai donné les preuves en 1776, et que M. Herschel a employé avec beaucoup de vraisemblance pour expliquer les changemens de positions observées dans différentes étoiles. Ainsi nous avions besoin d'un nouveau catalogue.

Le grand recueil d'observations de M. Maskelyne, qui est un véritable tresor pour l'Astronomie, ne contenant pas d'observations pour les petites étoiles, sur-tout du côté du nord, non plus que celles de M. le Monnier, j'ai entrepris d'y suppléer, spécialement pour fournir aux observations des comètes, et j'ai déja eu la satisfaction d'être utile à cet égard.

L'ancien observatoire de l'Ecole Militaire ayant été démoli en 1786, pour la continuation de l'aîle méridionale de ce vaste édifice, je me suis donné tous les soins possibles pour obtenir qu'on fît un autre observatoire dans le nouveau bâtiment; il a été construit à 17 toises au nord, et 15 toises à l'occident de l'ancien, en sorte que sa latitude est 48° 51′ 6″, en supposant celle de l'Observatoire royal 48° 50′ 14″, sa distance au méridien de l'Observatoire royal 7″, 7 en temps du côté de l'occident.

M. le maréchal de Ségur, alors ministre de la guerre, M. Melin, chef des bureaux, M. Brongniard, architecte de l'École Militaire, s'y sont prêtés avec zèle, et cet observatoire a toute la solidité, toutes les dispositions commodes, et tous les bons instrumens que j'ai pu desirer : jamais un astronome n'a été mieux secondé.

Mais ce qui m'étoit le plus nécessaire dans une si grande entreprise, c'étoit un excellent coopérateur; je l'ai trouvé dans M. le Français, mon parent et mon élève, que je préparois depuis dix ans à ce travail; il y a mis de l'intérêt, du zèle, de la dextérité, du courage, avec l'intelligence d'un très-bon astronome. J'ai obtenu aussi l'acquisition du mural de M. Bergeret; je l'ai fait mettre en place le 11 février 1789.

du côté du midi, et j'ai commencé un cours d'observations sur les étoiles, le 5 août; mais comme j'avois sur-tout à cœur les étoiles situées au nord de notre zénit, dont M. d'Agelet ne s'étoit pas encore occupé, il étoit utile d'avoir une machine propre à transporter facilement ce grand instrument d'une face à l'autre du mur. Pour cet effet il est porté sur des coulisses de fer bien dressées, où il glisse avec facilité; une autre coulisse, portée sur un grand bras de fer, qui tourne autour d'un axe vertical très-solide, peut se mettre dans la direction de celles qui sont sur la face orientale du mur, de manière à recevoir le mural. Quand il est sur cette coulisse mobile, on fait tourner l'axe de manière à amener la coulisse qui porte alors le mural, dans la la direction de celle qui est sur la face occidentale du mur, et on le fait glisser sur celle-ci pour le placer sur la face occidentale, et observer ainsi les étoiles du nord, après l'avoir fixé par les équères qui sont sur le mur tout autour de la circonférence. Cette opération fut faite le 17 août 1789, et depuis ce jour-là on n'a plus observé que les étoiles circompolaires, ou situées depuis 45° de déclinaison jusqu'au pole. Plusieurs étoiles des environs du zénit ont été observées dans les deux positions, pour déterminer l'erreur de la lunette, qui s'est trouvée de 1′ 30″ à ajouter à toutes les distances au zénit, et elle a été la même jusqu'au mois de février 1790, que M. Prevot a jugé à propos de déranger l'objectif.

La pendule étoit d'abord réglée sur le temps moyen; elle retardoit de 4″ par jour. Le 5 elle marquoit 2′ 0″ de moins; mais le 13 je l'ai mise sur les étoiles, et elle a suivi assez exactement le mouvement sidéral: elle retardoit à peine d'une seconde en cinq jours.

Pour être sûr de passer en revue toutes les parties du ciel, je l'ai divisé par zônes de deux degrés en déclinaison, de sorte que faisant sans cesse parcourir ces deux degrés du méridien à la lunette du mural, on étoit sûr de voir arriver

successivement toutes les étoiles au méridien dans l'ordre des ascensions droites.

Le premier jour, c'est-à-dire le 10 août, la zône étoit un peu plus étendue; mais je n'ai pas tardé à la réduire à deux degrés, et quelques fois les étoiles étoient si nombreuses qu'on ne pouvoit suffire à les observer toutes. Ainsi il en aura échappé plusieurs; mais on y suppléera dans une seconde revision du ciel. Cette seconde revision est nécessaire d'ailleurs, pour éviter les fautes qui se glissent toujours dans un si grand nombre d'observations : au reste, il suffit, pour l'usage des astronomes, qu'on ait plusieurs étoiles dans chaque partie du ciel.

Le quart de cercle mural avec lequel j'ai entrepris ce travail, quoique fait par le célèbre Bird, ne pouvoit être dans un plan assez uniforme pour que tous les passages observés fussent dans le méridien; d'ailleurs, il faudroit nécessairement s'en assurer, et cela étoit sur-tout nécessaire pour les étoiles circompolaires dont le mouvement est très-lent, et où une seule seconde en produit, par exemple, 32 pour l'étoile polaire. Pour cet effet j'ai demandé qu'on fît faire, pour l'observatoire de l'École Militaire, un instrument des passages dont la lunette eût 30 lignes d'ouverture, comme celle du quart de cercle. M. le comte de la Tour-du-Pin a bien voulu s'y prêter, et cet instrument est placé sur un mur que j'avois fait élever exprès, qui a 4 pieds de large et deux pieds d'épaisseur, qui a des fondations profondes et qui est fortifié par un escalier tournant. Cet instrument, dont l'axe a 34 pouces, a si bien réussi entre les mains de M. Lenoir, que souvent on trouve, à $\frac{1}{10}$ de seconde près, la même situation vers le zénit et vers l'horizon; par ce moyen, l'on peut déterminer les erreurs du plan dans le quart de cercle, ou bien les ascensions droites de deux ou trois étoiles dans chaque zône, auxquelles on peut comparer toutes celles qu'on a observées dans une nuit. Cette lunette est éclairée la nuit par le centre; elle porte cinq fils que l'occulaire

parcourt sucessivement, et les réduisant tous au milieu, il arrive souvent qu'il n'y a pas plus d'un dixième de seconde d'incertitude.

Il falloit encore, pour la perfection de ce travail, une pendule excellente; mais il ne m'a rien manqué à cet égard. Celle dont je me sers depuis plusieurs années, et qui est de M. Lepaute, a été pendant un mois à la même seconde, en 1789 et 1790, en automne. Elle retardoit en été de deux dixièmes de seconde par jour; mais pendant trois mois il n'y a pas eu sur le mouvement journalier une différence d'un vingtième de seconde : je ne crois pas qu'en Angleterre ni en France, on ait jamais obtenu une plus grande précision. La nature seule des huiles qu'on est obligé d'employer, produit de l'hiver à l'été une demi-seconde par jour. M. le comte de Bruhl, riche amateur d'horlogerie, me faisoit voir à Londres, il y a deux ans, un journal de la marche de plusieurs pendules des plus célèbres artistes d'Angleterre, qu'il suit avec une exactitude astronomique, et aucune n'avoit pu éviter ces petites différences d'une demi-seconde par jour, entre l'hiver et l'été; mais comme elles sont lentes et graduelles, il n'en résulte aucune erreur sur les positions des étoiles.

Le 5 août j'avois reconnu qu'il falloit ajouter 5″ aux passages au mural à 40° du zénit, et 10″ à 4° du zénit; mais cette erreur n'étoit pas proportionnelle, à cause des inégalités du plan. Voici une petite table qui fait voir une partie de ces irrégularités; elle a été faite par le moyen des hauhauteurs correspondantes de l'Aigle et des passages de la Claire du Cygne, de la Lyre, de α de Pégase, d'Antarès, et de Fomalhaut. Les erreurs des passages ont été divisées par le cosinus de chaque déclinaison; ainsi pour se servir de cette table, il faut, après avoir pris la distance au zénit de l'étoile connue et de l'étoile inconnue, diviser chaque erreur par le cosinus de sa déclinaison respective, et l'on aura

aura pour toutes deux ce qu'il faut ajouter aux passages, afin d'avoir les passages au vrai méridien.

DISTANCE au zénit.		CORRECTIONS.	
4°	17′	+	6″3
10	13	+	6, 5
34	44	+	5, 5
40	29	+	4, 9
74	43	+	7, 9
79	20	+	7, 3

Lorsque l'instrument a été dirigé vers le nord, le 19 août, j'ai trouvé qu'en se servant de β du Dragon, il faudroit ôter 1″ pour 3° des passages des étoiles qui sont plus hautes, ajouter pour celles qui sont plus basses.

Le 26 août on a repoussé l'instrument vers l'orient, avant les observations, et l'erreur étoit comme dans la table ci-jointe.

4	—	5,6
9	—	8,6
85	—	1,1

Le 9 septembre on y a encore touché, et le 9 les étoiles vers 18° de distance au zénit passèrent 5″ plutôt que la veille. Ainsi les erreurs sont diminuées, et elles sont fort petites, car entre la Chèvre et β du Dragon, la différence des passages observés à 8° l'un de l'autre, est à une demi-seconde près la même que par le calcul des ascensions droites, qui donne 24′ 27″ 5; mais vers l'étoile polaire il y a une erreur qui feroit 6″ 6, si c'étoit dans l'équateur, et qui la fait passer 3′ 29″ trop tôt, la lunette étant plus à l'orient dans ce point-là qu'elle ne l'est en haut et en bas. Pour mieux éviter cette inégalité, j'aurai soin de donner d'autres étoiles, dont l'ascension droite aura été déterminée exactement par la lunette méridienne.

Après le 24 février 1790, l'erreur ayant changé par le déplacement de l'objectif, les erreurs se sont trouvées à-peu-près comme il suit ; chacune devra être divisée par le cosinus de la déclinaison, pour donner la correction en temps des passages au fil du milieu.

DISTANCE au zénit.	DÉVIATION.	DISTANCE au zénit.	DÉVIATION.	DISTANCE au zénit.	DÉVIATION.
— 3° M.	1"0 orient.	20' N.	12"0 orient.	48' N.	8"0 orient.
1	3, 0	24	12, 0	50	6, 8
3	3, 8	27	12, 8	54	5, 0
+ 1 N.	4, 3	31	13, 0	56	4, 5
3	6, 8	34	13, 7	60	4, 3
8	9, 3	39	12, 8	73	2, 0
13	11, 2	41	11, 0	76	1, 2 occid.
15	12, 6	43	10, 7	82	4, 8

Ces déviations ne peuvent pas être bien constantes, à cause des variations de température qui causent des changemens dans la position du mural ; mais on n'a besoin que de la différence des erreurs pour un ou deux degrés, et alors il n'y a pas d'incertitude.

Pour la grandeur des étoiles, j'observerai que la force de la lunette donne aux étoiles un si grand éclat, que ces grandeurs pourront paroître exagérées ; ainsi la plupart des étoiles que nous marquons de 5ᵉ grandeur, ne sont dans Flamsteed que de 6ᵉ ; mais ces estimations étant toujours un peu vagues, il suffit d'être averti de ces différences, qui d'ailleurs n'ont pas toujours lieu.

Ces observations ne sont pas réduites : j'ai choisi seulement mille étoiles principales, dont je donnerai l'ascension droite et la déclinaison moyenne pour 1790, et je crois que cela est suffisant. Pour les autres, ce seroit un travail énorme : Flamsteed n'en avoit pas 3000, et de son temps les réduc-

tions étoient bien plus faciles, puisque on ne connoissoit pas l'aberration ni la nutation. Cependant les réductions de Flamsteed ne nous dispensent pas de recourir à ses observations ; c'est toujours la partie essentielle. Ses réductions sont souvent défectueuses, et les mouvemens mal calculés. Les étoiles auxquelles je rapporte chacune de mes zones, pourront être mieux connues ; ainsi je n'ai pas cru devoir me presser de faire ces réductions. Mais la publication des observations est ce qui intéresse le plus les progrès d'Astronomie, et je crois qu'il est de notre devoir de ne point la différer. C'est l'exemple que M. le Monnier, en France, Flamsteed et Maskelyne, en Angleterre, nous ont donné ; et M. Cassini publie chaque année, du moins par extrait, celles qui se font à l'Observatoire.

Peut-être quelque amateur zélé, privé du plaisir d'observer avec de grands instrumens, voudra s'en dédommager ou dédommager l'Astronomie en se livrant à ces calculs. On peut les faire par-tout ; mais les observations que je présente n'auroient pu, pour ainsi dire, se faire ailleurs. Les mille étoiles déja réduites ne seront publiées que lorsque chacune en aura été observée deux fois au mural et deux fois à la lunette méridienne, et qu'il y aura deux réductions assez bien d'accord.

L'abbé de la Caille avoit eu intention de se transporter dans une des provinces méridionales de la France, pour entreprendre un semblable travail, et n'être pas contrarié par les mauvais temps qui déroutent si souvent les astronomes à Paris et à Londres ; j'avois moi-même écrit à l'Académie de Montpellier pour savoir si je pourrois placer dans son observatoire, pendant un an, le grand mural de 7 pieds ½, qui étoit mon principal instrument. Je me serois exilé volontairement pour ce temps-là ; j'y voyois bien des obstacles ; j'ai donc voulu essayer ce que je pourrois espérer du climat de Paris. Nous avons eu environ 100 belles nuits pendant un an, et cela a suffi pour remplir mon objet. En

deux ans j'ai eu 8000 étoiles dans les 45 premiers degrés. On observe facilement 100 étoiles dans une nuit, ce seroit dix mille dans un an, si toutes les parties du ciel étoient également riches en étoiles; mais il y a des zones qui sont très-pauvres, sur-tout aux environs du pole boréal. Il est arrivé de n'avoir qu'une seule étoile en une heure, en parcourant 4° de hauteur; une autre fois trois étoiles en deux heures, de 19^h à 21^h d'ascension droite; d'ailleurs, comme les étoiles avancent très-lentement aux environs du pole, on ne peut pas en observer beaucoup; mais quand nous serons du côté du midi, nous aurons facilement 4000 étoiles par an. Quelquefois aussi l'on observe plus de 200 étoiles dans une nuit; mais c'est un excès de travail auquel on doit rarement se livrer, puisque, avec un peu plus de temps, on parvient à avoir toutes les étoiles les unes après les autres. Ainsi l'on voit que dans ce climat, dont les astronomes se plaignent sans cesse, et qui véritablement les contrarie bien souvent, l'on peut cependant entreprendre et exécuter tout ce qui est nécessaire pour l'Astronomie, tandis qu'au milieu de l'Asie, dans les climats où l'Astronomie prit naissance il y a 2500 ans, M. de Beauchamp, qui l'a reprise depuis quelques années, se trouve réduit pendant les trois mois de l'été, à une inaction pénible, mais forcée, par la chaleur dévorante qui rend un observatoire inhabitable, même pendant la nuit. A Paris, l'hiver n'est pas assez froid, ni l'été assez chaud pour interrompre les observations, et j'espère que dans cinq à six ans j'aurai près de 50000 étoiles, en continuant jusques vers l'horizon de Paris.

Je ne me suis pas toujours attaché à mettre les noms de Flamsteed, parce que ses étoiles, sur-tout celles qui ne sont pas dans le corps même des constellations, sont souvent fort mal classées; il y en a même qui sont séparées par une constellation toute entière de celle où Flamsteed les a placées: par exemple, une étoile très-voisine de la 14ᵉ du petit Chien, est la 13ᵉ du Navire; il faut traverser toute la Licorne,

et il y a près de 25° de distance depuis l'extrémité de la proue du Navire jusqu'à cette étoile.

Au contraire, Flamsteed a nommé la 25e du Verseau et la sixième de Pégase, deux étoiles qui ne sont qu'à 30' l'une de l'autre, et qui sont sur la tête même du Verseau.

Il est singulier aussi qu'il ait mis pour la 23e des Poissons, une étoile qui est tout près de r de Pégase, au-dessus de ϕ de cette constellation. La 25e étoile de Cassiopée, que je mets à la tête du Messier, est plus près du genou de Céphée que de la chaise de Cassiopée. Elle auroit dû être attribuée à la constellation de Céphée, qui est la dernière du catalogue britannique, plutôt qu'à celle de Cassiopée, qui est la première des constellations boréales. Ainsi quand on voudra rapporter nos étoiles à celles de Flamsteed, il faudra quelquefois les chercher dans plusieurs constellations du catalogue britannique, où l'on ne s'est pas attaché à leur plus grande proximité.

Voici d'autres irrégularités semblables, remarquées par M. de Beauchamp dans le cours des nombreuses observations qu'il a faites à Bagdad sur les étoiles. Flamsteed met dans la Vierge, n°. 101, une étoile qui est voisine des étoiles 14e, 15e, 18e, et 20e du Bouvier; l'étoile 76e d'Orion ne diffère que de 1' en ascension droite et peu en déclinaison, de la 8e de la Licorne. Il rapporte à la Balance la première des étoiles de 5e grandeur qui suivent π à la queue de l'hydre.

La Girafe et le Lynx sont mêlés de manière qu'il se trouve des étoiles fort voisines les unes des autres, qui sont placées dans deux constellations différentes. Pour aller à la 44e du Lynx, il faut passer les pieds de devant de la grande Ourse. La première des Chiens de chasse ne devroit pas appartenir à cette constellation. La 25e du petit Lion est près de μ de la grande Ourse. La 19e de la grande Ourse est voisine de la 40e du Lynx, et assez loin de la grande Ourse.

L'étoile μ de la Couronne se trouve sous le pied d'Hercule, et celle qu'on voit sous ce nom à une des flèches de

la Couronne, est au Bouvier. La 2e ν de la Couronne est à 7° plus loin, sur le nombril d'Hercule. Il y a trois étoiles à la tête d'Hercule, qui sont 52e, 53e, et 54e d'Ophiucus. Des deux étoiles π sur le genou du Lion, la première et la plus haute appartient au Sextant; elle en est la 11e dans le catalogue, et une qui en est très-près est la 28e du Lion. La 49e du petit Lion est au milieu du grand Lion, au-dessus de *k*.

La 15e et la 16e, à la fin de l'Hydre, se trouvent à 10° de π, qui fait la queue de l'Hydre sur l'Atlas de Flamsteed, tandis que la première de la Balance n'en est qu'à 2°.

Telles sont les raisons pour lesquelles je ne me suis pas toujours attaché à nommer les constellations comme Flamsteed. Au reste mes étoiles étant rangées par zones, il y aura aussi un peu de mélange; ainsi pour trouver parmi mes étoiles celle dont on aura besoin, ayant à-peu-près son ascension droite et sa distance au zénit dans le méridien, il faudra quelquefois la chercher dans deux zones. Par exemple, la zone du 9 août, qui va de 5° à 10°, contient les étoiles qui passent à 5°½, et celle du 10 août, qui va depuis le zénit jusqu'à 5°, renferme une étoile qui est aussi à 5°½ : il étoit naturel de ne pas manquer une étoile qui étoit vers la limite des deux zones, quoiqu'elle appartînt plus naturellement à la précédente qu'à la suivante. C'est par une raison semblable que dans le catalogue britannique on trouve 18 étoiles répétées dans deux constellations différentes.

Au reste, il y a dans le catalogue général de Wollaston une table des étoiles par ordre d'ascensions droites, où l'on peut avoir toutes celles de Flamsteed, quand on connoît leurs positions, sans parcourir les différentes constellations; mais il y a beaucoup de fautes dans cet ouvrage, d'ailleurs fort utile.

Les observations commencèrent le 5 août 1789 (1); mais

(1) Jour mémorable par les 19 articles de la liberté générale, arrêtés dans l'Assemblée nationale, la nuit du 4 au 5 août.

comme je m'occupe ici uniquement des étoiles qui sont dans les 45 premiers degrés vers le nord, je ne rapporterai pas celles des premiers jours, et je commencerai par le 10 et le 11 août, où il y eut environ 90 étoiles d'observées entre le zénit et 4° du côté du midi. On pourra les comparer avec α du Cygne, dont l'ascension droite étoit de 308° 34′ 32″, suivant le catalogue des 34 étoiles de M. Maskelyne, dont l'exactitude est bien éprouvée; mais il faudra ajouter aux passages des étoiles plus septentrionales 0″,27 pour chaque degré, sans diviser par le cosinus, avant de les comparer avec α du Cygne.

Le même jour on a la 32e du Cygne, dont l'ascension droite le 8 juillet 1790, étoit de 20ʰ 9′ 1″, 3, et le 5 août 1791, 20ʰ 9′ 4″, 0. Il y a aussi une étoile dont l'ascension droite a été trouvée le 5 et le 6 juin 1791, de 19ʰ 52′ 48″, 8, à 3° 35′ de distance au zénit. Ces étoiles, ainsi que toutes les autres qui me serviront de termes de comparaison, entreront dans le catalogue réduit des 1000 étoiles dont j'ai parlé, où l'on en trouvera encore d'autres pour les mêmes jours.

Le 12 août, par α du Cygne et la Lyre, je trouve que pour comparer les étoiles à la Lyre, il faut ajouter aux passages des étoiles plus hautes que la Lyre, pour chaque degré, 0″,17, divisées par le cosinus de la déclinaison de l'étoile dont on veut avoir l'ascension droite.

Le 13 août j'ai aussi 4 étoiles observées exactement à la lunette [illegible] savoir, [illegible] : [illegible]. Ces 4 étoiles, comparées [illegible] du Dragon, m'ont donné 0″,19 par degré à ôter des passages des étoiles plus hautes que β du Dragon; ces quantités toujours divisées par le cosinus de la déclinaison de chaque étoile respectivement.

Le 12 août, j'ai aussi 2 o du Cygne, à 0° 54′, dont l'ascension droite le 5 août 1791, étoit 20ʰ 25′ 58″, 4.

Le 13 août je me servis de la nouvelle pendule dont j'ai parlé, réglée sur les étoiles ou sur le temps sidéral; on peut

supposer que la Lyre a passé à $9^h\ 0'\ 21''$, 6, et y comparer les autres. On peut aussi se servir de α du Cygne; il faudra ôter des étoiles plus basses $0''$, 182 pour chaque degré dont elles seront plus basses que le Cygne, cette quantité étant divisée par le cosinus de la déclidaison de l'étoile. Enfin, il y a η du Cygne, dont l'ascension droite apparente a été trouvée le 16 juillet 1790, de $19^h\ 47'\ 28''$, 9.

Le 14 août, il y a des étoiles près du zénit qui se compareront avec α du Cygne, dont j'ai rapporté l'ascension droite ci-dessus.

Après les observations du 14 août, je transportai le mural à la face occidentale du mur, pour observer les étoiles circompolaires, qui étoient le premier objet de mon entreprise.

Le 19 août on peut se servir de β du Dragon $261°\ 25'\ 50''$, et alors il faut ôter des passages des étoiles plus hautes $0''$, 19 pour chaque degré, en divisant par le cosinus de la déclinaison.

En employant α de Cassiopée, qui avoit $7°\ 10'\ 50''$, il faudroit ôter $0''$, 06 par degré des passages des étoiles plus basses que α de Casiopée, cette quantité étant divisée par le cosinus de la déclinaison de l'étoile qu'on voudra calculer; mais ce résultat est contraire au précédent, qui me paroît préférable : au reste la différence n'est pas fort grande.

Le 23 août on se servira de la même étoile, quoiqu'elle n'ait pas été observée, puisque en ajoutant $1''$ aux passages du 19, on a ceux du 23; on a aussi α de Céphée, qui a été observée ces deux jours, et dont l'ascension droite apparente le 19, étoit $318°\ 23'\ 38''$.

Le 24 août nous avons β du Dragon pour comparer nos étoiles, et β de Céphée pour savoir de combien l'instrument alloit à l'orient en descendant : en supposant β à $261°\ 25'\ 28''$ d'ascension droite, et β de Céphée $321°\ 28'\ 25''$, et partant de β du Dragon, il faut ôter $0''07$ divisé par le cosinus de la

déclinaison

déclinaison pour chaque degré dont l'é[illegible] est plus basse que β du Dragon.

Le 25 août, de 8° à 10° de distance au zénit, on peut partir de α de Céphée, en ajoutant aux passages observés des étoiles plus hautes 0″, 405 pour chaque degré, divisant toujours cette correction par le cosinus de la déclinaison.

Pour les étoiles du 26 août, entre 10° et 12° de distance au zénit, on pourra se servir de γ et de δ de Cassiopée, 11° 3′ 5″, et 18° 3′ 56″; ces deux étoiles s'accordent parfaitement, en ajoutant 17″ à l'une et 45″ à l'autre dans le catalogue de la Caille; on supposera leurs passages 0h 44′ 21″, 8 et 1h 12′ 25″, 1.

Le 27 août, de 12° à 14° on emploiera α de Céphée 318° 23′ 38″, et ε Cassiopée 384° 52′ 36″: il n'y a que 1″, 6 de différence. En partant de α Céphée, l'on ajoutera pour chaque degré aux passages des étoiles plus basses, 0″, 82, divisées par le cosinus de la déclinaison.

Le 29 août, de 14° à 16° de distance au zénit, on peut prendre β de Cassiopée 359° 31′ 8″, et ε de Cassiopée 24° 52′ 16″, car on ne trouve que 1″, 2 de différence de 9° à 14°; ensorte qu'en partant de β il faut ajouter aux étoiles plus basses 0″ 09, divisées par le cosinus de la déclinaison.

Le 8 septembre les étoiles se détermineront par celles du 9, y en ayant plusieurs de répétées.

Le 9 septembre le réticule a été changé de 2″ de temps ou environ, par méprise. Pour cette zone de 18° à 20°, on a δ du Dragon à 288° 7′ 15″ d'ascension droite apparente, suivant les observations de M. de Lambre. Le 8 juillet 1790 elle a été observée à la lunette méridienne, ayant 19h 12′ 30″, 4, et le 5 août 19h 12′ 31″, 0. On peut aussi se servir de α de Céphée 318° 23′ 41″, en ajoutant aux passages des étoiles plus basses 0″ 275 par degré.

Le 9 et le 10 septembre on a observé aussi π du Dragon, dont j'ai trouvé l'ascension droite apparente le 5 août 1790, de 19h 19′ 56″, 9.

Le 9 septembre vers 14^h de temps vrai, la lunette méridienne étant dirigée vers le pole, on voyoit 8 petites étoiles télescopiques qui l'environnent actuellement.

Le 12 septembre, de 20° à 22°, en partant de β de Céphée 321° 28′ 30″, on ôtera des passages des étoiles plus hautes, pour chaque degré 0″,31, divisées par le cosinus de la déclinaison.

Le 13 septembre, de 22° à 24°, on supposera le passage de β Céphée 21^h 25′ 55″, 5, et l'on y rapportera toutes les autres, comme le 12.

Le 25 septembre, de 24° à 26°, on peut encore se servir de β Céphée. Il y a aussi la 73e du Dragon, dont l'ascension droite a été trouvée le 5 août 1791, 20^h 34′ 9″, 8.

Le 26 septembre, en partant de α Céphée, 318° 23′ 29″, on ajoutera aux passages des étoiles plus basses 0″,36 par degré. Mais en partant de β de Céphée 321° 28′ 40″, il faudroit ajouter 0″,59 par degré aux passages des étoiles plus basses, soit que cela provienne de l'erreur sur les positions de ces étoiles, soit que la déviation du plan ait une marche différente dans ces deux parties. Mais on a aussi la 73e du Dragon, dont j'ai rapporté la position, et l'étoile τ du Dragon, qui, observée à la lunette méridienne le 16 juin 1790, avoit 19^h 19′ 33″, 3 d'ascension droite. Ces étoiles pourront servir aussi à déterminer les autres, en les réduisant au 26 septembre 1789.

Le 16 octobre, de 26° et 28°, on peut partir de γ de Céphée, 352° 45′ 0″, rectifiée par M. de Lambre, en ajoutant 0″5 par degré aux passages des étoiles plus basses, cette quantité étant toujours divisée par le cosinus de la déclinaison de l'étoile qu'on veut calculer.

Il y a aussi une étoile de Céphée à 26° 33′, qui avoit le 5 août 1790, 22^h 15′ 49″, 3 d'ascension droite, et une à 26° 15′, qui avoit 22^h 28′ 38″, 7.

Le 20 octobre, de 28° à 30°, en prenant pour terme de comparaison γ de Céphée [illegible], l'étoile polaire qui

étoit à 12° 46′ 4″, m'a fait reconnoître qu'il faut ajouter aux passages des étoiles plus basses 0″, 53 par degré. Deux étoiles qui ont passé à 4^h 45′ et 4^h 49′, l'une à 27° 16′, l'autre à 30° 3′, ont été déterminées le 14 juin 1790. La première, du Renne, avoit 4^h 45′ 17″, 7 d'ascension droite; la seconde, de la Girafe, avoit 4^h 48′ 19″, 7 : celle-ci est sur le petit Atlas de Flamsteed. Une étoile à 28° 50′, avoit le 5 août 1790, 22^h 25′ 6″, 3 d'ascension droite.

On trouvera dans ces observations beaucoup d'étoiles du *Messier*, constellation que j'ai formée en 1774, avant que M. le Monnier eût fait graver celle du Renne dans le petit Atlas publié en 1776; j'ai conservé celle-ci dans mon Globe céleste, publié en 1775, mais je n'en connoissois pas alors les limites, et elle ne s'étend qu'à 19° du pole dans mon Globe; je l'ai supposée de même dans le catalogue suivant. On y trouvera aussi le Trophée de Frédéric, constellation établie par M. Bode à l'honneur du feu roi de Prusse Frédéric II, mort le 17 août 1786.

Il n'y a dans le catalogue de Flamsteed aucune étoile pour cette partie du ciel; mais la comète de 1774, qui parut dans cette région, en nous faisant sentir le vide du catalogue britannique, me fit concevoir le projet d'observer les étoiles qui s'y trouvoient : je m'en suis occupé dès que j'ai eu un grand instrument, et un observatoire solide pour le placer.

La troisième comète de 1790 m'a fait jouir déja du fruit de mon travail; elle a traversé une partie du ciel qui étoit toute entière dans mes zones de 45°, depuis Andromède et Cassiopée, jusqu'au Messier, à la Girafe et à la grande Ourse; et les positions de Flamsteed étoient quelques fois en erreur de 2′, et même de 3′ 47″ pour θ de la grande Ourse, comme je l'ai déja dit.

Les journaux de M. d'Agelet, qu'il m'a confiés en partant, m'ont fourni, du côté du midi, les étoiles que la comète a traversées les jours suivans, ensorte que ses observations, réunies avec les miennes, complèteront la partie visible du ciel.

Les observations que je présente sur les plus petites étoiles, auront peut-être un jour l'avantage qu'on a recueilli des observations de Flamsteed, Mayer, et de M. le Monnier, après la découverte de la planète d'Herschel, qui s'est retrouvée parmi les petites étoiles que ces grands astronomes n'avoient point négligées. Qui sait s'il n'y a pas d'autres planètes plus éloignées et plus petites en apparence que celle de M. Herschel, et que l'on trouvera avec plaisir dans ces observations? Dans un champ aussi ingrat, il faut semer beaucoup pour espérer de recueillir quelque chose.

La zone céleste, comprise depuis le pole jusqu'à 45°, à laquelle je me suis principalement attaché, est environ un septième de la surface du ciel, et cependant elle renferme plus de huit mille étoiles visibles dans ma lunette; ainsi il y en auroit plus de 56 mille dans tout le ciel : mais la partie boréale étoit celle dont on s'étoit le moins occupé, et à laquelle je me suis d'abord fixé.

Voici la surface de différentes zones en décimales de la surface entière de la sphère, pour qu'on puisse juger de ce qui reste à faire pour bien connoître le ciel.

Depuis le pole jusqu'à 45°.	0,146.
Depuis le pole jusqu'au tropique.	0,301.
Depuis 45° jusqu'à l'équateur.	0,354.
Depuis le tropique jusqu'à l'équateur. . .	0,199.
Depuis le pole jusqu'à 48° 50′ de dist. . .	0,171.
Depuis 48° 50′ jusqu'à l'équateur.	0,329.

La zone que je présente actuellement depuis le pole jusqu'à 45° n'est que $\frac{3}{20}$ de la surface entière de la sphère; il en reste autant et même un peu plus pour aller jusqu'au tropique; mais M. d'Agelet a beaucoup observé dans cette partie : entre les deux tropiques il y a $\frac{2}{5}$ du total. Le zodiaque de Mayer et les observations de M. d'Agelet, peuvent suffire.

Depuis le tropique jusqu'au pole austral, il y a $\frac{3}{10}$; mais cette partie a été donnée par la Caille, et il seroit impossible

de l'entreprendre à Paris. Ainsi nos étoiles boréales remplissent le vide qui restoit dans les cartes célestes et dans les catalogues. Il ne nous reste que la vérification et les calculs; mais l'ouvrage essentiel est achevé, et tout est disposé pour le completter. Au moment où ce-ci s'imprime (*nov.* 1792), il y a plus de mille étoiles dont les ascensions droites et les déclinaisons sont réduites au premier janvier 1790 par l'aberration, la nutation et la précession.

Dans les observations suivantes, la première colonne contient les noms des constellations et ceux des principales étoiles; la seconde colonne indique leur grandeur, estimée à-peu-près; la troisième, leur ascension droite en heures et minutes, pour servir à les reconnoître. Je n'ai eu besoin de cette attention que pour les premiers jours où la pendule étoit réglée sur le temps moyen; car, à compter du 13 août, les passages au fil du milieu indiquent assez bien l'ascension droite.

On trouve ensuite les passages aux trois fils de la lunette, dont l'intervalle est dans l'équateur de 25",087. Par ce moyen on peut l'avoir à toute autre déclinaison, pour réduire chaque fil au milieu, et avoir le passage de la même étoile au méridien, de trois manières différentes.

La dernière colonne contient les distances au zénit; il faut les augmenter de 1' 30", qui est à-peu-près l'erreur du mural déterminée par le retournement du 17 août. En publiant la suite de ces observations, j'aurai soin d'annoncer les changemens survenus dans cette erreur de la lunette, et dans la position du mural.

On trouvera 2000 observations dans ce volume. Les trois volumes suivans en contiendront chacun autant, à moins que je ne trouve un moyen de les publier separément. Mais en attendant, je n'ai pas voulu priver les Astronomes de l'utilité qu'ils pourront retirer de ces observations.

OBSERVATIONS
DES ÉTOILES BORÉALES DANS LE MÉRIDIEN,

Entre le pôle et 45°, à 48° 51′ 20″ de latitude, au quart de cercle mural de l'Ecole Militaire.

Observations du 10 août 1789.

Noms des étoiles.	Grandeur.	Temps à-peu-près.	Passages des étoiles —	—	—	Dist. au zén. vers le midi.
		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	18 17	8 55 2	55 38	56 14,2	2 31 4
	7	18 22	8 59 49	60 25	61 1	2 55 2
	6. 7	18 23	9 1 21,3	3 57,5		2 38 55
	6. 7	18 26	9	4 17,5	4 53,5	2 58 54
	6. 7	18 27	9 4 34,2	5 10,5		2 52 56
	6	18 28	9	6 21	6 57,8	2 45 42
[illegible]	1		9		8 52,4	10 13 19
Hercule.	6. 7	18 38	9 16 1,2	16 38		1 24 51
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	18 42	9 19 59	20 36	21 15	89 58 43*
	6	18 43	9 20 32	21 10 2		0 17 25
	6	18 49	9 27 2,2	27 40 5	28 18	0 13 15
		18 55	9	33 55	34 31,2	2 10 44
	7	18 58	9		37 26,5	3 12 47
	7	19 5	9	43 7	43 45	0 43 11
	7	19 8	9		47 44	0 28 8
	6	19 13	9 50 45	51 23	52 2	89 38 21
	6	19 25	10 2 31	3 7,1	3 43,5	2 55 47
	6	19 29	10 6 24	7 1,7	7 38,5	1 6 42
	6	19 32	10 9 47,3	10 25	11 3,8	0 1 16
Aigle α.	1. 2		10 18 27,9	18 55,4	19 19	40 29 3
Cygne.	5. 6	19 53	10	31 1	31 36,7	3 33 2
		19 53	10 33 49	36 27	37 4	1 11 5
	6	20 5	10 43 13,6	43 50,5	44 27	1 42 38
32.	4. 5	20 9	10 46 34,5	47 11,2	47 48,4	1 44 54
	6	20 13	10 50 51,7	51 28	52 5	2 23 41
	6	20 15	10		54 2	3 41 50
	8	20 19	10	57 33,2	58 10	1 33 19
	8	20 20	10 58 1,2		59 15	1 35 16
45. ω.	5. 6	20 23	11	1 43,5		0 34 24
	7	20 25	11		3 57,8	0 18 28
	7	20 27	11	5 17,2	5 47,9	2 50 41
α.	1. 2	20 34	11 11 50,7	12 29	13 1	4 17 13
	7	20 33	11	16 25,1		2 15 35
	7	20 40	11	17 7,6	18 19	3 3 22
	6. 7	20 43	11 20 20,5	20 56,6	21 32,8	2 56 24
61	5	20 54	11 36 10	37 27,2	38 4	2 0 21
	7	21 3	11 40 41,8	41 18,3	41 55	1 54 16
	6	21 12	11 49 40,5	50 13,5	50 53	0 11 54
	6	21 15	11	53 45	53 23	0 25 0
	6. 7	21 15	11 52 55,2	53 14	53 52	0 13 40

Noms des étoiles.	Grandeur.	H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
10 août.						+ 1 30
Cygne	7	21 18	11	55 57		0 0 2
[illegible]	5	21 22	11 59 6	60 34	61 20	3 12 40
	6. 7	21 26	12 3 50,9	4 6		3 53 49
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11 août.						
Aigle α		19 40	10	14 54,7	15 18,8	40 29 3
Cygne α.		20 34	11 7 51	8 26,2	9 2,5	4 17 18
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	23 18	14 21 11	21 46	22 22	3 33 2
	6. 7	23 22	14 24 48,8	25 24 5	16 2	3 34 24
	6	23 25	14		27 13	1 33 41
	6	23 30	14	28 47		0 22 35
	6	23 39	14 32 12	32 47		3 31 35
	6	23 39	14	32 13		3 36 25
22.	5	23 59	14	33 47		3 55 30
	6	0 2	14	35 27,2	36 2,9	3 54 6
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	0 9	14 41 6	42 33	43 10 5	1 7 50
	5	0 9	14 42 18,8	42 58	43 35,1	1 1 44
	6. 7	0 14	14 46 47	47 24	48 2	1 56 52
	6. 7	0 18	14 50 35	51 12	51 49,5	1 34 46
	6. 7	0 23	14 55 52,2	56 29	57 6,5	2 4 42
	6	0 26	14	59 58	60 34,5	2 34 28
Cassio.	7	0 29	15	2 13	2 49	2 43 48
20 π.	4. 5	0 32	15 4 48	5 24	6 0,9	2 57 24
	6. 7	0 35	15 7 52		8 44	3 5 14
	6	0 38	15 10 47,1	11 23,9	12 0 5	2 12 45
	6	0 41	15 14 16,7	14 54 5	15 32,5	0 19 9
	5	0 43	15	16 41,8	17 18,5	1 17 37
	6	0 47	15 19 41,2	20 17,6		2 55 48
	5	0 51	15		25 4	2 35 11
	6	0 52	15	25 18 8	25 55	2 19 14
Andr.	5. 6	0 55	15	28 23	29 6	0 24 10
42 φ.	3. 4	0 57	15	30 48,9	31 25,2	2 42 42
	6	0 59	15	32 34	33 9	3 19 14
	5. 6	1 4	15 36 55		38 7	1 51 48
	5. 6	1 6	15		39 52,2	2 31 19
49 i	4	1 17	15		51 33	2 54 40
	5	1 23	15 56 25,8	57 2,8	57 40	1 11 17
51 ν.	3	1 25	15 57 54,5	58 31,8	59 9,3	1 16 25
	5	1 30	16 3 1	3 38	4 15	1 22 51
	4. 5	1 33	16 7 43,5	8 19	8 55,5	3 39 14
	5	1 38	16 10 47,3	11 23,2	11 59,8	2 27 38
	4. 5	1 40	16	13 31,8	14 1,2	0 25 56
	4. 5	1 45	16	18 13	18 49	2 46 5
12 août. Drag.	6	18 5	8 34 28,2	35 7,8	35 47	88 27 24
	6	18 9	8 39 30	40 8,4	40 46,5	89 43 50

* Nota. Le dernier nombre 89° 58′ 43″, est le complément de la distance au zénit vers le nord.

1758.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	° M. S.
12 août.						+ 1' 30
Dragon	7	18 11	8	42 5	42 43	89 48 2
	5. 6	18 16	8 45 45	46 23,7	47 2,5	89 11 29
	6	18 20	8 49 50	50 29	51 8	89 4 8
	7	18 22	8 52 4	52 42,5	53 21,3	89 8 0
	7	18 26	8 56 27	57 6,1	58 44,2	88 4 48
La Lyre.		18 30	8 59 56,1	60 23	60 5[illegible]	10 13 15
Drag.	7. 8	18 36	9 5 51	6 31	7 10	88 18 22
	6	18 42	9	12 32	13 11	89 36 58
	7	18 46	9 16 6,8	16 46,5	17 26,1	88 0 21
	7	18 50	9 19 33,5	20 13,2	20 53	87 47 4
	6	18 53	9 23 19,2	23 57	24 35,7	89 47 14
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	19 0	9 29 27	30 10	30 48,1	89 12 5[illegible]
	6	19 5	9 32 56,1	33 35,4	34 15	88 47 27
	7	19 7	9 36 24		37 41,2	89 21 17
	7	19 7	9 36 25		37 42,[illegible]	89 21 10
	5. 6	19 10	9 39 35,2	40 14,2	40 53	89 6 5[illegible]
	6	19 13	9		44 3,4	89 38 8
	6	19 15	9		46 4,2	88 52 23
	5. 6	19 18	9 47 36	48 15,1	48 54	88 57 21
	6. 7	19 19	9 48 45	49 23,2	50 2,2	88 59 24
Cygne.	7	19 21	9 50 55,4	51 35		89 6 2
	6	19 25	9 54 56,5	55 24,5		0 40 42
	5. 6	19 28	9	58 15	58 54	0 0 41
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Aigle.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Cygne.	5. 6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
29. c.	5	19 55	10 25 2,5	25 41,6	26 20	89 17 53
	6. 7	19 58	10	28 44,5	29 24,1	88 7 34
	6	20 1	10	31 27,2	32 6,2	89 11 50
	7	20 3	10	33 0,2	33 38,9	88 51 15
	5	20 7	10 36 16	36 55,2	37 23	87 59 17
	6	20 10	10	39 51	40 28,8	89 15 58
	6	20 16	10 45 37,5	46 18	46 56,5	88 52 7
43. ω.	4. 5	20 21	10 50 12 7	50 51	51 28,5	0 7 53
45. ω.	4. 5	20 23	10	53 47	54 25	0 34 26
46. ω.	4. 5	20 25	10 54 23	55 2		0 18 30
α.	1. 2	20 34	11 3 53,2	4 28,2	5 4	4 17 10
	7	20 39	11 8 44,2	9 23,2	10 2	88 54 48
	7	20 41	11	11 18,5	11 57	88 39 42
	6	20 43	11 12 31	13 10	13 49	88 49 3
	6	20 47	11 16 36,2	17 14,2	17 52,7	0 4 58
	5	20 50	11 19 14	19 53	20 31,9	88 53 51
	5	20 52	12	21 53,7	22 22,5	89 10 21
	5. 6	20 56	11 26 3	26 41,7		89 18 14
	6. 7	21 1	11	30 57,7	31 37	88 5 6
	6	21 18	11	48 15,5		0 24 8
	5	21 24	11 53 32,5	54 12,5		87 33 22
	5	21 27	11	57 15	57 55	88 3 31
	6	21 31	12 0 21	0 59,5		89 58 15
	5. 6	21 33	12		3 15	0 5 28
81e. ω.	4. 5	21 39	12 8 25,9	9 4	9 41,4	0 29 0
	5	21 41	12 10 53	11 34	12 12,2	89 17 12
	6	21 49	12 18 17,2	19 27		89 19 38
	6	21 57	12 26 33	27 11		88 8 29
	6	21 59	12	28 43	29 22	88 2 38

1758.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	° M. S.
12 août.						+ 1 30
Lézard.	4. 5	22 3	12 32 18,6	32 57 5	33 36,3	8[illegible] 2 1[illegible]
	7. 8	22 7	12 36 23	37 3,4	37 42	89 28 3
	5. 6	22 12	12 41 38		42 55,5	8[illegible] 54 1
	6	22 15	12 44 32	45 11	45 50 2	88 1 3[illegible]
	5	22 17	12 45 5[illegible]	46 24	47 1,3	8[illegible] 38 11
	6. 7	22 19	12	49 13	49 52	[illegible]
	6. 7	22 20	12	49 23	50 2 5	88 16 20
	6. 7	22 21	12		51 10,3	88 2[illegible]
	5. 6	22 27	12 5[illegible] 26	57 4	57 42	
9e.	4	22 29	12		59 17	
Trop. de	6. 7	22 31	13	0 40	1 18,5	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	22 35	13	5 18,2	5 5[illegible]	
	6	22 40	13 9 32,8	10 11,2	10 50,2	
	5	22 44	13		14 16	
	7	22 49	13 18 3[illegible]	19 14	19 52 5	
Andro.	6	22 52	13 21 44	22 23	23 2	
5e.	4. 5	22 55	13	24 35,3	25 13,4	
	6	22 58	13	27 30	28 7,[illegible]	
	6	23 1	13	30 24,5	31 2 8	8[illegible] 55 5[illegible]
	6	23 5	13 33 47,5	34 26	35 5,2	8[illegible] 21 7
8e.	4. 5	23 8	13		38 26,1	0 56 53
Trop. de	5. 6	23 13	13	42 47,2	43 27	88 35 56
Fréder.	6. 7	23 13	13 46 52	47 30,2	48 8,7	8[illegible] 37 54
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	23 47	14 16 32,7	17 11,5		89 33 54
	6	23 48	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23 55	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	0 1	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	0 4	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	0 10	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	0 20	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	0 23	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	0 27	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	0 27	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ξ Casiop.	4. 5	0 30	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	0 36	14 5 0.	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	0 39	15 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	0 40	15 8 29,2	9 9	9 48	88 24 24
	5. 6	0 45	15	14 43,4	15 23	87 43 57
	5. 6	0 46	15	15 18	15 58,3	87 5 12
	5. 6	0 50	15 18 59	19 38	20 17	88 55 52
	5. 6	0 53	15 21 23	22 2	22 41	88 57 8
	7	0 58	15 26 33	27 13	28 52,2	88 12 33
	6. 7	1 0	15 29 13,8	29 53	30 32,5	88 20 47
	7	1 1	15	32 23,2	33 2 5	88 12 28
	6	1 8	15 36 49	37 28	38 6,7	88 20 49
	6. 7	1 11	15 40 15 5	40 53	41 24	88 [illegible]
Andro.	5	1 16	15	45 33		
	6. 7	1 22	15 51 18	51 58		
	7	1 26	15	55 46		
54. ε.	5	1 30	16 59 17,8	59 56,5		
Per. 2. g.	3. 4	1 39	16 7 33,7	8 17,[illegible]		
	4. 5	1 42	16 10 59	11 38 2		
3. Per.	3	1 45	16	14 37		

Nota. Après ces observations l'horloge a été réglée sur le premier mobile, ensorte que le passage au milieu indique à-peu-près l'ascension droite en temps.

Le 18 août le mural a été dirigé vers le nord.

OBSERVATIONS

Faites à la pendule réglée sur les étoiles.

Noms des const.	Gr. des étoil.	PASSAGES DES ÉTOILES. Prem. fil.	Milieu.	3e. fil.	Dist. au zén. vers le midi, ajoutez 1d 30'.
		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
1er août.					
α Cygne.	2	20 53 52,4	54 7,8	54 47,2	4 17 9
Cygne.	6	21		54 54,5	4 0 38
	6	12	56 19,5	56 55,7	2 55 25
	6	12	41 9,5	41 47,6	0 7 18
	6	21 43 13	43 50,4	44 27,9	1 22 10
	7	21	47 57	47 54,5	2 21 45
	6	21	51 30,5	52 8,7	0 42 16
	7	21	52 13	52 50,5	0 40 37
Lézard.	5. 6	21 56 51,5	57 29	58 5,7	1 36 37
	5. 6	22	0 14	0 50,5	1 54 54
	7	22 1 28,5	2 5		1 56 25
	7	22 10 34,5	11 16	11 55	2 24 15
4e.	4	22 15 14	15 51,2	16 30	0 24 38
5e.	3. 4	22 20 2,5	20 38,7	21 16	2 11 25
	6. 7	22 25 59,7	24 55,5	25 11	3 20 15
	4. 5	22		34 47	3 53 45
	5	22 36 27,1	37 2,9	37 38,9	3 42 43
Troph.	7	22	38 51,2		3 45 21
de Fréd.	6	22	42 27	43 4	3 12 2
	4	22 46 28	47 6	47 44	0 12 41
Pégase α.	2	22 53 47,8	54 13,8	54 59,5	34 44 6
Andr.	5	23	54 30,7	0 17	0 18 41
7e.	4. 5	23 2 10,5	2 48,2	3 26,1	0 34 0
8e.	4	23 7 15,5	7 53	8 21	0 57 25
					au nord.
[illegible]					85 12 5
La Chev.					3 35 31
Drag. β.	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2 [illegible] 0
					2 54 15
	6. 7	[illegible]			2 50 27
	6	[illegible]			3 5 50
	5	[illegible]			3 [illegible]
	5	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			0 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			8 [illegible] 5
Cygne.	[illegible]	[illegible]			0 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			0 41 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]
	[illegible]	[illegible]			3 [illegible]

Noms des const.	Gr. des étoil.	Prem. fil.	Milieu.	3e. fil.	Dist.
		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
[illegible] août.					
Cygne.	5. 6	19 17 24,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	19 18 55,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	19 22 4[illegible],2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10e. ι.	3	19 25 5[illegible]	[illegible] 5 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	19 28 25,8	[illegible] 3[illegible]	29 45,2	[illegible]
	7. 8	19	[illegible],2	30 33,9	[illegible]
	6	19	3[illegible] 3,1	33 34,2	[illegible]
	6. 7	19	[illegible] 3,9	34 23	[illegible]
	7	19 37 30,1		38 52	[illegible]
	7	19 38 1,5	38	39 25,5	[illegible]
	7. 8	19	41 [illegible],5	42 45,2	[illegible]
	7. 8	19		44 4[illegible]	[illegible] 10
20e.	5	19 44 50,7	[illegible] 3	[illegible] 15,5	[illegible] 15
24 ψ.	3. 4	19 49 41,5	[illegible] 2	51 3	[illegible] 49
	5	19 53 11	[illegible]2	54 51,5	2 [illegible] 47
	6	19 55 51	[illegible] 5		[illegible] 42 14
	6	19	59 [illegible]	60 15,7	[illegible] 42 8
	7	20	2 [illegible]	4 45,5	[illegible] 1 5
	8	[illegible]	[illegible]	5 7,1	[illegible] 3
	6	[illegible]	[illegible]	8 57,2	[illegible] 33
	6. 7	[illegible]	[illegible]	10 58	[illegible] 16
	6. 7	[illegible]	[illegible]	11 42,5	[illegible] 43
	7	[illegible]		14 1	[illegible] 58
	6. 7	[illegible]	15 36	16 16	[illegible]
	7	[illegible]	18 13,2	18 55,5	[illegible]
	7. 8	[illegible]	20 15	20 54	[illegible]
	7. 8	[illegible]	21 7	21 48	[illegible]
	6	[illegible]	24 39		[illegible]
	5. 6	[illegible]	25 51,9	26 12,4	[illegible]
	5. 6	[illegible]	28 55,5	29 34	[illegible]
	6	[illegible]	31 29,2	32 6,5	[illegible]
	7	[illegible]	37 2,6	37 42,8	2 39 39
	5. 6	20 39 45,5	40 26	41 7,5	3 21 41
	6. 7	20 44 18	44 58	45 33	2 44 21
	6	20 49 8	49 48	50 27	1 24 0
	6	20 49 17	49 58	[illegible]	1 [illegible] 8
Cygne.	5. 6	20			0 4[illegible]
	6	20			2 4[illegible]
	[illegible]	[illegible]			2 5[illegible]
	[illegible]	21			3 [illegible]
	[illegible]	21			3 5[illegible]
	[illegible]	21			4 0 49
	[illegible]	21 9 7			2 4[illegible]
	[illegible]	21			2 4[illegible]
[illegible]	[illegible]	21 12 5[illegible]			2 [illegible]
	[illegible]	21			1 [illegible]
	[illegible]	21			2 [illegible]
	[illegible]	21			3 [illegible]
	[illegible]	21 22 51,2			3 [illegible]
	[illegible]	21			3 [illegible]
	[illegible]	21			2 [illegible]
	[illegible]	21			3 [illegible]
	[illegible]	21			4 [illegible]
	[illegible]	21			[illegible]
	[illegible]	21 34 17			[illegible]
	[illegible]	21			[illegible]
	[illegible]	21			[illegible]
	[illegible]	21 42 16,8			[illegible]
	[illegible]	21 45 28,1			[illegible]
au-dess.	6	21 47 2			[illegible]
de Cep.	4. 5	21 53 40			[illegible]

* [illegible] l'instrument fut [illegible] du côté du nord.

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
19e. ét.					+ 1 [illegible]
au-dess.	6. 7	22 2 49	[illegible]		[illegible]
de Céph.	6	22 3 [illegible]	3 32,6		[illegible]
	6	22 5 12,7	[illegible]		[illegible]
	6. 7	22	[illegible]		[illegible]
Lézard.	6	22 10 3	[illegible]	11 27,8	[illegible]
[illegible]	4	22	15 30	16 10,5	2 18 16
	6	22		18 30	3 52 30
	6	22		18 38	4 0 13
5e.	5. 6	22	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	22 26 [illegible]	27 [illegible]	[illegible]	[illegible]
9e.	4. 5			[illegible]	[illegible]
	6. 7	22 31 [illegible]	[illegible]	33 12	[illegible] 20
	6. 7	[illegible]	[illegible]		2 [illegible] 47
	6. 7	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	22		[illegible]	[illegible]
Troph.	6	[illegible]		[illegible]	[illegible]
de Fréd.	6	[illegible]	50 [illegible]		[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible] 29,2	55 10,5	3 17 47
	5	22 57 24,8	58 5,3	58 46	2 48 18
	6. 7	23 1 16,3	1 57	2 38	3 22 34
	4	23 6 40,9	7 21,7	8 2,7	3 12 19
	6. 7	23 12 35,2	13 17,4	13 54,2	4 11 40
	6	23 13 30	14 11,5	14 53,1	4 0 8
	6	23 18 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Cassiop.	5. 6	23 22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	23 24 56	25 35,8	26 16,5	2 15 7
	7. 8	23	25 29	26 9,7	2 21 24
	7. 8	23		27 45,5	2 14 47
Céphée γ.		23	31 2,2	42 49,3	27 34 24
Cassiop.	6	23 39 46,7	40 27,7	41 10	4 9 20
	7	23	42 26	43 8	4 13 28
	7. 8	23	42 36	[illegible]	[illegible]
	6	23		[illegible]	[illegible]
	6. 7	23 47 30,1	48 17,5		5 20 19
	6. 7	23	48 47,4	49 28,5	3 30 55
	7. 8	23	[illegible]		[illegible]
	6. 7	23 54 18,8	[illegible]		[illegible]
β.	2	23 [illegible]	58 1,2	59 1,7	9 6 54
	7	0	3 30,5	4 11,7	2 48 52
	7	0	4 15,5	4 55	2 35 30
		0		7 31,2	3 39 49
	6. 7	0 11 2	11 41,2	12 26,5	4 35 58
	5. 6	0	14 0,5	14 41	3 0 8
	7	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	0 19 46,2	20 20,6	21 7,2	2 47 54
	6	0 23 31,3	24 12,7		3 26 56
	4. 5	0	24 42,5		4 7 46
17e. ζ	3. 4	0	[illegible] 11,8		[illegible]
α	2	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Palme	2	0 [illegible] 27	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Cassiop.	7	1 [illegible] 11	[illegible]	[illegible]	3 9 6
	6. 7	1	[illegible]	17 1,7	[illegible]
	[illegible]	1 21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	1 26 27,7	27 8,3	27 50	3 54 51
	6	1 29 53	30 34,4	31 14,5	2 56 21
Persée.	6	1 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	1		[illegible]	[illegible]
	7. 8	1		[illegible]	[illegible]
	6	1 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	1	45 2	45 43	3 9 50
	6. 7	1 [illegible]	47 35,2		3 36 53

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
19e. ét.					[illegible]
Persée.	6	1 43 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	1 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	2 2 7	2 47,6	[illegible]	[illegible]
	4. 5	2 5 4	5 44,8	6 25,1	[illegible]
	6. 7	2 8 26	9 7,2		2 41 [illegible]
	5. 6	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	3. 4	2		[illegible]	[illegible]
	4	2 21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	4	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	3	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27e. ét.					
Drag.	6	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	18	[illegible]		[illegible] 7
	7. 8	18 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	7. 8	18 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	18	19 10	19 55	5 18 [illegible]
	6	18 22 44,6	23 27,5	24 9,9	4 57 [illegible]
	6. 7	18 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	18		[illegible]	[illegible]
	7	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
46e. c.	5	18 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	18 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	18		[illegible]	[illegible]
	6	18 [illegible] 24,1	[illegible]	[illegible]	5 11 10
	8	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	18 [illegible] 10	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	18		[illegible]	[illegible]
	7	18		55 53	5 40 35
Cygne.	7	18	55 51		5 29 30
	6. 7	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	19 14 26,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	19	18 58	19 21,5	[illegible]
	6	19 20 56	21 39		[illegible]
	6. 7	19		24 26,5	[illegible]
	5	19 33 25,7		34 51,5	[illegible]
	7	19		44 50	[illegible]
	7	19	45 44	46 [illegible]	[illegible]
		19 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		19 51 27	52 10		[illegible]
	6	19	55 54 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	19 57 54,1	58 35		[illegible]
	[illegible]	20		[illegible]	[illegible]
	7. 8	20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	20 13 11,7	13 55,2	14 [illegible]	6 0 [illegible]
	6	20 17 4	17 46,6		5 2[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	20	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	20	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5. 6	20 27 16	27 5[illegible]	28 4[illegible],5	5 1[illegible]
	5. 6	20	27 50,5	28 [illegible]	4 52 10

1789.		H. M. S	M. S.	M. S.	D. M. S.
25 août.					+ 1 30
Cygne.	7. 8	20	33 57,2	34 40 5	5 46 40
	6	20 34 22,7	35 5,5	35 53,5	5 24 27
	6	20	38 0,5	38 44	5 39 51
	7	20 41 18,8	42 21,6	42 46	5 55 30
	6. 7	20 44 10,5	45 4	45 46,2	5 22 0
	5. 6	20 45 59	46 38,2	47 22,2	5 22 20
	6	20 51 21	52 4,5		5 48 20
	6	20 53 18,2	54 1,5	54 44,5	6 15 8
	6	20	55 40	54 32,5	5 31 45
Céphée.	6. 7	20 57 2	57 44,1	58 26,5	4 58 24
	6	20 57 17	57 59	58 41,9	5 31 33
	7	21	1 16,7	2 0,2	5 17 18
	7	21	3 33	4 16,8	5 58 6
	7	21		5 40	5 32 36
	7	21		5 43,5	5 36 11
α.	3	21 12 54	13 46,5	14 40	12 49 23
	7	21		18 55	5 35 32
	8	21	18 48	19 32	5 34 32
	5. 6	21 21 46	22 28,5	23 12	5 37 24
	8	21 23 39	24 22		5 37 1
β.	3. 4	21		27 10,7	20 45 39
	7	21	29 55,2	30 37	5 0 19
	7	21	30 15,5	30 58	4 49 38
	5. 6	21 33 15	33 57,8	34 40,4	5 2 49
	6	21		36 47	4 43 52
	6. 7	21	41 15,6	41 58	4 32 19
au midi	6	21	45 23,5	46 5,5	4 40 23
de Céph.	6	21	45 30	46 13,7	5 10 53
	7. 8	21 50 45,5	51 27,5	52 10	4 22 23
	6	21 52 2	52 44		5 13 53
	6	21	56 3	56 46	4 59 39
	7	21	58 59	59 42	5 21 7
		22	1 56,3	2 38,5	4 15 50
	6	22	4 51	5 33	5 11 18
	6	22	5 3	5 46	5 24 8
	6	22	5 52		5 43 40
	7	22		8 53,5	4 45 5
	7	22		9 47	4 54 24
	6. 7	22 12 4,2	12 46,1	13 29	4 55 5
	6	22	15 26,9	16 10,5	6 1 42
	6	22	17 57,5	18 38,5	4 0 15
	6	22		19 12	4 9 46
	6	22	21 22,2	22 4,4	4 17 55
	5. 6	22 23 30,5	24 12	24 54,5	4 5 0
	7	22 25 19,5	26 2,1	26 43,5	4 7 38
	7	22	28 30,5	29 19	4 27 40
	6	22	33 16	33 58,5	4 24 59
	6	22 33 22			4 16 55
	5. 6	22		34 41	3 56 13
	6	22 37 23,2	38 5,5	38 48	4 53 30
	6. 7	22	38 46,2		4 46 19
	5. 6	22	40 19		4 25 55
	8	22 46 30	47 11,5	47 54	4 15 29
	7. 8	22		49 46	6 0 8
	8	22		49 48	5 50 36
Céphée.	5. 6	22 53 13	53 55	54 38,5	5 13 55
	8	22	58 27	59 10	4 50 30
	7	23 1 57,4	2 40,5	3 25	6 8 11
	7. 8	23	6 2	6 44,5	4 20 21
	7. 8	23 6 16,5	6 58,5	7 40,7	4 22 58
	7	23 11 36,5	12 10,2	13 1,8	4 47 23
	7	23 15 48,2	16 30,5		5 3 54
	7	[illegible]	[illegible]		[illegible]

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
25 août.					+
Cassiop.	7	23 18 8,5	19 33	20 17,7	6 40 58
	7	23 19 33	20 17,5	21 2	6 46 11
	6. 7	23 23 45,7	24 29	25 12,5	5 27 8
	7	23 28 20,2	29 2	29 44	4 24 11
	6	23 33 42	34 25	35 9	5 9 55
	6	23 33 49	34 31		5 26 56
	5. 6	23 34 6,5	34 51,2		5 45 27
24 août.					
Drag. δ.	3	17 25 10,5	25 50,9	26 33,5	3 35 30
γ.	3	17 51 14,2		52 35	2 39 6
	6	18		2 12,7	6 13 17
	6	18	4 3,6	4 49	7 54 0
	6	18	6 28,5	7 13,2	7 21 18
	5	18 10 26	11 11,2	11 57	7 44 9
	6. 7	18	12 6,2	12 52,2	7 56 56
	7	18 17 1,7	17 45,5	18 29	6 2 50
	6	18 17 11,2	17 55 5	18 39	6 9 38
	6	18	23 0,4	23 43,7	5 53 11
	6. 7	18		25 17	6 40 13
45e. d.	4. 5	18 28 22	29 6	29 54	8 1 15
	7	18 33 47,5	34 31	35 15,6	6 23 26
	6	18 33 52	34 35,5	35 20	6 11 16
46e. c.	4. 5	18 38 0,8	38 44,5	39 28,9	6 27 44
	7	18 38 17,5	39 2	39 46,2	6 22 21
	6. 7	18		42 9	7 59 58
	6. 7	18		42 25	8 1 53
	7. 8	18 46 36	47 20	48 6	7 10 52
	7. 8	18	48 33		7 22 9
	5	18		51 5	8 21 19
	7. 8	18		53 10	7 31 5
	7	18	53 14	54 0	7 30 59
19e	5	18 56 1	56 45	57 28,2	6 29 40
Cygne.	7	19 3 15	3 59,2	4 43	6 11 47
	6	19 3 29	4 13	4 56,7	6 7 38
	7. 8	19	6 32,8	7 16,7	6 9 51
	7. 8	17	8 13,8	8 57,5	6 5 16
	7. 8	19	10 58,3	11 42	5 56 4
	7	19	14 54,5	15 39,7	7 45 40
	7	19 15 42	16 27,4	17 13,7	7 37 25
	6. 7	19		19 42	6 56 48
	6	19 25 9,5	25 52,5	26 37	6 6 29
	5. 6	19 26 14	26 58		6 25 13
	6	19 26 20,7	27 5		5 56 40
	7	19		32 40,7	7 39 35
	7	19 35 1	35 44	36 28,5	6 33 12
	6. 7	19 35 10,5	35 54	36 35,5	6 26 7
	6	19 42 33,5	43 19,1	44 6,4	7 31 35
	6. 7	19		44 5	7 42 40
23e.	4. 5	19 48 23,5	49 9,9	49 56,2	8 6 24
	7. 8	19		52 31,5	7 27 42
	5. 6	19		52 41,5	7 19 28
		19 56 8	56 52	57 36,5	6 33 17
	7	20	0 7	0 46,5	6 46 27
	5	20 0 2	0 51	1 31,5	6 52 9
37e.	4	20 7 57,8	8 42	9 26,8	7 3 36
	5	20 20 45	21 30,8	22 15	7 4 48
	5	20 26 5	26 48,8	27 35	7 12 0
	7	20	26 21,1	27 7	7 19 17
Céphée.	5	20 33 2	33 46	34 30	6 28 56
	6. 7	20		41 44,5	7 11 40
	6	20 44 15	44 59,7	45 44,7	7 8 44
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
24 août					+ 1 30
Céphée.	6	20 47 40	48 24,5	49 9,3	6 56 54
	5	20	50 32,2	31 37,4	7 12 13
	7	20	51 16	52 0,9	7 19 0
	5.6	20 55 39,4	5[illegible] 24,2	57 10,[illegible]	7 22 53
	4.5	20 55 48,5	56 35,2	57 18,5	6 58 21
	6.7	21 1 53,4	2 36,5	3 21,3	6 23 10
	6.7	21 1 53,6	2 38	3 22	6 19 55
	7.8	21	6 26,5	7 10,3	6 13 6
	6	21		6 51,5	6 24 56
	4.5	21 10 26,5	11 9,5	11 54	6 2 51
	6	21	14 14,2	14 59	6 44 5
	6	21 14 19	15 4	15 48	6 46 53
	6	21	22 11,4	22 56	6 56 25
Céph. β.	3.4	21 24 56,2	26 9	27 21	20 45 46
	6.7	21	36 3	36 49	7 49 30
	6	21		39 4	8 25 21
	5.6	21 45 23,5	46 7	46 50,2	5 56 11
	5.6	21 45 24,5	46 8	46 51,2	plus basse
	7	21 51 53	52 37,5	53 22	7 0 46
	7.8	21 57 51	58 36	59 20,7	7 14 0
21e. ζ.	3	22 3 0,7	3 46,7	4 34	8 17 48
	6	22	9 5	9 50,5	7 18 10
	5	22	12 37	13 22	6 59 31
	7	22	14 14		6 51 29
	5.6	22	16 15		7 21 8
	6	22		25 20,5	7 16 59
	4.5	22 25 1,5	25 45,6	26 30,8	6 40 8
	7.8	22	27 43,2	28 27,5	7 2 13
	6	22	27 48 5	28 33	6 54 25
	4	22	30 36,5	31 21	6 50 3
	6	22 34 19	35 3	35 48	6 26 4
	5.6	22	37 2	37 48,4	8 10 40
	4	22 40 37,5	41 21	42 5	5 55 5
25 août. Dragon.	6	18		16 14,1	9 2 56
	6	18		18 34,5	9 41 21
39e. b.	4.5	18 20 13	21 1,2	21 49,7	9 48 30
	7	18 20 17	21 6	21 54	9 49 56
	5	18	24 0,5		10 42 13
	5	18 24 10,5	24 59,7	25 49,3	10 32 19
45e. d.	4	18 28 22,3	29 8	29 54	8 0 57
	6.7	18		31 59,5	8 45 42
	7.8	18	32 34	33 21	8 34 38
	7	18 35 57	36 44,7	37 32,5	9 10 43
	6.7	18 38 42,5	39 29,7	40 16,7	8 46 53
	6.7	18 39 15,7	40 2,5	40 50	8 14 21
	6.7	18 39 44	40 31		8 51 25
	7	18 43 49	44 35,1	45 21,5	8 25 0
	7	18	46 [illegible]8	46 54,7	8 13 22
	5.6	18 49 32	50 18	51 5,3	8 21 2
48e.	5	18 52 36	53 22,4	54 9,2	8 39 59
	5.6	18		54 58,7	9 4 0
	7	18 57 6,5	57 53,5		8 50 5
	[illegible]	18	57 22,1	58 9,3	8 38 16
	[illegible]	19		0 53,4	8 16 14
	[illegible]	19 1 52,2	2 39,5		8 19 30
	7	19 3 49,2	4 36		8 55 25
	7	19	3 55,5	4 43	8 57 13
	7	19	6 14		9 3 [illegible]
	7	19	[illegible]		[illegible]
	7	19		9 18	[illegible]
[illegible]	5	19 9 34	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
25 août.					+ 1 30
	5.6	19 15 40,7	16 36	17 22,5	8 22 [illegible]
	6	19 17 0	17 46,5		8 [illegible]
	6	19 21 22,5	22 9,5	22 57	8 [illegible]
	8	19 25 [illegible]	26 20	27 7	9 1[illegible]
	6	19 27 2	27 50	28 37	9 17 22
	7	19		31 51	8 6 [illegible]
Cygne.	8	19	34 24,5	35 12	9 10 2[illegible]
	5	19 38 53,3	39 20	40 6,7	8 8 8
	7	19	42 25,5	43 12,0	8 58 5[illegible]
	5.6	19		45 30,6	10 0 58
	7		46 46	47 32,7	8 20 1[illegible]
23e.	4.5	19 48 23,5	49 9 3	49 55,[illegible]	8 6 8
	5.6	19		52 10	8 44 28
	7.8	19		5[illegible] 6,6	8 [illegible]5 53
	6	19 54 6,7	54 53	55 39 3	8 21 49
Céphée.	6.7	1[illegible] 46	57 31,0	58 18,3	8 11 36
	6.7	19 59 36,7	60 22,2	61 8,5	8 8 23
	6	20 2 41,2	3 27,5	4 14	8 19 0
	6.7	20			[illegible]
	6.7	20 7 3	7 48,8	8 35 [illegible]	7 53 0
	6	20		11 19,5	9 25 26
	6.7	20 13 12,3	13 59,3	14 47,3	9 16 43
	8	20 18 20	19 8 5		10 13 39
	5	20 20 6	20 55	21 43,5	10 2 27
	7 8	20 23 37,2	24 24,2		8 34 0
	6.7	20 25 12,6	25 59 5	26 46,5	8 4[illegible] 45
	7	20 2[illegible] 2	29 8,3	30 34,8	8 19 54
	6.7	20		32 34	9 33 30
	6.7	20 32 55	33 42,5	34 30 8	9 20 12
	5.6	20	37 15	38 0,5	7 43 30
	5.6	20 37 22	38 7,5	38 52,5	7 19 0
	4	20 39 34	40 20	41 6	7 57 16
	7	20 43 23,2	44 9,5	44 57,8	9 5 16
	6	20 43 38	44 25,8	45 13,8	9 5 [illegible]
	6.7	20 46 43,5	47 30,8	48 18,2	8 59 21
	6	20		49 56,5	9 38 15
	6.7	20 51 22	52 9,5	52 57	9 7 56
	6.7	20 51 40,1	52 36,5	53 25	9 8 11
	6.7	20 52 29,5	53 17		9 14 25
	7.8	29		56 14,2	8 55 35
	6	20		57 18,9	8 3 54
	7	21 0 28,7	1 17	2 5	9 43 23
	4	21 5 50	6 39	7 29	10 15 0
	5.6	21 6 49,5	7 38,2		10 21 28
Céph. α.	3	21 12 53,9	13 47,6	14 40 8	12 49 16
	6.7	21	18 0	18 46,7	8 0 59
	6	21 18 23		19 55,4	8 17 55
	6.7	21 18 56	19 43		8 27 17
	5.6	12		22 38,3	9 57 13
	3.4	21 24 56,2	26 8,4	27 10	20 45 54
	6	21 33 44,6	34 32 8	35 22	9 55 22
	5.6	21	36 39	37 26,9	9 26 7
	6.7	21		39 3,7	8 25 7
	6.7	21	39 52	40 38,3	8 13 9
	7.8	21	41 5	42 41	8 0 17
	[illegible]	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible]

[illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
[illegible]					[illegible]
	8	22 0 56,2	1 44		9 23 8
	5	22	4 36	5 24,5	9 30 15
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	22	6 9,7	6 58	9 23 0
	7	22	8 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	22 26 5	26 48,6	27 5,7	8 12 11
	7	22 30 28,7	31 15	32 2	8 57 26
	7	22 33 43,2	34 35		8 33 35
	7	22 34 10,8	34 56,5		8 26 59
	6	22	37 1,5	37 48,2	8 10 30
	6	22 38 31	39 17,5	40 3,7	8 29 55
	7	22 42 37	43 23		9 1 6
	7. 8	22 43 40,7	44 27,2		8 48 51
	6	22	47 39,2	48 26	8 11 55
	5. 6	22		51 7	9 48 48
	6. 7	22 53 10	53 58		9 50 47
	6. 7	22 53 20	54 9		9 55 54
	6. 7	22 53 21	54 12		9 33 0
Cas. 1re. e.	4	22 57 11	57 58,7	58 47	9 24 27
	[illegible]	22 57 45	58 33		9 42 53
2e. Cass.	5	23		1 38	9 19 0
	7. 8	23 3 48,3	4 35,7	5 23	8 55 40
	5. 6	23	13 26,5	14 15,1	10 1 12
	7	23 23 20,5	24 7,2	24 56,4	10 0 41
	6	23 27 54,3	28 41,2		8 36 46
	7	23	29 51,3	30 39	9 55 34
	7	23		31 11,2	8 0 30
[illegible]	5	23 36 17	37 4	37 50,7	8 36 8
	7	23		38 56,5	8 55 0
[illegible]	5	23 43 24,7	44 10	44 56	7 27 4
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
a. Cass.	3	0 28 8,8	28 53,5	29 38,2	6 30 10
26 août.					
Dragon.	6. 7	18 23 10,9	24 1,2	24 51,5	10 42 16
	6	18	24 50,5	25 40,2	10 32 23
	7. 8	18	29 10	29 59,2	10 23 31
	6	18 35 11	36 2,2	36 53,2	11 38 42
	5	18 41 9,5	42 1	42 52,5	11 57 15
	7	18		43 54,2	10 27 36
	7	18		44 4,8	10 35 5
[illegible]	7	18		45 53	10 13 25
	5	18 47 28	48 17,2	49 6,3	10 15 41
	7	18 48 24,5	49 14		10 32 11
	7	18	51 2,2	51 52,2	10 52 45
	7	18	53 3	53 54	11 47 50
	6. 7	18 55 10,6	56 1,2	56 52,2	11 30 0
	6	19	59 20	0 10,2	10 56 51
	7	19 2 18,2	3 7,4	3 56,9	10 54 0
	8. 9	19		6 30,9	11 34 9
	8	19 8 14,7	9 5,2	9 57,7	11 51 32
	7	19	11 16,2	12 6	10 26 57
	7	19		11 46,5	10 18 26
	7	19 13 59 5	14 48,5	15 38,5	10 34 44
	7	19 20 25	21 14,5	22 4	11 3 42
	7	19		23 57	10 5 56
	7. 8	19	25 28,7	26 18	10 22 22
	7. 8	19 26 32	27 21	28 10	10 13 0
	6	19 29 0,5	29 40,5	30 38,5	10 4 1
	7. 8	19	33 50,7	34 50,6	11 21 41
	6	19 36 16	37 7	37 59,6	11 1 44
[illegible]	7. 8	19 [illegible],2	[illegible]	[illegible]	11 11 26
	6	19 43 57,7	44 42,5		10 1 3

[illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
[illegible]					[illegible]
Céphée.	6	19 46 27,2	47 18,5	48 10,5	11 47 49
	7. 8	19 47 57,5	48 48,5	49 3[illegible],6	11 55 40
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	19 50 40,7	51 31		11 11 9
	7	19 53 57,2	54 38,2		11 24 50
	7. 8	19		58 0	11 37 15
	7	19		59 52	11 59 43
66e.	4. 5	20	2 24	3 16,5	12 30 51
	7	20 6 1,2	6 52	7 44	11 50 52
	5	20 8 57	9 47	10 37	11 7 36
	8	20	13 10,5	14 1,5	11 25 37
	7. 8	20 14 18,5	15 9	15 59,2	11 5 7
	8	20 16 25,5	17 18,5	18 8,5	10 58 55
	8	20	16 46,7	17 38,5	10 52 58
	6	20 20 6,5	55 5		10 2 28
	7	20 20 23,8		22 40	10 27 12
	7	20 21 50,5			10 51 56
	7. 8	20	25 16,1	26 6,5	10 50 40
	7. 8	20 26 51,5	27 40,5	28 30,5	10 28 30
	6. 7	20 27 8,5	27 58	28 48,2	10 50 24
	6. 7	20 32 48,7	33 38,7	34 29,5	11 8 44
	5. 6	20 35 11,2	36 1,3	36 51,5	10 52 26
	5. 6	20 37 32	38 22	39 12	10 58 21
3e. ε.	4	20	41 12	42 4	12 9 1
	7. 8	20	44 37,8		11 28 1
	7	20 48 32	49 23,5	50 14,7	12 5 44
	7	20 51 35	52 26	53 17,2	11 52 35
	6. 7	20 52 19,5	53 10,2		11 40 22
	7	20	55 49	56 41	11 48 9
	7	20 58 52		60 30,5	10 32 50
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	21	5 17,5	6 6,0	10 28 21
	5	21 5 50,3	6 39,3	7 28,5	10 15 5
étoi. rou.	6	21 6 40,2	7 38,5	8 27,2	10 21 33
α.	3	21 12 54	13 47	14 40	12 49 22
	7. 8	21 18 6,2	18 56,2	19 46	11 1 13
	6	21 21 1,2	21 50,4		9 57 49
	7. 8	21	24 13,5	25 4	10 5 4
	5	21 24 36	25 25,1	26 15,2	10 59 41
	7. 8	21 27 9	27 58,5	28 48,5	10 31 42
	8	21		32 32,2	11 17 11
	6	21	34 37,7	35 21,9	9 55 26
	7	21 37 36,2	38 26	39 16,5	11 4 38
10e.	5	21 38 45,8	39 36,4	40 26,6	11 16 45
	7	21 42 32,1	43 23	44 14,2	11 25 17
	8	21	44 48,8	45 40,5	11 56 42
	7	21	44 2,7		11 45 27
	7	21	45 55,2		12 5 0
	7	21 48 11,5	49 31,5		12 8 22
	6	21 48 26,4	49 16,4	50 8,2	11 40 22
	6. 7	21	51 7,2	51 58	11 25 13
Céphée.	7. 8	21	51 38	52 28	11 8 35
	6	22	23 29,7	24 12	11 40 13
	6	22 25 41,2	26 33,7	27 27	11 59 5
	7. 8	22 36 14,5	37 4,8	37 54,5	10 50 8
	7	22 40 12	41 2	41 52,5	11 10 34
	8	22 40 46,8	41 37,5		11 19 52
	5. 6	22	43 26,7	44 17,5	[illegible]
	6. 7	22 47 51,7	48 40,5	49 30,5	[illegible]
	5. 6	22 50 1	50 49	51 36,8	[illegible]
	6. 7	22	53 18	54 7	[illegible]
Cassiop.	5. 6	22	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	22 57 10,5	58 1,5	58 52	11 25 44

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
26 août.					+ 1 30
Cassiop.	7	22 57 49,5	58 59	59 28,7	10 49 19
	6	23 6 51	7 42	8 34	11 56 24
	6	23 10 29,8	11 22	12 13	11 51 33
	6	23 10 49,7	11 41,2	12 34,5	12 11 2
4e. *d.*	5	23 14 56	15 48	16 40	12 15 4
	7	23	19 45,5	20 36	11 23 39
	7. 8	23		19 48,8	11 26 15
	6	23 23 2,5	23 51,2	24 41	10 22 15
	6	23 23 19,5	24 8,5	24 57	10 25 51
	6	23 28 24,5	29 16,1	30 8,7	12 5 6
	6	23 31 56,1	32 47,2	33 38,4	11 38 10
		23 35 25,3	36 14,5	37 4,2	10 25 41
6e.	6	23 38 3	39 59	40 47	12 10 2
	6	23 42 8,5	42 58	43 48	10 39 28
	6	23 42 52	43 42	44 32,2	10 18 26
	6. 7	23 46 14	47 4,2	48 54,5	10 58 [illegible]
	6	23 50 8,5	50 57		10 47 24
	5	23 50 22,2	51 13	52 2,7	11 10 22
	6	23	51 51,5		10 39 16
	5. 6	23 53 43	54 54	55 24,0	11 15 48
Cass. β.	2. 3	23 57 29,4	58 16,4	59 5,2	*9 6 39
	5. 6	0		6 50,4	11 39 8
	7	0	7 16,4	8 8,5	11 41 54
	6. 7	0	9 37,5		11 49 52
	6. 7	0	10 29,5	11 20,9	11 38 45
12e.	5. 6	0 12 41	13 32,2	14 23,5	11 47 9
	6. 7	0 17 17	18 8,8	19 0	12 1 11
	7	0	22 2,7	22 51	10 30 22
	6	0 24 1,7	24 50	25 40	10 17 15
α.	3	0	28 53,3	29 38	6 30 17
Cassiop.	5	0		41 42,5	11 5 15
γ.	3	0 43 32	44 22	45 11,5	10 41 39
	6	0 43 38,5	44 27,8	45 17	10 20 26
Polaire.	2	0	48 18,5	61 32,5	39 17 43
Cassiop.	6	1		51 52	11 5 34
	6	1		54 23,2	12 45 4
δ.	3	1 11 36	12 25	13 14,2	10 15 16
	6	1 15 6	15 54	16 43	10 3 35
ε	6	1 15 39	16 28		10 16 37
	6	1	16 57		9 48 26
27 août.					
Chevre.		17 0 40,5	1 16,8	1 52,5	85 12 6
β. Drag.		17 25 11,4	26 52,3	26 33,5	3 35 50
	6. 7	18 28 44,5	29 39	30 32,5	13 30 23
	5. 6	18	35 51	36 45,3	13 27 48
	6	18	39 16,9	40 12	13 40 10
	6	18	42 0,6	42 52,2	11 57 13
	6	18	47 54	48 45,5	11 42 50
	7. 8	18 53 5,5	53 59	54 53	13 13 56
	6	18 54 28,5	55 22	56 16	13 14 29
	8	18 57 2,5	57 5[illegible],5		12 14 48
	6	19 0 20,5	1 22,2	2 16	12 54 27
	8	19 3 50	4 41,8	5 33,6	12 5 46
	7	19 6 41	7 33,6	8 26,5	12 45 30
δ.	4	19 11 32,7	12 37,5	13 43,2	18 24 57
	7	19		15 56	13 52 10
σ.	5	19	19 44,3	20 44,5	16 26 10
	8. 9	19 22 46,5	23 39,5		[illegible]
	6. 7	19 23 18,2	24 11,6	25 6	13 15 19
	8. 9	19 26 20,3	27 14	28 8	13 15 18
	7	19 28 59	29 53	30 47,8	13 48 0

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
27 août.					+ 1 30
Dragon.	7	19	31 26,8	[illegible]	13 16 37
	6	19 31 48	32 4[illegible]	[illegible]	14 5 38
	7	19 31 57,2	32 51	[illegible]	13 19 2
	7	19 37 15	38 [illegible],3	[illegible]	[illegible]
	8	19 42 41	43 3[illegible]	4[illegible] 28	[illegible]
	6. 7	19 46 7,2	47 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	19	50 2[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	19 51 35	[illegible]		[illegible]
	7	19	[illegible]	[illegible] 31	[illegible]
	8	19 55 25	56 1[illegible],5	[illegible]	[illegible]
	7. 8	19		[illegible]	[illegible]
[illegible]	5. 6	20 1 31	2 23,3	[illegible]	[illegible]
	7	20 4 55,5	5 48,3	[illegible]	[illegible]
68e.	6	20 7 27,2	8 20,5	[illegible]	[illegible]
	7	20 13 11	14 3		[illegible]
71e.	6	20 15 25	16 18	17 11	12 [illegible] 6
72e.	8. 9	20 19 15	20 8	21 [illegible]	[illegible]
Céphée.	7. 8	20		[illegible]	[illegible]
2e. θ.	5	20 25 21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	20	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	20		[illegible]	12 22 [illegible]
	7. 8	20	[illegible] 30,5	[illegible]	[illegible]
	8	20 [illegible] 5,3	[illegible]	33 51,6	[illegible]
	9	20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	20 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	7. 8	20 [illegible]		[illegible]	[illegible]
	7. 8	20 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	8	20	[illegible]		[illegible]
	7. 8	20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7. 8	20	45 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	20	53 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	20		[illegible]	[illegible]
	9	20 [illegible]	58 44		[illegible]
	8	21 [illegible]	0 20 [illegible]	1 12	[illegible]
	8	21 [illegible]	0 3[illegible]	[illegible]	[illegible]
étoi. dou.	8	21 [illegible]	1 [illegible]		[illegible]
	7	21 [illegible]	5 [illegible]	[illegible]	[illegible]
α Céph.		21 [illegible]	15 [illegible]	[illegible] 30,[illegible]	[illegible]
	7	21	19 29	[illegible]	[illegible]
	7	21	22 12,5	[illegible]	[illegible]
	6. 7	21 22 6	22 58	[illegible]	[illegible]
	7	21		[illegible]	[illegible] 22
	7. 8	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 3
	6. 7	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 21
	7. 8	21	[illegible]	[illegible] 5	[illegible] 55
	6	21		[illegible] 5	[illegible] 10
	7	21 [illegible]	[illegible]	[illegible] 8	[illegible] 15
	[illegible]	21	[illegible]	[illegible] 44,3	[illegible] 0 55
	8	21 [illegible] 8	[illegible]		[illegible] 51
	8	21	[illegible]		[illegible] 45 58
	5. 6	21		[illegible]	[illegible] 46 3
	[illegible]	21			[illegible] 0
	6. 7	21		[illegible]	[illegible] 14
[illegible]	5	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 23 5
	6. 7	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 12 7
	8	21	[illegible]		[illegible] 25 0
	7	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 47 9
[illegible]	6	21		[illegible]	[illegible] 52 8
	7. 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 10 13
	6. 7	22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 28 13
	6	22	[illegible]	[illegible]	[illegible] 23 6
	7. 8	22 10 48,5	[illegible]	[illegible]	[illegible] 19 [illegible]

* *Nota.* Par des hauteurs correspondantes, il faut ôter 8″ 6 de ce passage.

1 7 8 [illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
27 août.					+ 1 30
Céphée.	7. 8	22 21 17,5	22 11,3	23 5,2	13 19 27
	7	22	24 25,1	25 20,5	13 51 44
	7. 8	22 25 12,5	26 7	27 2	13 33 18
	7. 8	22 26 33,2	27 28	28 23,5	13 51 23
	8	22 28 56	29 51,5		13 46 51
	6	22 29 35,2	30 30	31 24	13 8 5
30e.	5	22 30 34	31 28,2	32 22,2	13 36 58
	9	22 35 2,5	35 55	36 17,9	12 41 38
	6	22 40 13	41 5	41 59,2	12 57 15
	6. 7	22 42 52	43 45	44 39	12 59 2
	7	22 46 52	47 45		12 18 33
	6. 7	22 47 8	47 59		12 26 36
	7	22		49 42,5	12 43 46
	6	22 52 24	53 28,2	54 21,7	13 17 19
	6	22 53 37,6	54 32	55 26,5	13 20 5
	8	22 54 58,5	55 53		13 23 21
	6	22 55 28	56 21,5		13 13 43
	7. 8	22	57 53,7	58 47,6	13 12 4
	6	22 58 36,7	59 30,6	0 25,4	13 37 9
	7	23		1 29	12 53 30
	7. 8	23		1 29,2	12 48 5
		23 4 30	5 22		12 11 41
	6	23	7 41,5	8 33,8	11 56 22
Cassiop.	6	23	10 36	11 29	12 42 42
	7	23 14 47	15 42,1	16 37	13 49 33
	7. 8	23 17 28,2	18 23	19 18,2	13 53 41
	7	23 20 42	21 33,5	22 26	12 15 10
	7	23 21 9,8	22 0,7		12 5 43
	6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 35 21,7	36 15,2	37 9,5	13 16 15
6e.	5. 6	23	38 55	39 46,5	12 10 6
	7. 8	23 39 4	39 56	40 48	12 10 0
	7. 8	23 48 33	49 26	50 20	12 56 30
	6. 7	23		51 13,5	12 5 43
9e.	6	23 52 52	53 43,5		12 14 18
ε.		23 57 29	58 16	59 4	9 6 38
	8	0	3 55	4 48,5	12 47 5
	8	0	3 55	4 48,5	12 47 25
	7	0		8 46,7	13 14 23
	6	0 17 17,2	18 9	19 1	12 1 12
	6	0 18 21	19 13	20 5	12 18 36
	7. 8	0		24 25	12 56 50
α. Cass.	3	0 28 9,5	28 53,5	29 37,7	6 30 13
α. pol.	2	0 35 4,7	48 12,5	61 32	39 17 44
	8. 9	1 16 34	17 28		13 52 56
	7	1		18 24	13 22 22
	6. 7	1	18 50		13 37 46
	7	1		22 23	13 6 54
	7	1	24 18	25 10,2	12 23 24
	5. 6	1 32 2,7	32 57,5	33 52,5	13 55 26
ι. Cass.	3	1 38 45,3	39 41	40 35,4	13 44 33
29 août.					
Dragon.	6	18 28 7,5	29 6,5	30 6,2	16 4 26
	8	18	30 23,8	31 22,5	15 42 28
		18 33 0,3	33 56,2	34 53	14 39 16
	7. 8	18	35 8	36 4	14 17 51
	6	18 36 9	37 5,5	38 2	14 27 58
	6	18	39 18	40 12,5	13 40 11
β P. Our.		18		45 17,5	37 40 23
	6	18	46 40	54 29,5	38 2 13
Dragon.	6	18		56 34,5	16 6 7
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1 7 8 [illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
29 août.					+ 1 30
Dragon.	7	19		4 21	16 0 25
	7	19	6 51	7 49	15 10 12
	7	19 8 37		10 27,5	13 59 13
δ.	3	19 11 33,6	12 39	13 44	18 25 2
	6	19	14 1	15 56,4	13 57 10
	6	19 17 22,2	18 20	19 17	15 12 17
π.	4	19		20 45,5	16 26 7
	7	19 28 14,6	29 10	30 5,2	13 59 25
	7	19	29 53,8	30 48,6	13 48 6
	6. 7	19 31 48,2	32 43,5	33 38,9	14 5 43
	7. 8	19 34 48		36 41	14 39 51
	7	19 42 57	43 52,5	44 47,8	14 7 8
	6. 7	19	47 2,2	47 57,3	13 47 46
	6. 7	19 49 45	50 41,5	51 38,5	14 45 22
	6. 7	19 51 55,5	52 52,5	53 49,5	15 17 24
	5. 6	19 55 7	56 2,2	56 58	14 5 25
64e. c. 1.	5	19 58 27,3	59 25,4	60 23	15 21 34
65e. c. 2.	6	19 59 13,5	0 10,5	1 8,2	15 10 4
	7	20		3 13,1	14 24 45
Céphée.	6. 7	20	29 38	30 36,1	15 48 21
	8	20	34 4,2	35 0,7	14 44 58
	8	20 40 49	41 43		13 48 51
	8	20	43 22	44 17	14 20 2
	7	20 45 52	46 48	47 44	14 23 7
G. Our.		20	50 47	51 43,5	63 23 46
	4. 5	20 50 57,5	51 54,7	52 1,8	63 7 31
	6	21 5 31	6 29,8	7 29	15 57 8
Céphée.	6	21 8 39,2		10 32	14 39 57
	7	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6e.	5	21	14 15,6		15 6 30
h. g. Our.		21		15 56,5	67 7 25
b. g. Our.		21		19 28,2	78 25 40
Céphée.	7	21	23 9,9	24 6	14 13 15
	7	21 24 58	25 54,3	26 51	14 30 42
	6	21		34 43,5	14 23 38
	7	21 37 5,5	38 1	38 57,3	14 23 19
	6	21 42 13	43 11	44 8	15 19 5
	7	21 43 41	44 40		15 22 39
	6	21		47 30	15 17 13
16e.	5	21 54 58,2	56 20	57 42	23 18 4
	7. 8	22 1 37	2 31,8	3 27	14 15 0
	6	22 2 47,5	3 42,5	4 38	14 12 50
	8	22	4 25		14 25 50
	8	22 12 18	13 15,5		14 51 37
26e.	5	22 19 37,7	20 35	21 32,7	15 21 8
	6	22		22 32	14 8 19
		22		25 22	13 51 44
	7	22 29 52	30 50	31 48	15 17 19
	7	22 34 11,5	35 8,5	35 5,6	14 53 46
	7	22 35 0	35 47,7		15 21 28
	7	22	38 48,2	39 46,5	15 18 43
	6	22 39 35,7	40 32,5	41 30,6	15 4 38
32e. κ. 4.	4. 5	22	42 27,6	43 27,5	16 13 5
	8	22 45 46,2	46 40,6	47 36,3	14 7 10
	8	22	55 22	56 18	14 12 16
	7	22		57 36,2	14 4 53
	7	22	57 48,5	58 44,7	14 16 57
	6	22 58 48	59 43,8		14 12 30
ψ.	5	23	1 21	2 54,6	25 22 12
	6. 7	23		5 8,3	14 46 53
	7	23	6 32	7 28,5	15 24 21
	7	23	6 44	7 40,3	14 54 19
	6	[illegible]	[illegible]		[illegible]

1789		H. M. S	M. S.	M. S.	D. M. S.
29 sept.					+ 1 30
Céphée.	6 7	23 11 33	[illegible]	[illegible]	14 42 41
	7	23	[illegible]	[illegible]	14 29 24
	6. 7	23		[illegible]	15 18 44
	6. 7	23 17 25,2	18 [illegible]	[illegible]	15 35 27
	8. 9	23	[illegible]	[illegible]	15 19 40
	7	23	[illegible]	[illegible]	14 21 17
	8	23	[illegible]	[illegible]	14 17 0
	7	23	[illegible]	[illegible]	15 42 0
Cassiop.	6	23 31 50	[illegible]	[illegible]	14 28 17
	7	23	[illegible]		14 15 16
	6	23 39 34,8	40 [illegible]		13 41 48
	6	23	40 8,2	41 [illegible]	13 56 13
	6	23		52 [illegible]	15 29 8
		23	54 26	55 23,5	15 22 16
		23		54 43,8	15 6 8
β.		23 57 29,2	58 16,4	59 4,1	9 6 42
	7	0	3 49	4 43,5	14 30 55
15. x.	5	0	21 25,3	22 19	12 53 20
8 sept.					
Dragon.	7	19	53 53	54 55,5	[illegible]
	7	20 4 22		6 24	[illegible]
	7 8	20 9 53,6	10 55	11 56,8	[illegible]
	7 8	20	13 40,2	14 41	[illegible]
	8	20 22 56	23 59	25 2	[illegible] 22
	8	20 26 50	27 49	28 51,5	16 38 32
	7	20 27 8		29 8	16 28 22
	7	20 34 2,2	35 6		17 53 30
	7 8	20	37 37	38 41	17 43 51
[illegible]. Céph.	4. 5	20		41 43	17 1 16
	6	20 51 18,5	52 17,5	53 17	16 0 28
	7	20 52 15	53 15	54 15	16 8 41
	6	21 [illegible] 30	6 28,5	7 27	15 57 25
	7	21 8 57	9 58	10 59	16 46 48
	8	[illegible]	14 46	15 47	[illegible] 24 17
	7	[illegible]	[illegible]	16 1	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
[illegible]. Céph.	5	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	51 17	[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	51 20,5	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	58 52	[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	15 28	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	51 5	[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	58 24	[illegible]
	9	[illegible]	[illegible]	4 39	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	5 40	[illegible]
	6	22 10 14,5	11 13,5	12 14	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	22 14 41	[illegible]		[illegible]
	8	22	23 21	24 21	[illegible]
	7 8	22		27 4,5	[illegible]
	8	22	31 22,3	32 22	[illegible]
	7 8	22	33 55	34 56,5	[illegible]
	7	22 39 47,5	40 48,5	41 [illegible]	[illegible]
	6	22		44 [illegible]	[illegible] 8
	7	22		[illegible]	[illegible]
	[illegible] 5	22		[illegible]	[illegible] 3
	6	23 0 50,5	1 52,5	2 55	17 13 37
34. o.	[illegible]	23 9 10,5	10 14,8	11 19,5	18 5 8
	7	23 15 57,5	17 3,8	18 11	18 55 11
	6	23	26 0	27 1,5	17 27 8
	6	23 26 13	27 16,5	28 20	17 48 53
	7 8	23		32 52	18 19 0

1789		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
8 sept.					+ 1 [illegible]
Hév. 41.	5	[illegible]	38 10,5	39 13,3	[illegible]
Dragon.	[illegible]	[illegible]	48 40		[illegible] 54
	6	[illegible]			[illegible]
	6	[illegible]	54 7	58 8	[illegible]
	7	0	0 59	1 59,7	16 4 39
	7	0 [illegible] 8	8 9,5		17 16 34
	6 7	0	10 3	11 4,5	16 57 30
9 sept.					
Drag. δ.	3	19 11 27	12 31,8	13 37	[illegible]
π.	4	19 18 38,2	19 38,5	20 39	[illegible]
	9	19 24 25	25 26,5	26 27	[illegible]
	8. 9	19	30 2,2	31 4	[illegible]
	8. 9	19	30 25,2		[illegible]
	8. 9	19	31 8,5	32 40,5	[illegible]
	8	19 35 17,7	[illegible] 17,2	37 17,5	[illegible]
	8	19	[illegible] 41,8	38 41,2	[illegible]
	8	19	38 [illegible],5	39 1,8	[illegible]
	8	19	41 17	42 21,2	[illegible]
	8	19 44 34,5	[illegible]	46 33,2	[illegible]
	8	19 45 33	[illegible]	47 [illegible]	[illegible] 58
	7. 8	19 48 35,6	[illegible]	50 [illegible]	[illegible]
	8. 9	19 52 11		54 15	[illegible]
	7 8	19		52 24,8	[illegible]
	7	19 52 45	[illegible]	54 50	[illegible]
	8. 9	19	[illegible]	58 7	[illegible]
ρ. 67.	5. 6	20 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	20 [illegible]	[illegible]	4 5,3	[illegible]
	7	20		6 19	[illegible]
	7. 8	20 9 48	10 49,5	11 50,8	[illegible]
	6. 7	20 14 27,2	15 29,5	16 32	[illegible]
	8. 9	20	20 48	21 50,5	[illegible]
	7. 8	20 22 50,5	23 53,5	24 57	[illegible]
	7. 8	[illegible]	27 46	28 45,5	16 38 [illegible]
	7	[illegible]	28 3	29 5	[illegible]
		[illegible]	35 1	36 5	[illegible]
		[illegible]	37 32,8	38 36	[illegible]
Céph. 4.	5	[illegible]	40 36,5		[illegible]
		[illegible]	40 7,5	41 8,5	[illegible]
		[illegible]	46 12,3	47 17,2	[illegible]
	7	[illegible]	52 13	53 13	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible] 6,5	54 9	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	57 48	[illegible]
	5	[illegible]	58 24,5	59 26,2	[illegible]
	7	[illegible]	7 0	8 1	[illegible]
	7, 8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
α Céph.	5	[illegible]	[illegible]	14 54	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible] 21 [illegible]
	7. 8	[illegible]	[illegible]	20 18,8	[illegible] 23 [illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible] 52 [illegible]
[illegible]	6	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	26 23,2	[illegible]
β. Céph.	3, 4	[illegible]		27 9,7	[illegible]
	6	[illegible]	30 23,5	31 25,5	[illegible]
	6	[illegible]		[illegible]	[illegible] 55 [illegible]
	7, 8	[illegible]	37 47	38 48	[illegible]
	8, 9	[illegible]	41 10		[illegible]
		[illegible]	44 21	45 23	[illegible]
		[illegible]	49 56,8	51 0,5	[illegible]
	6	[illegible]	51 42,5	52 42	16 9 [illegible]
	6	[illegible]	51 55	52 55	16 16 [illegible]
	6	[illegible]	52 7	53 7	16 15 [illegible]
	8	[illegible]	55 37,2	56 36,2	16 11 56

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
9 sept.					+ 1 30	9. sept.					+ 1 [illegible]
	8	21 55 41	56 40,2	57 39,5	15 56 57	Entre	7	0 40 16	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	21 56 19,2		58 18,3	16 10 25	Cassiop.	8. 9	0 42 20,6	43 21	44 21	[illegible]
	8	21 59 29	60 29,7		16 48 0	et le Ren.	6	0	45 30,5		[illegible]
	8	21	59 47	60 48,2	16 52 46		7. 8	0 51 38,8	52 38	53 37	[illegible]
	8	22 0 3	1 4,5	2 6,5	17 3 22		7	0	56 59	58 2	[illegible]
	8	22	3 40,5	4 44	17 48 48		8	1 25 17	26 18	27 20	[illegible]
	7. 8	22		5 55,5	16 25 49		7	1 26 12,5	27 12,5	28 14	[illegible]
	8. 9	22	6 51	7 53,5	17 1 46		8. 9	1		30 7,8	[illegible]
	8	22 7 20,5	8 20,5	9 22,5	17 0 58		9	1 31 6	32 8	33 12	[illegible]
	6. 7	22	11 9	12 8,5	16 12 17		8. 9	1	34 21	35 24	[illegible]
	7	22 13 52,7	14 54	15 56	17 1 52		9	1	38 50,5	39 50,2	[illegible]
ét. doub.	6. 7	22 14 36,4	15 37,5	16 38	16 46 20		7	1 41 50,2	42 53,3		[illegible]
	8. 9	22 22 16	23 16	24 16	16 51 37		7. 8	1 42 10,2	43 12,5		[illegible]
	8. 9	22 25 6,5	26 6		16 2 30		7	1 42 30,5	43 31,8	44 34,2	[illegible]
	7	22 26 8	27 7	28 5	15 52 15		9	1 54 40	55 40,5		[illegible]
	8. 9	22	29 24,5	30 24	16 8 0		7. 8	1 55 59	56 59,5		16 51 5
	7	22 30 16,5	31 16,5	32 16,5	16 10 38		6. 7	1 56 18,6	57 19		[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	1 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	8. 9	22	36 37	37 40,5	17 45 45		8	1	2 9	3 9	15 43 43
	8	22	40 43,5	41 44,7	16 55 41		9	2 5 18	6 20	7 22	16 59 20
	7	22 41 17	42 17,5	43 17,8	16 34 10	55 d'Hév.	5	2 11 1,8	12 5	13 8	17 33 43
32e. γ.	4	22 41 21,7	42 21,5	43 21	16 13 22		9	2 11 31,2	12 35,3	13 38	17 35 38
Céphée.	7	22	43 27		16 45 0		7	2 16 2	17 4		17 35 30
	8	22		47 15,7	17 2 27		7	2 16 13	17 17		17 55 20
	7. 8	22 48 17,2	49 18,8	50 21,5	17 14 30		7	2 17 54	18 58	20 2	17 41 30
	7. 8	22	50 48	51 49,5	17 5 13		6	2 26 1	27 5	28 9	18 2 2
	5. 6	22 54 39,7	55 42	56 44	17 12 6		9	2 27 8,5	28 12,5	29 17,2	18 1 14
	6	23 0 46	1 48	2 50	17 13 29		7	2 34 51	35 50	36 49	15 52 2
	7. 8	23 3 43,5	4 45,2	5 46,8	17 3 27		7. 8	2 37 34,5	38 34		16 3 16
	9	23	6 49	7 53	17 47 22		8	2 47 25	48 27,2	49 30	17 41 30
34e. o.	5	23 9 6,5	10 10,3	11 15	18 5 9		8	2	50 47	51 49	17 12 30
	9	23 14 12	15 12		16 42 28		8	2 52 36	53 38	54 40	17 2 15
	7. 8	23	16 52	17 53,8	16 53 26		9	2	56 35,5	57 35,6	16 32 20
	9	23	20 5,2	21 6,5	17 0 6		7	2	58 3,6	59 5,2	16 41 50
	8	23 [illegible]		[illegible]	[illegible]	La Gir.	8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23 23 35	24 40,5		17 58 30	Hév. 37.	6	3		2 47,5	15 59 0
	7	23	25 54,2	26 56,5	17 27 15		8	3	5 14		17 48 2
	7	23	27 11,5	28 14	17 48 37		7. 8	3 7 17	8 17		16 34 7
	8	23	28 27,8	29 31,2	17 53 15	Messier.	7	3 11 39		13 46	17 57 39
	8. 9	23 33 13	34 14	35 14,5	16 30 34		7	3 11 40		13 47	17 48 13
Dragon.	6	23	36 48,2	37 49,5	16 44 15		8	3		17 54	18 20 30
Hév. 41.	5. 6	23		39 7,8	17 45 42		8	3		19 24,5	18 23 31
	7	23	40 22,5	41 24	16 51 37			3	23 57	24 57	16 32 0
	8. 9	23 42 13,5	43 14,2	44 15,5	16 43 33			3 24 44		26 44,5	16 29 13
	8. 9	23 43 8	44 10	45 11	16 46 40	Giraffe.	7	3 29 56,5	29 58,5		17 36 13
	8	23 46 40,7	47 42,5	48 44,5	17 12 39	G. Hév. 7	4	3 29 34,5	30 32	31 32	15 58 32
	6. 7	23 50 29,2	51 10		16 15 24		8	3 38 31	39 31		16 3 14
	6. 7	23 50 29	51 28		16 23 26		6	3 46 15,3	47 14,5	48 14	16 2 24
	6. 7	23 51 5	52 5		16 3 6		7. 8	3	50 11	51 13,2	17 23 52
ét. doub.	6. 7	23 52 15,5	53 16,5		16 39 51			3	53 39	54 40	16 24 7
β. Cass.	2. 3	23	58 11,1	58 59	9 6 49			3	54 51		16 46 37
	7	0	0 55	1 53,7	16 4 47		6. 7	3		58 54	17 39 21
	8	0 2 12	3 12	4 12	16 17 36		4	4	1 8,5	2 7	15 38 20
	7. 8	0 2 18	3 18	4 18	16 9 24		6	4	5 38,5	6 40,5	17 33 55
	8. 9	0 9 19	10 20	11 20	16 25 5		6	4 8 53	9 54,5		16 45 59
	9	0 9 28	10 28		16 20 20		5	4	12 10	13 15	18 18 0
	7. 8	0 9 44	10 44		15 19 57		5	4 20 10,5	21 14	22 18	17 53 16
	9	0	15 46,2	16 45,4	16 4 30						
13e. Cas.	5. 6	0 18 35,5	19 35,5	20 35,5	16 28 40	10 sept.					
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	9	0	22 33	23 34	16 29 3		9	18 6 33	47 [illegible]		17 43 33
	7	0	25 40,5	26 43,5	17 6 37		7. 8	18 52 56,2	[illegible]	55 4,5	17 58 21
α Polaire.	2. 3	0 34 18	47 27	61 30,5	30 17 30		7. 8	18	57 [illegible]		19 7 18

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
10 sept.					+ 1 30
Dragon.	7.8	8	[illegible]		19 10 19
		19 2 7,5	[illegible]	[illegible]	19 8 0
55e.	[illegible]	19 8 0,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 18
δ Drag.	[illegible]	19 11 [illegible]	[illegible]	[illegible]	18 5 [illegible]
		19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
π Drag.	[illegible]	19 18 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible] 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	9	[illegible]	[illegible]	[illegible] 10	[illegible] 8 [illegible]
		[illegible]	[illegible]	[illegible],5	[illegible]
	8.	19 [illegible] 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6 7	19		[illegible]	[illegible]
	9	19 8 5	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8 9	19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	9	19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	[illegible] 41	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8 10 55
	7.8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18 [illegible]
67e.	4.5	[illegible]	1 57	[illegible]	18 [illegible]
	6.7	20 [illegible]	7 [illegible],5	[illegible]	18 [illegible]
	7	20 5 45	6 [illegible],5	[illegible]	18 [illegible]
	6.7	20 8 12,[illegible]	9 18,[illegible]		18 [illegible]
	6.7	20	8 [illegible]	[illegible]	19 6 9
Dragon.	6.7	20 8 54,[illegible]	10 0,[illegible]	11 [illegible]	18 16 0
	9	20 1[illegible] 38	15 [illegible]	[illegible]	[illegible] 5
	6	20 18 [illegible],7	19 10	[illegible]	19 0 0
	7	20 [illegible]	21 [illegible]	[illegible]	19 5 [illegible]
Céphée.	7	20 [illegible] 6	[illegible]	[illegible]	19 [illegible] 0
	7	20 [illegible] 1	26 8,[illegible]	[illegible] 16	19 11 26
	9	20 [illegible] 8 22	[illegible] 50,[illegible]	[illegible] 38	[illegible] 10
	8.9	20	31 [illegible]		19 10 0
	6.7	20		[illegible]	[illegible] 8
	[illegible]	20		[illegible]	18 10 [illegible]
	8.9	20	42 58,5	[illegible]	20 1 0
	6	20 43 6	44 16,2	[illegible]	20 [illegible]
	8	20 44 9	45 20,1	[illegible],8	20 1[illegible]
	7.8	20 45 49	46 59,3	18 [illegible]	[illegible]
	9	20	49 27,[illegible]	[illegible]	19 [illegible] 0
	9	20 [illegible]	54 16	[illegible] 6	19 [illegible]
	7	20 [illegible]	55 11,[illegible]	[illegible] 18,7	19 [illegible]
	7	[illegible]	5[illegible] 1	[illegible] 1,8	18 [illegible]
	8	21 [illegible]	[illegible],5		18 [illegible]
	[illegible]	21 [illegible]	[illegible]	5[illegible]	18 [illegible]
	7.8	21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	18 [illegible]
α Céph.	7	21 1[illegible] 8	[illegible],8	[illegible]	[illegible]
	7.8	21 16 1[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	21 1[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	21 1[illegible]	20 [illegible]		[illegible]
	8	21 [illegible]	[illegible]	22 [illegible]	[illegible]
	9	21	21 5[illegible]	[illegible] 8,5	20 0 [illegible]
β Céph.	3.[illegible]	21 [illegible]	2[illegible] 30,[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	21	25 45	[illegible]	[illegible]
	6	21 [illegible] 8,5	31 35	[illegible]	[illegible]
	8.9	21	35 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	21		[illegible]	18 [illegible]
	8	21	[illegible] 19		[illegible]
	8	21	[illegible]		[illegible]
	9	21 [illegible] 7	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	21 42 10	43 21	[illegible]	[illegible] 8
	7.8	21		[illegible]	[illegible]

1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
10 sept.					+ 1 [illegible]
Céphée.	7	[illegible]		19 3[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible] 8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	8 [illegible]	[illegible]	5[illegible]	[illegible] 53	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	7 7	[illegible]
	[illegible] 8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	[illegible]		[illegible] 56	[illegible]
	8. [illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8	[illegible]
	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	8	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible] 8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8 [illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	[illegible]		7[illegible] 0	[illegible]
	8	22	2[illegible] 10	[illegible]	[illegible]
	7	22	[illegible] 2	[illegible]	[illegible]
	7	22 40 53,8	[illegible] 0	[illegible] 3	[illegible]
	7	22 44 22	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible] 14	[illegible]	[illegible]
	9	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	8	22		[illegible]	[illegible]
	8	22 [illegible] 5	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23	[illegible] 1		[illegible]
	8	23 1 7	[illegible]		[illegible]
[illegible]	5	23 9 5,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 14 39	[illegible]		[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	23 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23 51 1[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dragon.	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
41. Hév.	5	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8	[illegible]
Cassiop.	8	23 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	7	23 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	8	23		[illegible]	[illegible]
	7	23		[illegible]	[illegible]
	8	23 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23		[illegible] 18	[illegible]
	8. [illegible]	23	[illegible]		[illegible]
	8. [illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	0 [illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	0	[illegible]		[illegible]
	7	0	[illegible]		[illegible]
α P[illegible]		0 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]		10		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	10 9 10,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	10 12 2,5	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	10 18 11	[illegible]	[illegible]	[illegible]

					+ 1 30
[illegible]			3 33:	21 47,5	21 19 23
			31 7		20 [illegible]
			3[illegible]	33 53,6	20 [illegible]
				35 7	20 [illegible] 0
			36 8	37 20	20 2[illegible]
			40 43	41 36	20 37 40
	9	19 39 [illegible]	41 0,7		20 [illegible]
	7	19 40 27		42 40,2	20 33 25
	7	19 43 23	45 3,7	47 47	20 31 8
63 [illegible]	4	19 47 36,5	48 49	50 2,5	20 31 16
	8	19		52 19	22 1 19
	7	19 57 54,6	59 8,2	60 22,2	20 54 25
[illegible]					
	9	20 0 47,5	2 1	3 13	[illegible]
	9	20 4 15	5 32	6 48	21 55 18
	7	20		8 5,5	21 10 12
	7. 8	20 8 17,5	9 31,2	10 44,2	21 15 10
	7. 8	20 9 12	10 26,5	11 40,3	21 19 11
	7	20 12 24,6	13 [illegible]	15 0,2	21 39 8
	7	20 16 [illegible],5	18 7,5:	19 22,5	21 36 18
	6	20 17 [illegible],2	18 17,5	19 33	21 14 55
				[illegible]2,5	21 31 6
					[illegible]5 20
	5. 6	20 30 41,5	31 55		20 56 2
				6,5	20 4 15
	8			33 33,6	20 [illegible] 28
				[illegible]43:	21 52 33
				3 7	20 0 50
	5. 6	20 43 4,2	44 14,5	45 24,5	20 6 33
				46 28	20 17 0
	6	20 45 [illegible],7	46 57	48 8	19 51 52
Cé[illegible]Lée.	6. 7	[illegible]0 51 33,5	52 46	53 57	20 15 54
				55 3	20 20 22
	8	20	56 52,2		21 24 50
	7. 8	20	58 4	59 18:	21 15 53
				2 58	21 48 0
	6. 7	21 1 7,2	2 23,5	3 38,2	21 35 51
				6 18,2	21 42 43
	8			7 33,5	21 56 5
	6. 7	21	9 39,5		21 5 0
		21		10. 8,5	20 41 47
α. Céph.	3	21 12 46	13 40	[illegible]	[illegible]
[illegible]					
		21 20 [illegible]			20 0 [illegible]
[illegible]. Céph.	3. 4	21 24 [illegible]	[illegible]	27 8,4	20 45 11
	7	21	36 12,5	37 26	21 20 0
[illegible]					
	5. 6	21 42 9,5	43 20	44 29,7:	20 18 0
	7. 8	21	46 58		21 54 [illegible]
	7. 8	21	47 1[illegible]	48 28	22 7 [illegible]
	7. 8	21	48 18,5	49 33	22 1 6
	8. 9	21 54 [illegible]	55 53		20 27 27
double.	8	21 55 [illegible]	59 50	61 1	20 18 [illegible]

19 sept.					+ 1 30
Céphée.	8	22	9 49	11 0	20 [illegible]
	8	22		10 7,5	19 58 30
	7	22	12 23	13 33,7	20 7 52
	8	22 15 14,5	16 26	17 35,8:	20 19 10
	7	22		20 38,5	21 6 10
	7	22	20 38	21 49,5	20 49 29
	6	22 22 39	24 0,5		20 28 49
	6	22 23 [illegible]	24 16,2		20 13 5
	4. 5	22 25 53,5	27 2		19 36 55
	4. 5	22 26 15,7	27 24,7	28 33	20 2 43
	7. 8	22	29 40	30 50,5	20 16 35
	8	22		33 19	21 43 52
[illegible]					
	7	22 47 13	48 24,5	49 34,5	20 17 56
	8	22 50 14,5	51 26	53 8	20 15 35
	8	22 53 13	53 54	58 7:	20 37 20
	7	22 58 36	59 47:	61 0,2	20 38 50
	6	23 6 27	7 39	8 52	20 31 17
		23 12 21	13 33:	14 51	21 30 44
	5. 6	23 17 21,5	18 31,5		20 19 30
	6	23	17 37	18 48,2	20 38 58
	7	23 22 25	23 41		21 57 41
[illegible]					
	7	23 37 46	38 0,5		21 26 48
	9	23 44 16	45 27		20 38 4
		23 50 50,5	51 3,5		20 52 40
	6	23	54 3	55 13,5	20 26 0
	6	23		55 23:	20 45 15
Messier.	8	0 2 31:	3 41,5		20 18 34
	8	0 2 58,5	4 11,5:	5 22	20 31 15
	7	0 9 3	10 16,5	11 30,5	21 11 42
	8. 9	0 9 18	10 31,5	11 47,2	21 27 27
	6	0 12 40	13 56	15 11,5	21 45 30
	5. 6	0 19 49,5	21 1,5	22 15,5	20 56 16
	8	0	24 16,7		20 31 53
		0 26 37	27 48	29 0,5	20 40 10
		0	29 48,6	31 7:	21 19 40
	6	0 30 0,5	31 13,5	32 26,5	20 47 17
	6. 7	0 35 29	36 42,5		21 8 40
	6	0 35 40,2	36 51,5		20 44 38
	7. 8	0	36 29	37 37	20 24 22
	7	0		41 18	19 55 42
	6	0 43 23	44 38,5	45 50,8	20 28 18
	6	0	46 41,2	47 55,2	20 57 37
	7	0 48 14	49 20,8		20 18 6
	7	0		49 5,2	20 30 10
	5. 6	0 51 32	52 45	53 58,5	20 55 [illegible]
	6. 7	0 53 19	54 32	55 [illegible]	20 40 18
	7	0 58 [illegible]			21 5 55
	4. 5	1 0 8,7	1 24,8	2 40,5	21 44 30
	7	1		2 29	21 6 42
[illegible]					
38 Cass.	4. 5	1 14 14,4	15 55,2	17 6,5	20 17 28
	6	1 16 9,2	17 18,5	18 29	20 2 43
	7	1 19 31,5	20 42,8	21 54	20 18 1[illegible]
β. 42.	5	1 26 46	27 58	28 11:	20 40 [illegible]
	9	1	30 31	31 46	21 18 46
		1 34 33	35 44	36 57	20 48 5[illegible]
	7	1 38 [illegible]	40 8:	41 26	21 47 [illegible]
	6. 7	1		41 14	20 16 41
48 c.	5	1 43 49	45 1,5		20 59 3[illegible]
	7	1 44 16	45 23,5		21 25 5

[illegible]		H M S	M S	M S	H M S	[illegible]	[illegible]	H M S	M S	M S	[illegible]
12 sept.											
	7	[illegible]									
54 Cass.	6. 7	[illegible]				Céphée.					
	8. 9	[illegible]									
Messier.	9	[illegible]									
	7	[illegible]									
	[illegible]	[illegible]	10 54	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	[illegible]	10 54.5	[illegible]	[illegible]						
	5 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2 44 45	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Dragon.					
	8	2 50 50	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
Près de		2	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
la Giraf.	6	2 59 5	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	48					
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	79.					
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16 Céph.					
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	6	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
Girafe.	5. 6	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24 Céph.					
	4	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	80 And					
	4	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7. 8	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	8	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	7	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
	[illegible]	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
13 sept.											
Dragon.	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]						
Ca.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]						

		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
[illegible] Messier.	7	23 5 1 56,5	[illegible]	[illegible]	25 [illegible]
	5. 6	21 [illegible]		[illegible]	24 [illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	21 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	22 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24 [illegible]
	[illegible]	[illegible] 8	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	24 [illegible]
	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Cassiop.	7	1 3 43	16 4		22 53 40
40 Hev.	4	1 20 41	22 3,6	25 26	23 4 27
	5	1 39 50		42 53	23 13 58
50 f.	5	1	45 49,2	17 9,2	22 30 27
54.	5. 6	1 50 6	51 21,5	22 37	21 40 5
	5	1	[illegible]	[illegible]	24 [illegible]
	7	1	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
milieu du	7	2 2 52	[illegible]		23 [illegible]
[illegible]	6 7	2 5 59		[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	2		[illegible]	23 [illegible]
[illegible]	[illegible]	2 1[illegible]	18 15	[illegible]	22 [illegible]
	7	2	[illegible]		22 [illegible]
	7	2		[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	2 33 [illegible]	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	23 [illegible]
	[illegible]	2 36 [illegible]	[illegible]	[illegible]	22 [illegible]
	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
25 sept. [illegible]	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		[illegible]	57 58	59 35	26 1 15
	[illegible]	21 2 55:	4 30	6 6,5	25 48 43
	[illegible]	21 3 1	4 36,5	6 12,5	25 [illegible]
α Céph.		21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ε Céph.		21 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	21	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	21 58 18,5	59 51,7	61 25,5	26 [illegible] 40
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
Céphée.	8	22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	22		[illegible]	[illegible]
	6	22	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	2	22 [illegible]		[illegible]	[illegible]
	7	22	[illegible]		[illegible]
	5	22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	22	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	22 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	2[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	2[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26 sept. γ. Drag.		17 51 5,2	51 45	52 26,5	[illegible]
	5	18		52 14,2	[illegible]
	6	18		53 59,5	[illegible]
	7	18 55 28,5	57 0,5	58 33	[illegible]
	6	18	57 55	59 26,5	[illegible]
[illegible]	7	19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible] 8
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible] 6
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25 [illegible] 0
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24 [illegible] 3
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25 [illegible] 6
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25 [illegible] 8
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	26 [illegible] 47
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 5
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	25 4 4
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	24 [illegible] 52
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 6 3 47
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8 41
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ε. Céph.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ι. Céph.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Messier.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3 56 12	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3 58 36	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6. 7	0	2 28	4 4	[illegible]
	[illegible]	0		4 23,5	[illegible]
	[illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]

1789		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	1789.		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
25 sept.					+ 1 30	16 octob.					+ 1 30
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	18 49,5	25 11 38	Céphée.	6	20	57 56	59 34	26 1 18
	7	[illegible]	[illegible]	22 30	25 25 10		5. 6	20		58 25	26 14 0
	7	[illegible]	[illegible]	24 57,6	26 29 17		7	21		3 50,5	27 44 35
	6	0 29 16,2	30 51,8	32 27,5	25 54 16		7	21 2 52	4 28	6 4	25 48 [illegible]
Cassi. 21.	4. 5	0		33 29,5	24 57 3		7	21 2 59,5		6 11	25 54 11
23 Mess.	4. 5	0	33 57,2	35 26,2	24 48 42		7	21	8 [illegible]9	10 19:	26 39 48
	7	0 37 47,5	39 14	40 41	24 16 50	77 Drag.	5	21	9 4,5	10 58,7	28 23 23
	7	0 41 59,2	43 14	44 48	25 28 4	Céphée.	6	21 11 48	13 28	15 8,5	26 33 27
	8	0 47 29	48 31		24 10 11		7. 8	21 15 17,5	16 57,5	18 40	26 46 38
	6	0 48 45,5	49 59,5	51 25,7	24 21 12		5	21	17 30	19 14,8	27 14 45
	6. 7	0 56 35,5	58 10,5	59 36	23 54 47		5	21 22 4			27 18 20
	6. 7	0 59 41	61 6	62 34	24 1 26		5. 6	21 22 5	23 46,5		26 45 35
	7	1	1 0,2	2 26	24 0 30		6	21	24 46,5	26 23,3	26 10 48
	6	1 4 2,5	5 32	6 0,5	24 35 10		6	21 27 17	28 56,5		26 36 0
	7	1	9 23,[illegible]	10 49	24 7 30		7	21 28 46	30 25	32 5,5	26 30 0
	[illegible]. 7	1 11 4,5	12 32	13 58,2	24 13 38		6	21	30 55,5	32 27,5	28 7 41
	[illegible]. 6	1 18 59,2	20 26	21 53,2	24 19 56		6. 7	21 34 53	36 30,8	38 3,5	25 2[illegible] 35
	7	1 20 43,[illegible]	22 12	23 39,7	24 34 47		8	21 44 11	4[illegible] 50		26 [illegible]
	7	1 24 29,5	25 59	27 29,5	24 47 6		7	21 48 54	50 43	52 34	2[illegible] 53 56
	6	1 24 46,[illegible]	26 18,5	27 47,2	24 38 51		7	22 54 40	56 [illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	1 3[illegible] 41,5	33 14,5	34 49,8	25 39 0		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	1 37 35	39 9,2	40 40	25 24 34		5. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	1 41 26	43 0,8	44 33	25 35 2		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
49 Cass.	4. 5	1	45 49	47 22,5	26 12 17		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
51 Cass.	7	1	47 10,5	48 38,5	24 4[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8,2	[illegible]
Messier.	7	1	48 1,[illegible]	49 32,2	24 5[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	1	5[illegible] 20,[illegible]	5[illegible] 46,5	24 [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	2 2 50,2	4 14,[illegible]	5 41	25 [illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	2 3 58,[illegible]	5 22	6 46	25 [illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	6. 7	2 6 40	8 13,5	9 36,5	25 [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	2 15 9,5	16 45,5		25 [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	2 15 16,5	16 31	18 25,5	25 [illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2		[illegible]	2[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2		[illegible]	2[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Cassini.	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Hév. [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2 [illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		2	[illegible]	[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	3		[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]
	6	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Girafe.	7	3	[illegible]	[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	3 5[illegible] 57,2	11 31,5	12 6,[illegible]	2[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3		13 46,5	25 8 [illegible]	Tête du	8.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6	3	15 8,3	16 35,8	24 4 36	Messier.	6.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	3 51 43	53 14	54 47	25 11 22	[illegible]		0 54 13	57 28	0 11	
	7	3 52 16	53 49,5	55 20	25 11 30	Céphée.		0 36 51,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	3 53 5,5	5[illegible] 38,5	56 10	25 13 14		8. 9	0 51 55	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	3	59 28,5	60 59	24 52 34		8. 9	0 54 44,5	56 34	58 23,5	[illegible]
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]		H. M. S.	M. S.	[illegible]	[illegible]
26 octob.					+ 1 30
Renne.	7	1 1 [illegible]	21 [illegible]	23 36,8	26 [illegible] 2 [illegible]
	8	1	26 [illegible]	23 12	2[illegible] 5 [illegible] 10
g. Oar.	8	1	30 [illegible]		27 2 [illegible] 2
47 Cass.		1 38 33,6	39 13,6	39 54,5	26 9 [illegible]
	5. 6	1	44 28,2	[illegible]	2[illegible] 22 15
49 Cass.	5	1		47 2[illegible]	2[illegible] 12 25
Renne.	8. 9	1 53 7	54 30	56 54	2[illegible] 2 [illegible]
	7	1 57 16	59 10	61 2,7	28 22 35
	7	1		[illegible] 1 ,5	27 [illegible]
	7	2 8 57,5	10 2	12 30 :	27 [illegible] 22
	6. 7	2 10 35	12 18	14 0	26 5 [illegible] 10
	9	2 17 [illegible]	19 10 :	20 49	26 12 15
	6. 7	2 23 17,2	24 31		25 [illegible] 30
	8	2 [illegible] 35	32 15	33 56 :	2[illegible] 45 [illegible]
	6. 7	2		36 41	27 14 20
	7	2 42 33	44 14 :	45 50	26 4 57
	7	2 44 [illegible]			26 24 [illegible]
	5. 6	2		53 57	26 3 0
	8	3	6 51	8 34	26 38 40
	6	3 12 48,8	14 25,2	16 2,8	26 7 [illegible]
	8	3 22 3,5	23 41	25 19	26 11 40
	8	3		27 30,5	27 5 1
	8	3 32 48	34 27		26 30 51
	6	3 37 25	39 6,5	40 45	26 54 51
	6	3	[illegible]7 49	39 30	26 38 0
	6	3	41 54	43 7,7	25 41 40
	8	3	43 59,6	45 41,2	27 13 47
	7. 8	3	47 35,5	49 33,5	26 5[illegible] 6
	8	3	47 57,5		26 48 30
	6	3 52 20	54 0,5	55 42	26 10 5
	7	4 0 19	2 12,5	4 4,2	25 14 7
Girafe.	7	4	5 22,5	7 2,5	27 30 36
	7	4	9 54,5	11 21	27 33 30
	7	4 10 7	11 51,8	13 36,2	27 12 54
	6	4 15 16,5		18 48	26 17 21
	5. 6	4	20 41,5	22 22,2	26 38 2
	6	4 2[illegible] 16	24 54	26 37,5	26 23 27
	8	4 34 21	36 15,5	38 4	27 35 11
	8	4 36 32,5		40 4	27 24 0
	8	4 38 12	39 59	41 45	27 24 22
	6	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	4 47 5[illegible],5	49 5,2	51 17,5	26 46 26
	8	4 52 [illegible]	[illegible]	55 7[illegible],2	26 2 32
	5. 6	4 58 45,2	60 15,9	61 49,2	26 24 36
	5. 6	4 59 4[illegible]	61 22 2	62 55,1	25 11 25
	6. 7	5 8 5,5	9 [illegible],5	11 19	25 14 38
	5. 6	5		13 10	25 58 40
	7	5 17 3,2	18 37	20 12	25 7 30
	7	5	21 18	22 59	26 2 10
	5. 6	5 34 18,8	35 50,5	37 40	2[illegible] 8 36
	7	5		[illegible]	25 [illegible] 10
	7	5 [illegible]2 43	44 20,5	4[illegible] 18,5	27 [illegible]
	7. 8	5 40 41	48 31	50 22,5	2[illegible]
	7	5	52 12,5	53 18,5	24 5 3
	[illegible]	5 53 11	54 [illegible]	56 24	26 0 10
	[illegible]	5	58 43,4	60 28	27 11 33
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26 octob.					
27 Drag.	5. 6	21	9 6		
	6. 7	21	1[illegible] 8,5		
	6	21 13 39,5	14 41,2		
Céphée.	6. 7	21 17 [illegible],6	19 2,8		
	8. 9	21 20 49,5	22 45,5		
	6	21	2[illegible] 33,5		
	5	21 27 45,5	30 6		
G. roug.	7	21 [illegible] 14,2	37 14		
	7	21 44 30	46 4[illegible]		
	8	21	50 [illegible]		
	6	21 51 [illegible]5,5	53 50 5		
	6	21 54 2[illegible],8	56 11,2		
	8	22			
	8	22 10 1,5	12 12,6		
	8	22 15 2,5	17 11		
	8	22 15 49,5			
	8	22	17 50,5		
	5	22	24 [illegible]		
29 f.	5	22			
	5	22			
	8	22 30 40,5	32 34		
	8	22 33 3,5	34 54,5		
	7	22 35 10,5	37 2		
	7	22 35 46,2	37 24,5		
	7	22 38 12,5	40 8,2		
	6	22	46 37		
	6. 7				
	6. 7	22			
	6. 7	22			
* Céph.	6. 7	22			
	8	23			
	8	23			
	6. 7	23			
	6. 7	23			
λ Drag.	6. 7	23			
		23			
	6	23			
Céphée.	6	23			
		23			
	7	23			
	7	23			
	7	23			
	5. 6				
	8	0			
	6	0			
Lynx.		0			
Céphée.		0			
	6	0			
Polaire.		0 [illegible] 15,5	57 33,5	0 48 2	
Renne.	6	0	55 57	[illegible] 47	
	7	0		58 11	
	5. 6	0			
	5. 6	0 [illegible]2 23			
	5. 6	0 [illegible] 10			
	5. 6	1			
	7	1			
	8	1	12 4		
	8	1 11 45,5	13 0,5		
	7. 8	1 20 1	22 4		
	[illegible]	1			
	7. 8	1 26 22	28 17		
	7	1 2 21,3	34 15		
	8	1 [illegible]			

[illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
20 octob.					+ 1 30
Reine.	6	1 30 17	42 7,5		28 0 5
	8	1		43 1	28 59 42
	6	1	46 17	48 21,2	29 36 30
	6. 7	1 47 1,2	49 9	51 16,7	29 47 41
	6. 7	1 47 19	49 27,5	51 36,2	29 47 38
	7	1	52 52,7	54 55,2	29 17 30
	5. 6	1 57 16,6	59 10,5	61 4,5	28 23 0
		1 59 20	61 28	63 37	29 43 51
		1 59 20	61 31	63 38 :	29 42 52
		1	59 41,5	61 53,6	29 5[illegible] 13
	7	2 8 27,5	10 30	12 47	29 53 45
	7	2 25 2[illegible] 7	27 56,7	29 52	30 19 40
	5	2 33 [illegible],8	38 12,5	40 49,2	29 10 40
	6	2 45 20,6	47 16	49 10,5	28 28 44
	6	2	4[illegible] 22,6	48 37,6	30 23 22
	6	2	49 52,8	51 55	29 10 25
	7. 8	2 .		51 50,5	28 48 2
	5	2	54 7,2	55 38,2	28 3 1
	7. 8.	2 58 2[illegible],8		62 21	28 49 6
	6. 7	3	4 20,7	6 24	28 22 0
	8	3 7 55,5	9 53,5	11 51,4	28 49 18
	7. 8	3		13 25	29 55 18
	8	3 14 58,5	16 53,5	18 48,5	28 27 54
	8	3 15 14,5	17 11	19 8	28 39 43
	6	3 18 21	20 16	22 11,9	28 52 18
	8	3 19 56,5	21 53,5	23 51,5	28 45 17
	8	2 26 3	28 13	30 23,2	29 58 58
	7. 8	3 31 28	33 42		36 16 10
	8	3 31 32		35 55,2	2[illegible]

[illegible]		H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.
20 octob.					+ 1 [illegible]
Reine	8	3 33 33	35 44	37 36,2	70 6 [illegible]
	7	3	38 17	40 21,5	2[illegible]
	6	3 38 33,6	40 59	43 4	2[illegible]
	6. 7	3 48 7,8	50 3,5	52 0,	2[illegible]
	8	3	50 25	52 30	2[illegible]
	6	4 0 21	2 14	4 6	28 [illegible]
	6	4 5 12,5	5 15,6	7 24,2	29 [illegible]
	8	4 11 3,2	13 11,2	15 20	2[illegible]
	8	4 21 26	23 13	25 11,5	23 [illegible]
	7	4 27 21	29 [illegible] 2	31 40,2	2[illegible]
	8	4 33 12	35 10	37 8	28 46 1[illegible]
	5	4	49 4,5		27 16 50
Girafe.	4. 5	4 46 49,5	48 5[illegible]	50 10	30 3 18
Hév. 19.	5	4 51 3	53 [illegible] 2	5[illegible] 6,2	29 16 12
	5	4 53 4[illegible],5	55 56	57 52	29 10 23
	5	4 55 [illegible] 2	57 5		23 51 8
	7	4 5[illegible] 2			29 13 3
Chevre:		5 0 42	1 17,9	3 [illegible]	86 55 15
Girafe	7. 8	5	4 31	6 [illegible]	29 17 11
	8	5	9 37	11 32	28 28 19
	8	5 11 0,5	13 2,5	15 1	29 12 27
β Drag.		5 23 3,8	25 45	27 23	78 34 30
	7. 8	5 39 18	41 13	43 7	23 22 57
	8	5 54 16,5	56 34	58 52,6	30 39 16
Girafe.	6	5	57 55	60 4	70 10 12
	7	5	5[illegible] 57	62 1,6	2[illegible] 2[illegible] 50
	7. 8	6 1 36	3 37	5 38	29 8 20
	5	6 5 20,5	7 22,6	9 21	29 13 41

REMARQUES SUR CES OBSERVATIONS.

Les deux points indiquent des observations douteuses.

Lorsque parmi les étoiles, voisines du zénit (pag. 206 et suiv.), on trouve la distance de 87°, 88°, ou 89°, c'est le compléaent de l'autre côté du zénit, excepté pour la Chevre qui a été observée au dessous du pole. C'est à ce complément qu'il faut ajouter 1' 30", avant que d'en conclure la distance au zénit.

Les changemens de jour n'ont été distingués que par des filets gras, pour une facilité typographique.

A compter du 19 août (page 208), toutes les distances au zénit sont du côté du nord.

Les numéros de la première colonne, comme 52, [illegible], etc. (page 206) sont ceux du catalogue britannique de Flamsteed, consacrés par l'usage qu'on en fait depuis un siècle.

Parmi les abréviations, voici celles qui peuvent avoir besoin d'explication : *And.* Andromede, *Trop. de Frid.* Trophée de Frédéric ; *ét. rou.* étoile rouge : il y en a quelques-unes où cette couleur est très-sensible; *Hév.* indique le catalogue d'Hévélius, et les numéros que Flamsteed y a ajoutés.

La hauteur du pole, que je suppose 48° 51' 10", dépend de celle de l'Observatoire, 48° 50' 18", telle que M. Cassini l'a trouvée en 1790, par le moyen du cercle entier, plus grande de 4" qu'on ne la supposoit auparavant.

EXTRAIT D'UN MÉMOIRE

SUR

DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

FAITES SUR LES RÉFRACTIONS,

en 1786, 1787 *et* 1788.

PAR M. LE GENTIL (*a*).

LE travail considérable que j'ai fait dans l'Inde, sur les réfractions astronomiques au bord de la mer, exigeoit que je me livrasse dans notre climat à reprendre ce même genre de travail, pour en comparer les résultats à ceux du climat de l'Inde.

Outre les réfractions astronomiques, il entroit encore dans mon plan de vérifier un phénomène singulier, qui accompagne presque toujours en hiver le soleil, dans l'Inde, tant à son lever qu'à son coucher, lorsqu'on l'observe à l'horizon de la mer; car je n'ai jamais vu ce phénomène, lorsqu'on observe le soleil à l'horizon de la terre : je ne sache pas qu'il soit connu des physiciens; et il m'a paru mériter leur attention.

Plusieurs circonstances que je ne détaillerai point ici, m'ayant

(*a*) L'Auteur est mort le 22 octobre 1792, dans le temps même qu'on imprimoit ce Mémoire. Il étoit né à Coutances, le 11 septembre 1725. Son Voyage aux Indes, imprimé en 1779 et 1782, en deux gros volumes *in*-4°, suffiroit seul pour faire voir combien M. le Gentil a été utile aux sciences.

m'ayant fait préférer nos côtes occidentales de Basse-Normandie, j'allai en conséquence m'établir à Coutances, capitale du Cotentin, et qui n'est qu'à deux lieues de l'endroit le plus voisin de la mer.

En cherchant à m'établir en cette ville, je savois cependant que j'étois assuré de trouver à huit à neuf lieues à l'ouest l'île de Jersey, et au sud de celle-ci les îles très-nombreuses de Chausey; mais outre que ces îles sont toutes très-peu élevées au-dessus de l'eau, je reconnus par les relèvemens que j'en fis, en me plaçant dans un des clochers de la cathédrale, qu'il me seroit possible de voir le soleil même à l'horizon de la mer au nord de Jersey, quinze jours au moins avant et après le solstice d'été; que cet astre venant de-là gagner le sud, seroit totalement dégagé de cette île, et des bancs qui avancent au sud, dans les quinze premiers jours d'août: quant aux îles de Chausey, je reconnus également qu'elles ne pouvoient me nuire que vers le solstice d'hiver; ce qui ne pouvoit faire un obstacle pour m'établir à l'endroit que je désirois.

M'étant donc bien assuré de tous ces relèvemens, j'allai sur le bord de la mer chercher un lieu convenable. J'en trouvai un à l'embouchure de la rivière de Syenne. Là, est un petit havre, nommé le havre d'Agon et de Reneville, parce qu'il se trouve sur ces deux paroisses. A Reneville, en face de l'entrée du port, je trouvai cinq à six maisons réunies, à qui on a donné le nom de village. Ce prétendu village est assis sur un petit plateau, nommé la Hauteur, élevé de quatre-vingt pieds environ au-dessus du niveau de la mer, à environ cent cinquante toises de son bord, lorsqu'elle est pleine, et il domine en même-temps sur tous les environs. De-là, je découvris le plus bel horizon du monde. Cet horizon partoit de Granville, qui n'est qu'à quatre lieues de cet endroit, et presqu'au sud, et passant par l'ouest, alloit se terminer jusques à Agon, qui en est à une lieue, et presqu'au nord; ce qui formoit cent soixante degrés d'horizon, qui

n'avoit presque par-tout pour bornes que la mer. A l'endroit précisément le plus élevé de ce plateau, se trouva dans une des maisons de ce village, exposée au midi, un petit appartement ou cabinet, dans lequel on montoit par un escalier en pierre large, de cinq à six pieds, pratiqué en dehors, et appuyé par le côté à la maison. Cet escalier, dont le dessus également de cinq à six pieds en carré, étoit voûté, avoit, outre cela, un rebord en pierre d'environ deux pieds de hauteur, pour garantir d'une chûte. Il étoit très-solide, étant bâti sur le roc, ainsi que la maison. Finalement, cet escalier me parut si commode et si avantageusement placé, que je le destinai, en le voyant, pour servir à placer mon quart de cercle : et c'est en effet de dessus la platte-forme de cet escalier qu'ont été faites presque toutes mes observations.

Ce petit local, enchanté par le point de vue qu'il offroit, et qui sembloit avoir été fait exprès pour un astronome, étoit pour lors occupé par un commis des fermes, qui consentit, de la meilleure grace du monde, à me le céder. J'y établis sur-le-champ mon observatoire, et je pris un logement à une demi-lieue de là, n'en ayant pu trouver d'autre plus commode et plus à portée.

Le 21 de juin 1786, j'étois en état d'observer ; mais il fallut en épier les momens. Au reste, dans la saison où j'étois, rien ne ressemble mieux au climat de l'Inde pendant tout le mois de juin ; ce n'est pas qu'il y fit aussi chaud qu'il fait à Pondichery, car le thermomètre ne monte guère pendant ce mois qu'à 19° et 20° au-dessus du terme de la glace : mais un fort beau ciel, sur-tout le matin, comme à Pondichery, des orages qui se formoient dans l'après-midi, le tonnerre qui grondoit souvent autour de moi, des nuages épais, et formant le soir des rochers à l'horizon, tels qu'on en voit souvent entre les tropiques, la mer, du bord de laquelle j'observois, tout cela me retraçoit l'image de Pondichery, où je m'étois occupé du même travail.

Mais il n'en a pas été de même pendant l'hiver de 1787 à

1788. Il s'en faut de beaucoup que cet endroit m'ait offert les mêmes agrémens, et je n'y ai pas été favorisé non plus pour mes observations. On sait que cet hiver a été très-pluvieux, et qu'on ne se souvient pas d'en avoir vu de plus hideux. Enfin, quoique j'aie obtenu assez d'observations de réfractions, sur quatre mois entiers je n'ai vu qu'une seule fois le soleil se coucher complètement à l'horizon de la mer; cette seule et unique observation, que je desirois avec la plus vive impatience, me confirma fort heureusement ce que je cherchois à savoir au sujet du phénomène dont il va être question.

Le temps ne me permet pas de donner le détail du travail que j'ai fait pendant mon séjour sur ces côtes. Je me bornerai donc aux résultats les plus essentiels qui doivent entrer dans la construction de la table des réfractions que je me propose de donner pour notre climat. Cette table indiquera les différences réelles qui se trouvent entre les deux climats, celui de l'Inde et celui de la France pour les réfractions, et que donne le même instrument; car le même quart de cercle, comme j'en ai averti, a servi à constater ces différences: avantage que je n'aurois pu obtenir, si je m'étois servi de deux différens quarts de cercle. Ensuite j'entretiendrai la compagnie sur le phénomène que j'ai annoncé ci-dessus.

M. Bouguer, qui le premier a dressé une table des réfraction pour la zone torride, avoit déja trouvé qu'elles y étoient plus petites qu'en France. En effet, il observa la réfraction horizontale sur le bord de la mer, entre 25′ et 29′, d'où il prit 27′ pour terme moyen, et il est certain qu'on ne la trouve pas à Paris moindre que de 31′.

La table des réfractions pour Pondichery, bien certainement placé dans la zone torride, que j'ai insérée parmi nos volumes en 1774, donne aussi la réfraction plus petite qu'en France; il semble donc qu'on doive être étonné de ce que les résultats sont, sous le cercle polaire, les mêmes qu'à Paris, comme l'assure M. de Maupertuis dans son livre sur la figure

de la terre; car on ne voit pas trop la raison de cette différence. En effet, j'ai vu varier la réfraction horizontale à Pondichery à-peu-près de 5', comme a fait M. Bouguer au Pérou, et j'ai pris 29' 44" pour la réfraction moyenne. A Renneville, sur le bord de la mer, comme à Pondichery, par un grand nombre d'observations faites en juin et en août 1786, j'ai trouvé que les réfractions horizontales avoient varié d'environ 4', d'où j'ai conclu, par un terme moyen, 32' 12" environ, pour la réfraction horizontale, c'est-à-dire qu'elles étoient plus grandes en France qu'à Pondichery de 2' ½ au moins; enfin de 9° et 10°, et même 10° ½ : elle est encore plus grande à Renneville qu'à Pondichery, d'environ trois-quarts de minute.

Il est donc bien certain que si les réfractions sont les mêmes au cercle polaire qu'en France, il n'en est pas de même de celles de France comparées à celles de l'Inde, du moins par la latitude de 49°, comme est Paris et Renneville.

Nous devons faire observer ici que les dernières réfractions tiennent assez exactement le milieu entre celles que donnent M. Cassini et M. Bradley pour 10°, et ne s'écartent de l'une et de l'autre que de peu de secondes. Il semble donc que la réfraction à 10" soit assez bien constatée; mais il n'en est pas de même de la réfraction à l'horizon, et un peu au-dessus, et je ne peux pas laisser ignorer que les réfractions que j'ai trouvées aux environs de l'horizon, s'écartent plus de la table de M. Bradley que de celle de M. Cassini; ensorte que la réfraction horizontale de la table de M. Cassini diffère à peine de celle que j'ai observée; mais celle de M. Bradley me paroît trop grande de près d'une minute. Peut-être, comme l'ont avancé quelques Astronomes, sont-elles un peu plus grandes en Angleterre qu'en France, jusqu'à une certaine hauteur au-dessus de l'horizon : c'est ce qu'il seroit sans doute intéressant de bien constater. Au reste, nous ne pousserons pas plus loin nos

réflexions sur cette matière, dans la crainte d'abuser de la complaisance de l'assemblée, et nous en réservons les détails pour nos Mémoires. Nous la prions de vouloir bien nous continuer son attention, pour passer à la description du phénomème dont il me reste à l'entretenir.

J'apperçus, pour la première fois, le phénomène en question à l'isle de France, dans le mois de juillet, qui est la saison de l'hiver dans cet hémisphère : ce qu'il est important de faire remarquer ici. J'observois alors les réfractions dans cette partie du monde. Je fus fort étonné de voir que le soleil se couchât deux à trois jours de suite, non à l'horizon de la mer, mais à une espèce d'horizon (je parle ainsi pour me faire entendre) élevé au-dessus de celui de la mer d'environ une minute de degré. On pourroit me dire d'abord que cette espèce d'horizon dont je veux parler, n'étoit sans doute qu'une espèce de nuage, peu élevé au-dessus de la mer, qui faisoit l'effet d'un horizon sensible, et dans lequel le soleil se plongeoit avant que d'arriver à la mer ; mais je ferai observer en passant qu'il faisoit le plus beau ciel, et tel qu'on n'en vit jamais dans ce climat-ci, dont par conséquent il est impossible qu'on se fasse d'idée à Paris. D'ailleurs, on s'apperçoit bien à la faveur de la lunette, quand il y a des vapeurs à l'horizon et quand il n'y en a pas, surtout à l'approche du soleil. Je conclus donc que ce phénomène tenoit à quelqu'autre cause physique.

Il ne me fut pas possible de vérifier ce fait à Manille ; mais à Pondichery il me parut bien plus sensible qu'à l'île-de-France. Je l'observai constamment pendant l'espèce d'hiver qui règne à cette côte dans les mois de janvier et de février, c'est-à-dire dans la saison où le ciel est le plus beau, et même si dégagé des moindres vapeurs, que les étoiles n'éprouvent alors aucun scintillement. Lorsque le soleil se leve à Pondichery dans cette saison, son premier bord paroît subitement, comme s'il sortoit du fond [illegible], et d'environ une minute déja élevé au-dessus de l'horizon

de la mer, et de même son second bord : souvent ce second bord, avant de quitter cette espèce d'horizon dont je parle, se rompoit à cet endroit. La partie rompue paroissoit retourner pour se cacher sous la mer, pendant que le soleil, qui paroissoit bien terminé, continuoit de monter. Enfin, cette partie rompue ou détachée du soleil, ne disparoissoit que 5 à 6″ après l'avoir quitté; c'étoit comme si deux soleils se fussent détachés l'un de l'autre, l'un avoit monté pendant que l'autre descendoit. Cette quantité de 5 à 6″ m'a toujours paru constante à Pondichery, et l'apparence la même; ce qui ne pouvoit pas venir d'un nuage.

Je dis que ce phénomène exige qu'il fasse le plus beau temps du monde pour avoir lieu, et qu'il n'y ait pas dans l'air le nuage le plus léger. En effet, pendant l'été de Pondichery, le ciel n'est plus si beau, et le haut de l'atmosphère est tapissé jour et nuit, ou caché par un rideau formé de nuages blanchâtres, qui ne laissent percer au travers que peu d'étoiles; mais ce rideau n'empêche pas le soleil d'être de la plus grande vivacité. Ses rayons sont tellement brûlans, qu'une demi-heure au plus après son lever on est forcé de se retirer de sa présence : or, dans cette saison le phénomène n'a plus lieu, le soleil sort immédiatement du sein de la mer, avec la plus vive apparence, ainsi que son second bord. Ses premiers rayons paroissent subitement à l'horizon, aussi brillans que les éclairs les plus vifs. Les verres noirs doivent être employés sur-le-champ, si on ne veut pas que l'organe de la vue en soit blessé; au lieu que pendant l'hiver, malgré le plus beau temps, il est rare que j'aie employé les verres noirs pour observer le lever du soleil.

Sur nos côtes, le premier jour que je pus conduire le soleil jusqu'à l'horizon, car les nuages faisoient que je n'avois pas cet avantage tous les jours, ce phénomène fut si peu sensible, que je n'y aurois pas fait la moindre attention, si je n'en avois pas été prévenu : il le fut un peu plus le 22 juin. L'observation de ce jour-là me fit voir que le soleil

ne se couchoit pas toujours à l'horizon de la mer; son premier bord disparut subitement 2′ environ au-dessus de l'horizon de la mer et pareillement son second bord, et j'estimai qu'il n'y eut pas plus de 2 à 3″ de temps de différence.

Or, quoique je regardasse, pour lors, cette observation comme décisive, et qu'elle confirmât en effet ce que j'avois vu à l'île-de-France et à Pondichery, je ne négligeai pas l'occasion de la vérifier encore. Je la trouvai le 23, le 24 et le 25. Ces trois jours me fournirent les observations les plus décisives; elles ont même enchéri sur celles que j'avois faites à Pondichery, si je peux user ici de cette expression; mais il faut donner, avant de les rapporter, un court détail du temps qu'il fit, car il paroît que l'état de l'atmosphère fait tout dans la formation de ce phénomène.

L'après-midi du 23 m'offrit un temps superbe; la chaleur du thermomètre montant à 19° ½ au dehors, étoit tempérée par un petit vent frais ou de mer, ensorte que cette partie de la journée et les deux jours suivans, ressemblèrent parfaitement aux beaux jours de février de la côte de Pondichery. Le jour s'étoit levé avec la plus triste figure. La pluie, amenée par un vent de sud-est, avoit commencé à cinq heures et demie, et avoit duré pendant toute la matinée avec la plus grande abondance; mais ce fut cette pluie qui donna le plus grand lustre et le plus bel éclat au reste du jour. Le fond du ciel étoit d'un bleu foncé, comme il est en hiver à Pondichery. Il étoit naturel de croire qu'après une telle pluie, et un passage du vent du sud-est à l'ouest, qui avoit balayé le ciel, l'atmosphère seroit dégagée des moindres vapeurs, et que j'allois obtenir une observation satisfaisante. Je suivois le soleil, qui s'avançoit vers son terme. Comme il en étoit encore éloigné de 4 à 5′ de degré au moins, à 7h 59′ 29″ ½ de ma montre, que j'avois réglée sur ma pendule, j'apperçus un point subit et lumineux, qui parut sortir de l'horizon, vis-à-vis le bord du soleil qui descendoit; ce point lumineux, en s'alongeant dans tous les sens,

sur-tout dans le sens horizontal, et cela à mesure que le soleil descendoit, de façon qu'il m'offrit bientôt, comme le bord ou segment d'un second soleil très-vif, qui se levoit, et qui alloit au-devant du véritable; et en effet, 30″ environ après, je vis cette seconde image s'alonger par son bord supérieur, en forme de pointe de cône, comme pour aller joindre la véritable. Celle-ci en fit autant de son côté; ces deux pointes se joignirent enfin dans un clin-d'œil, environ 36″ de degré au-dessus de l'horizon de la mer, comme auroient fait deux grosses gouttes d'eau pour n'en plus former qu'une. Dans le même instant la fausse image a reflué des deux côtés sur les bords de la véritable, et elle s'est tellement confondue avec elle, que le soleil, deux à trois secondes au plus après cet instant, a paru parfaitement terminé, et entamé par l'horizon d'une quantité très-considérable, savoir de 4′ à 5′. Or, le contact des deux images s'étant fait à $8^h\ 0'\ 9''$ de ma montre, il s'ensuit que le phénomène a duré $49''\ \frac{1}{2}$, ce qui est ici un temps très-considérable, et qui me donna celui de le bien examiner; et ce qu'il y eut encore de remarquable, c'est que le second bord ne fut accompagné d'aucune illusion optique, et qu'il disparut comme un éclair, à l'horizon même de la mer. Le jour suivant, ou le 24, aussi beau que la veille, le soleil fut accompagné des mêmes apparences; mais le contact des deux images qui s'étoit fait le 23, $49''\ \frac{1}{2}$, ne se fit le 24 que 35″ après la première apparition de la fausse image. Le 25, il n'y eut que 33″ entre le contact et l'apparition de la fausse image; mais voici ce qui se passa au second bord, qui n'avoit point encore eu lieu. Lorsque le soleil fut à moitié couché, ses deux bords horizontaux s'échancrèrent des deux côtés et s'élevèrent; alors la partie coupée par l'horizon qui restoit au-dessus, au lieu de paroître une ligne droite comme elle a coutume, représentoit au contraire une courbe elliptique, toute détachée de l'horizon, et comme soutenue en l'air, excepté dans un point, savoir au milieu; enfin cette portion du soleil qui

ne

ne tenoit, comme je dis, à l'horizon que par un seul point, lorsqu'elle fut réduite à 4′ à 5′ de degré, au lieu de continuer sa route pour se coucher, comme elle avoit fait jusqu'alors, quitta brusquement l'horizon, et commença de remonter, ce qui forma une espèce de segment d'ellipse, dont la partie inférieure paroissoit monter, pendant que la supérieure paroissoit descendre; cette ellipse diminuant toujours, se réduisit bientôt à un gros point lumineux, qui disparut 11″ après qu'elle eut quitté l'horizon, 1′ 20″ au-dessus de ce même horizon. A Pondichery, comme on peut se le rappeler, je n'avois trouvé que 5″ à 6″ de temps, pour le même phénomène, au lever du soleil.

Je continuai encore pendant le mois d'août d'observer le même phénomène, tantôt plus, tantôt moins apparent; mais, comme j'en ai averti, pendant l'hiver que je passai sur ces côtes, sur quatre mois entiers je ne pus voir qu'une seule fois le soleil à l'horizon, à la vérité par un temps superbe, c'est-à-dire après une pluie, et à la suite d'un grain violent qui avoit fait passer subitement le vent du sud-est au sud-ouest et à l'ouest, et qui balaya promptement le ciel, comme cela étoit arrivé le 23 juin précédent. Mais le phénomène ne différa en rien de ce que j'avois vu pendant l'été, ensorte que j'en supprime ici le détail.

Les réflexions rapides que j'ai faites sur ces apparences, et par où je terminerai ce Mémoire, m'ont fait penser que ce qui arrive dans ces circonstances au soleil étant à l'horizon de la mer, est ce qui arrive quelquefois aux terres que l'on voit de fort loin à ce même horizon. Les habitans des bords des côtes de Basse-Normandie, presque tous marins, appelent ces apparences *se mirer.* Ils disent qu'une isle se *mire*, qu'un rocher *se mire.* Or, le Dictionnaire encyclopédique définit ainsi ce terme de marine : *La terre se mire, c'est-à-dire que les vapeurs font paroître les terres de telle manière, qu'il semble qu'elles soient élevées sur des nuages.*

Cette définition, que l'auteur a tirée mot pour mot du Dictionnaire de marine hollandois, imprimé à Amsterdam en 1736, ne rend pas assez, à mon avis, raison de la chose; car ce n'est pas ainsi que les terres m'ont paru se mirer. Cela n'arrive que dans un très-beau temps, et lorsqu'il n'y a pas la moindre apparence de nuages. J'ai très-souvent vu pendant mes courses sur mer, des terres à l'horizon, dont les parties les plus élevées, les pointes des montagnes, paroissoient au-dessus de bas nuages, et comme posant sur ces nuages; mais elles ne se miroient pas pour cela. Je dirai même que je n'avois jamais vu d'exemple de ce phénomène pendant onze ans et demie de voyages sur mer; et en effet, il semble qu'il soit plus particulier aux zones temperées qu'aux zones torrides; mais j'ai eu occasion de l'observer quelques fois de l'endroit où j'étois placé sur nos côtes pour mes observations sur les réfractions; les îles de Chausey, dont je n'étois qu'à trois lieues, m'en fournirent les premières observations. On est comme surpris lorsqu'on voit pour la première fois ce phénomène; car ces îles avoient disparu tout à fait, c'est-à-dire qu'elles m'offrirent un aspect tout différent de celui qu'elles présentent ordinairement. Je vis à la place comme des ruines d'une ancienne ville ou d'une ancienne colonnade, qui paroissoit au-dessus de l'horizon, et comme en l'air, sans distinguer ni voir de nuages quelconques. On me dit que je voyois Chausey qui *se miroit*, terme que je croyois inconnu dans ce pays-là. Une autre fois je vis Jersey se *mirer*, j'en étois à sept lieues, ses deux extrémités nord et sud, beaucoup plus basses que les terres du milieu, paroissoient comme les îles de Chausey, c'est-à-dire qu'on les eût prises pour des ruines d'édifices, élevées au-dessus de l'horizon, comme si elles fussent en l'air, sans cependant voir le moindre nuage. Les terres du milieu de l'île éprouvent bien moins cette espèce de métamorphose, par la raison qu'elles sont beaucoup plus élevées au-dessus de l'horizon sensible.

Mais ce que j'ai vu de plus singulier en ce genre, et qui semble analogue à mon observation du 25 juin sur le coucher du second bord du soleil, ce sont les côtes de Bretagne, que je distinguois assez bien lorsque le temps étoit beau, et que l'horizon n'étoit pas *gras*. J'étois à plus de douze à quinze lieues de ces côtes; un gros cap, qui est la pointe de Cancale, paroissoit, lorsqu'il se miroit, comme un petit nuage noirâtre, au travers d'une espèce de fumée ou de brume, dont l'horizon de la mer est couvert dans le plus beau temps et dans le calme. Dans la lunette de mon quart-de-cercle, je voyois alors ce nuage noirâtre sous une forme elliptique, et telle que l'on voit quelques fois Saturne avec une lunette. Ce cap restoit plus d'une demi-heure sous cette forme, diminuoit insensiblement, et à la longue il devenoit un point, puis disparoissoit tout à fait; mais pour cela la terre ou le cap ne reparoissoit pas: on n'en voyoit aucune trace. Je me suis rappelé que l'on trouve dans les volumes de l'Académie, en 1722, un phénomène qui me paroît tout à fait semblable à celui-ci, rapporté par M. Maraldi.

On voit, dit cet académicien, des côtes de Gênes et de Provence, les montagnes de l'île de Corse, qui paroissent quelques fois élevées au-dessus de l'horizon sensible, comme si elles sortoient de l'eau, et qui disparoissent en d'autres temps, par un temps également pur et serein, comme si elles s'étoient plongées dans la mer.

Il y a des saisons, continue M Maraldi, plus propres pour voir cette île des côtes de Gênes, qui sont le printems et l'automne. On la voit aussi quelques fois l'hiver, et les heures du jour qu'elle paroît, sont le matin au lever du soleil, et un peu avant, ou bien le soir avant son coucher. On la voit aussi quelquefois dans le même jour, le matin et le soir, et elle se perd entièrement de vue le reste de la journee.

Toutes ces apparences, ajoute M. Maraldi, se font sur les côtes de Gênes, pour un observateur qui est toujours dans

la même situation, et à la même hauteur, sur la surface de la mer.

Or, il me paroît certain qu'il arrive la même chose au soleil lorsqu'on le voit à l'horizon de la mer; et la preuve la plus évidente est l'observation que j'ai rapportée, que quand il est à moitié couché, il lui arrive ce que j'ai vu arriver aux deux pointes nord et sud de Jersey quand il se mire. Il paroît des deux côtés élevé au-dessus de l'eau, et ne tenant à l'horizon que par un point, savoir l'extrémité de son bord supérieur. Cela est encore évident par le phénomène des côtes de Bretagne, comparé à celui que m'offrit le second bord du soleil le 25 juin.

M. Maraldi attribue à la réfraction le phénomène des montagnes de Corse, vues des côtes de Gènes. Je pense aussi que c'est à une semblable réfraction qu'on doit également attribuer les phénomènes que j'ai décris dans ce Mémoire. J'ai observé fort exactement cette réfraction sur le soleil.



SUITE DE LA THÉORIE DES SATELLITES DE JUPITER.

PAR M. DE LA PLACE.

SECONDE PARTIE.

Théorie astronomique des Satellites de Jupiter.

J'ai donné dans le volume de l'Académie pour l'année 1788, une théorie des satellites de Jupiter. La longueur de cet ouvrage m'a obligé d'en renvoyer la suite à l'un des volumes suivans. Je l'avois communiquée à M. de Lambre, qui l'a prise pour base d'un immense travail sur les satellites de Jupiter, d'où sont résultées les nouvelles tables de ces astres, imprimées dans la dernière édition de l'Astronomie de M. de la Lande. M. de Lambre se proposoit de publier cette suite avec ses recherches qu'il vouloit perfectionner encore; mais ayant été chargé par l'Académie, de mesurer conjointement avec M. Mechain, l'arc du méridien terrestre, qui doit donner la mesure universelle, il ne pourra de long-temps s'occuper de la théorie des satellites. C'est ce qui me détermine à publier ici la suite de mon travail, en y substituant aux résultats numériques que j'avois trouvés, les résultats plus exacts que M. de Lambre a tirés de la discussion d'un très-grand nombre d'observations, et qu'il a bien voulu me

communiquer. Je conserverai toutes les dénominations et l'ordre des articles de mon premier Mémoire dont celui-ci est la suite.

XXIII.

Détermination des masses des satellites et de l'applatissement de Jupiter.

Pour déterminer ces inconnues, il faut cinq données de l'observation. Nous prendrons pour première donnée, l'inégalité principale du mouvement du premier satellite, inégalité que M. de Lambre a fixée à 3′ 39″ en temps. Pour la convertir en secondes de degré, il faut la multiplier par la circonférence entière, ou par 1296000″, et la diviser par la durée de la révolution synodique du satellite, durée que M. de Lambre a trouvée de 152915″,945195056. On aura ainsi 1856″,08. Cette inégalité, par l'art. XVIII, est égale à 7183″,05. m'; d'où l'on tire

$$m' = 0,258325.$$

Nous prendrons pour seconde donnée, l'inégalité principale du second satellite, que M. de Lambre a fixée à 15′ 15″, 3 en temps. Pour la réduire en secondes de degré, on la multipliera par 1296000″, et l'on divisera le produit, par la durée de la révolution synodique du second satellite, durée que M. de Lambre a trouvée de 307073″,7302548007. On aura ainsi, 3863″,0; mais par l'art. XVIII, cette quantité est égale à 2279″,40. m + 3979″,83. m'', en réunissant, comme nous l'avons fait dans l'art. V, les deux termes de $\delta v'$, qui dépendent des angles $nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'$, et $2n't - 2n''t + 2\varepsilon' - 2\varepsilon''$; on aura donc

$$2279'',40.\ m + 3979'',83.\ m'' = 3863'',0.$$

ce qui donne

$$m = 1,694745 - 1,745999.\ m''$$

La troisième donnée dont nous ferons usage, est le mouvement annuel et sydéral de l'abside du quatrième satellite, mouvement que les observations ont donné à M. de Lambre, de 2540″, 35. Nous supposerons donc $f = 2540'', 35$ dans la dernière des équations (Q) de l'article XIX, qui devient ainsi :

$$o = 2224'',71 - 1377'',82.\mu - 117'',55.m - 348'',89.m' - 1458'',02.m''$$
$$+ 32,70.m.\frac{h}{h'''} + 152'',87.m'.\frac{h'}{h'''} + 975'',87.m''.\frac{h''}{h'''}; \quad (a).$$

Pour réduire cette équation, à ne renfermer que les indéterminées μ, m, m''', il faut en éliminer les fractions $\frac{h}{h'''}$, $\frac{h'}{h'''}$, et $\frac{h''}{h'''}$. La comparaison d'un grand nombre d'éclipses du troisième satellite avec la théorie, m'a fait voir que son mouvement renferme deux équations du centre, très-distinctes, dont l'une se rapporte à l'abside du quatrième satellite. M. de Lambre a fixé cette équation à 309″, 1, et il a trouvé l'équation du centre du quatrième satellite, égale à 3065″, 2 ; on a ainsi

$$\frac{h''}{h'''} = \frac{309'',1}{3065'',2} = 0,1009075.$$

On déterminera $\frac{h}{h'''}$, et $\frac{h'}{h'''}$, au moyen des deux premières des équations (Q) de l'art. XIX ; mais il faut pour cela, connoître d'une manière approchée, les valeurs de μ, m, m'', et m'''. Or on a, à très-peu près, comme on le verra bientôt,

$$\mu = 0,692967;$$
$$m = 0,184130;$$
$$m'' = 0,865188;$$
$$m''' = 0,560989.$$

Ces valeurs ont une exactitude plus que suffisante pour la détermination des fractions $\frac{h}{h'''}$ et $\frac{h'}{h'''}$, qui n'ont qu'une

très-petite influence sur les résultats suivans. La première et la seconde des équations (Q) donnent à fort-peu-près, en y substituant au lieu de f, μ, m, m'', m''', et $\frac{h''}{h'''}$ leurs valeurs précédentes.

$$\frac{h}{h'''} = 0,0030527 ; \frac{h'}{h'''} = 0,021380.$$

En subtituant ces valeurs, ainsi que celles de m' et de $\frac{h''}{h'''}$, dans l'équation (a), elle deviendra,

$$0 = 1936'',37 - 1377'',82.\mu - 117'',45.m - 1134'',50.m''.$$

En substituant ensuite pour m, sa valeur trouvée ci-dessus, en m'', on aura

$$m'' = 1,706793 - 1,214473.\mu.$$

Cette valeur, substituée dans l'expression de m en m'', donne

$$m = - 1,285334 + 2,120469.\mu.$$

La troisième des équations (Q) de l'art. XIX nous fournira une quatrième équation, pour déterminer les inconnues μ, m, m'', et m'''. En la divisant par h''', et en y substituant au lieu de m', $\frac{h}{h'''}$, $\frac{h'}{h'''}$, et $\frac{h''}{h'''}$, leurs valeurs précédentes, on aura

$$0 = 122'',93 - 1003'',29.\mu - 127'',85.m - 23'',24.m'' + 1101'',87.m'''.$$

Au lieu de m et de m'', mettons leurs valeurs en μ, nous aurons

$$0 = 247'',59 - 1246'',17.\mu + 1101,78.m''' ;$$

d'où l'on tire

$$m''' = - 0,224718 2 + 1,131052.\mu.$$

L'exactitude de cette équation dépend de la valeur de $2h''$,

[illegible]

c'est-à-dire, de l'équation du centre du troisième satellite, qui se rapporte à l'abside du quatrième; c'est la quatrième donnée que nous empruntons des observations qui la fixent avec assez de précision, pour qu'on puisse l'employer avec avantage, dans la recherche des masses des satellites.

Enfin, nous prendrons pour cinquième donnée de l'observation, le mouvement annuel et sydéral du nœud de l'orbite du second satellite, sur le plan de l'équateur de Jupiter, [illegible] serons ainsi dans la seconde des équations (M') de l'art. XXI: $q = 43250''$, et elle deviendra

$$0 = 43182'',84 - 50971'',27.\mu - 10221'',52.m \; (b)$$
$$- 6337'',75.m'' - 584'',40.m''' + 10221'',52.m.\frac{l}{l'}$$
$$+ 6337'',75.m''\frac{l''}{l'} + 584'',40.m'''.\frac{l'''}{l'}.$$

Pour faire usage de cette équation, il faut connoître d'une manière approchée, les fractions $\frac{l}{l'}$, $\frac{l''}{l'}$, et $\frac{l'''}{l'}$; or, si dans la première, la troisième et la quatrième des équations (M') de l'art. XXI, on substitue pour q, μ, m, m', m'' et m''', leurs valeurs précédentes approchées, on aura, en divisant par l', trois équations du premier degré entre les quantités $\frac{l}{l'}$, $\frac{l''}{l'}$, $\frac{l'''}{l'}$; et en les résolvant, on trouvera, avec une exactitude suffisante

$$\frac{l}{l'} = 0,023183; \; \frac{l''}{l'} = -0,038600; \; \frac{l'''}{l'} = -0,0010488.$$

L'équation (b) devient, au moyen de ces valeurs,

$$0 = 43182'',84 - 50771'',27.\mu - 9984'',55.m - 6581'',59.m''$$
$$- 585'',01.m'''$$

En substituant pour m, m'' et m''', leurs valeurs en μ, on aura

$$0 = 44912'',69 - 64810'',75.\mu.$$

ce qui donne $\mu = 0,692982$, et par conséquent

$$m = 0,184113;\ m'' = 0,865185;\ m''' = 0,1590808.$$

On peut, avec ces valeurs, recommencer tous les calculs que nous venons de faire, et en tirer des valeurs encore plus approchées de ces inconnues; mais le peu de différence d'avec celles que nous avons supposées, rend ce calcul parfaitement inutile.

Les données les plus précises pour connoître les quantités précédentes, seront les mouvemens des nœuds et des absides des orbites des satellites, quand la suite des siècles les aura fait connoître avec exactitude. M. Maraldi avoit trouvé, par la comparaison des éclipses du troisième satellite, que l'inclinaison de son orbite est assujettie à une variation dont la période est de 132 ans; M. de Lambre a trouvé cette période d'environ 139 ans. En adoptant les valeurs précédentes des masses, on trouve cette même période de 134 ans; le milieu entre les résultats de MM. Maraldi et de Lambre nous auroit donc conduit à peu-près aux mêmes valeurs que nous venons d'obtenir pour μ, m, m'' et m'''; mais l'équation du centre que le troisième satellite emprunte du quatrième, paroît être jusqu'ici une donnée de l'observation, plus précise que la période des variations de l'inclinaison de son orbite.

La quantité μ détermine l'applatissement de Jupiter; pour cela nous observerons que l'on a par l'art. XIX

$$\rho - \tfrac{1}{2}\phi = \text{[illegible]}.$$

En substituant pour μ, sa valeur précédente, on aura

$$\rho - \tfrac{1}{2}\phi = 0,0217794.$$

Pour déterminer ϕ, soit t, le temps de la rotation de Jupiter, T celui de la révolution périodique du quatrième satellite on aura à très-peu-près,

$$\phi = \frac{T^2}{a'''^3 \cdot t^2}.$$

On a par l'art. XVII

$$a''' = 25,436,$$

et par les nouvelles déterminations de M. de Lambre, $T = 1441931''$. La rotation de Jupiter est, suivant M. de Cassini, de $9^h\,56' = 35760''$; partant

$$\phi = 0,098797,$$

ce qui donne

$$\rho = 0,0711779 4.$$

Le rapport des axes de Jupiter est par l'art. III. égal à [illegible], et par conséquent il est égal à 0,9305 = [illegible] à-peu-près. Ce rapport a été mesuré avec beaucoup de soin, en différens temps; le milieu entre les diverses mesures est $\frac{13}{14}$, ou 0,929, ce qui ne diffère du résultat précédent, que d'une quantité insensible; mais si l'on considère l'influence de la valeur de μ, sur les mouvemens des nœuds et des absides des orbites des satellites, on voit que le rapport des axes de Jupiter est donné, par les observations des éclipses, avec plus d'exactitude que par les mesures les plus précises. L'accord de ces mesures avec le résultat de la théorie, nous montre d'une manière sensible, que la pesanteur vers Jupiter se compose de toutes les pesanteurs vers chacune de ses molécules, puisque les variations dans la force attractive de Jupiter, qui résultent de cette supposition, et de l'applatissement observé de Jupiter, représentent exactement les mouvemens des nœuds et des absides des satellites.

Rassemblons maintenant, les résultats que nous venons de trouver. Si l'on divise les valeurs de m, m', m'', m''', par 10000, on aura par l'art. XVIII, les rapports des masses des satellites à celle de Jupiter, et ces rapports seront:

I. satellite, 0,0000184113
II. sat. 0,0000258325
III. sat. 0,0000865185
IV. sat. 0,0000559808;

et le rapport des axes de Jupiter est celui de [illegible] à 70.

Après avoir ainsi déterminé l'applatissement de Jupiter et les masses de ses satellites, nous allons reprendre l'évaluation en nombres, de leurs inégalités séculaires et périodiques.

[illegible]

Des excentricités et des absides des satellites.

Les excentricités des orbites des satellites et les mouvemens de leurs absides, dépendent de la résolution des équations (Q) de l'article XIX. si l'on y substitue pour μ, m, m', m'' et m''', leurs valeurs précédentes, elles deviennent,

$$0 = h.\left\{f - 18[illegible]95'',9 - \frac{[illegible]}{\left(1 - \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\} [illegible]\, h'.\left\{2468'',2 - \frac{[illegible]}{[illegible]}\right\}$$

$$+ h''.\left\{705'',56 + \frac{[illegible]}{\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\} + 55'',655.h''';$$

$$0 = h'.\left\{f - 45089'',40 - \frac{[illegible]}{\left(1 - \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\} [illegible]$$

$$+ h''.\left\{[illegible] + \frac{[illegible]}{\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\} + 145'',16.h''' \quad ;(Q)$$

$$0 = h''.\left\{f - [illegible]'',7 - \frac{[illegible]}{\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\}$$

$$+ h.\left\{[illegible]'',91 + \frac{[illegible]}{\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)}\right\}$$

$$+ h'. \left\{958'',56 + \frac{[illegible]}{\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)^2}\right\} + 725'',57. h'''$$

$$o = h'''. \{f - 2626'',4\} + 6'',0205. h + 5[illegible]''.40. h' + 844'',51. h''.$$

Ces équations donnent une équation finale en f, d'un degré fort élevé; à chacune des valeurs de f, répond un système des constantes h, h', h'', h''', dans lequel trois de ces constantes sont données au moyen de la quatrième qui reste arbitraire; ainsi, comme il ne peut y avoir que quatre arbitraires, par la nature du problème, l'équation en f, n'a que quatre racines utiles. La grande influence de l'applatissement de Jupiter sur les mouvemens des absides des satellites, rend les valeurs de f, peu différentes de celles qui auroient lieu par le seul effet de cet applatissement; on aura ainsi une première approximation de ces valeurs, en égalant à zéro, les premiers termes des seconds membres de chacune des équations (Q'). Cette considération facilite extrêmement la détermination des valeurs de f, que l'on peut avoir par une approximation très-rapide, de cette manière.

On observera d'abord que la première des valeurs de f, dans l'ordre des grandeurs, est peu différente de 200000''; on supposera donc $f = 200000''$, dans les trois dernières des équations (Q'), divisées par h, pour en tirer les valeurs des fractions $\frac{h'}{h}$, $\frac{h''}{h}$, $\frac{h'''}{h}$. On substituera ensuite ces valeurs, dans la première des équations (Q'), et l'on mettra pour f, 200000'', dans le diviseur $\left(1 + \frac{f}{[illegible]}\right)^2$; on aura ainsi, une valeur de f, plus exacte que la valeur supposée. On fera de cette nouvelle valeur, le même usage que de la précédente, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on trouve deux valeurs consécutives qui soient à très-peu-près les mêmes.

[illegible]

[illegible] certain que les équations (Q') sont satisfaites. On [illegible] ainsi après trois essais,

$$f = 200826'',$$
$$h' = 0{,}0164552 . h,$$
$$h'' = -\ 0{,}033888 . h,$$
$$h''' = -\ 0{,}000017088 . h.$$

Les valeurs de h', h'', h''', relatives à cette valeur de f, étant plus petites que h; on peut considérer h, comme l'excentricité propre au premier satellite, dont l'abside a un mouvement annuel et sydéral de 200826''.

La seconde valeur de f, est d'environ 60000''. Pour l'avoir exactement, on supposera $f = 60000''$, dans la première, la troisième et la quatrième des équations (Q'), et l'on en tirera les valeurs des fractions $\frac{h}{h'}$, $\frac{h''}{h'}$, $\frac{h'''}{h'}$. On substituera ensuite ces valeurs dans la-seconde des équations (Q') divisée par h', et l'on fera $f = 60000''$, dans le diviseur $\left(1 + \frac{f}{977224}\right)$; on aura ainsi une valeur plus approchée de f, avec laquelle on recommencera l'opération, jusqu'à ce que l'on trouve deux fois de suite, la même valeur de f; on trouvera ainsi,

$$f = 58067'',52$$
$$h = -\ 0{,}042356 . h',$$
$$h'' = -\ 0{,}048858 . h',$$
$$h''' = 0{,}00007773 . h'.$$

Les valeurs de h, h'', h''' étant plus petites que h', on peut considérer h' comme l'excentricité propre au second satellite, dont l'abside a un mouvement annuel et sydéral de 58067'',52.

On voit par le premier terme de la troisième des équations (Q'), que la troisième valeur de f, est d'environ 10000''. On portera cette valeur, dans la première, la seconde, et la quatrième des équations (Q'); et l'on en tirera

les valeurs des fractions $\frac{h}{h''}$, $\frac{h'}{h''}$, $\frac{h'''}{h''}$. On substituera ensuite ces valeurs dans la troisième des équations (Q′) divisée par h″, et l'on fera $f = 10000''$, dans le diviseur $\left(1 + \frac{f}{9\cdot 2\cdot 5\cdot 5''}\right)^2$; on aura ainsi une valeur plus approchée de f, avec laquelle on recommencera le calcul, jusqu'à ce que l'on trouve deux fois de suite la même valeur; on trouvera ainsi,

$$f = [illegible]$$
$$h = -0,00083427 . h'',$$
$$h' = [illegible] . h'',$$
$$h''' = -0,118663 . h''.$$

Les valeurs de h, h', h''', étant plus petites que celle de h'', on peut considérer h'' comme l'excentricité propre au troisième satellite, dont l'abside a un mouvement annuel et sydéral de 9812″,94.

Enfin, la quatrième valeur de f est celle que les observations donnent pour le mouvement de l'abside, et qui, comme on l'a vu dans l'article précédent, est de 2540″,35. On a dans ce cas,

$$f = 2540'',35.$$
$$h = 0,0030327 . h''',$$
$$h' = 0,021380 . h''',$$
$$h'' = 0,1009075 . h'''.$$

Les valeurs de h, h', h'', étant plus petites que h''', on peut considérer h''', comme l'excentricité propre du quatrième satellite, dont l'abside a un mouvement annuel et sydéral de 2540″,35.

On voit par là que chaque satellite a une excentricité qui lui est propre. Cette circonstance qui n'a pas lieu dans la théorie des planètes, est due à l'applatissement de Jupiter,

dont l'effet sur le mouvement des absides des sat[illegible] très-grand.

Il ne s'agit plus maintenant, que de connoître les excentricités propres à chaque satellite, et les positions de leurs absides à une époque donnée. Nous dirons, en parlant de la théorie de chaque satellite, ce que les observations ont appris sur cet objet.

XXV.

Des inclinaisons et des nœuds des orbites des satellites.

L'inclinaison et le mouvement des nœuds des orbites des satellites, dépendent de la résolution des équations (L′) et (M′) de l'art. XXI. En substituant dans les équations (L′), les valeurs précédentes de μ, m, m', m'' et m''', ces équations deviennent

$$0 = 18495'',91.\,\nu - 3330'',84.\,\nu' - 1458'',05.\,\nu'' - 138'',86.\,\nu''' - 33'',46.$$

$$0 = 43081'',30.\,\nu' - 18881'',91.\,\nu - 5485'',30.\,\nu'' - 526'',73.\,\nu''' - 67'',16.$$

$$0 = 9582'',69.\,\nu'' - 194'',74.\,\nu - 1296'',30.\,\nu' - 1066'',25.\,\nu''' - 133'',31.$$

$$0 = 2626'',31.\,\nu''' - 21'',64.\,\nu - 90'',13.\,\nu' - 1244'',10.\,\nu'' - 315'',64.$$

En résolvant ces équations, on trouve

$$\nu = 0{,}0003334$$

$$\nu' = 0{,}0064232$$

$$\nu'' = 0{,}029480$$

$$\nu''' = 0{,}137412.$$

Ces valeurs de ν, ν', ν'', et ν''' déterminent la partie de la latitude des satellites, qui dépend de l'inclinaison de l'équateur

l'équateur de Jupiter sur son orbite, et qui par l'art. X. est pour les différens satellites.

I.ᵉʳ satellite.	$(1 - \nu) . \psi . \sin.(nt + \varepsilon - I)$
II. sat.	$(1 - \nu') . \psi . \sin.(n't + \varepsilon' - I)$
III. sat.	$(1 - \nu'') . \psi . \sin.(n''t + \varepsilon'' - I)$
VI. sat.	$(1 - \nu'''') . \psi . \sin.(n'''t + \varepsilon''' - I)$.

L'inclinaison ψ de l'équateur de Jupiter sur son orbite, et la longitude I de son nœud ascendant, doivent être déterminées par les observations, pour une époque donnée. M. de Lambre a trouvé que l'on avoit à très-peu près, au commencement de 1700

$$\psi = 3^{\circ}\ 6'\ 0''$$

$I = 10$ [illegible] 13 [illegible] $4'\ 0''$.

Ces valeurs de ψ et de I sont variables, et si la caractéristique d désigne des variations annuelles, on a par l'art. X.

$$d\psi = - d\psi' . \cos.(I' - I) + \psi'\, dI' . \sin.(I' - I)$$

$$dI = - \mathfrak{c} - \frac{d\psi'}{\psi} . \sin.(I' - I) - \frac{\psi'}{\psi}\, dI' . \cos.(I' - I);$$

ψ' et I' étant l'inclinaison et la longitude du nœud de l'orbite de Jupiter sur un plan fixe. Si l'on prend pour ce plan, celui de l'écliptique en 1700, on avoit à cette époque,

$$\psi' = 1^{\circ}\ 19'\ 10''$$

$$I' = 3^{s}\ 7^{\circ}\ 54'\ 10''$$

$$d\psi' = - 0'',0784$$

$$dI' = 6'',502;$$

d'où l'on tire

$$d\psi = 0'',0229.$$

dI [illegible].

Nous avons donné l'expression de ϵ à la fin de l'art. X. Si l'on y substitue pour $\rho - \frac{1}{2}\phi$, m, m', m'', m''', ν, ν', ν'', ν''', leurs valeurs trouvées précédemment, on aura

$$\epsilon = 0'', 405. \frac{\int \Pi . R^4 . \partial R}{\int \Pi . R^2 . \partial R}.$$

La loi de la densité des couches du sphéroïde de Jupiter étant inconnue, la valeur de la fraction $\frac{\int \Pi . R^4 . \partial R}{\int \Pi . R^2 . \partial R}$ est pareillement inconnue. Dans le cas où cette planète seroit homogène, cette valeur seroit égale à $\frac{5}{3}$; mais l'applatissement de Jupiter étant moindre que dans cette hypothèse, les densités Π doivent diminuer du centre à la surface, ce qu'il est d'ailleurs très naturel d'admettre; alors, on a

$$\frac{\int \Pi . R^4 . \partial R}{\int \Pi . R^2 . \partial R} > \frac{5}{3}.$$

Les phénomènes de la précession des équinoxes combinés avec ceux des marées, donnent pour la terre, cette fraction à-peu-près égale à 2. Sa valeur doit peu s'éloigner du même nombre pour Jupiter. En l'adoptant, on a $dI = 2''$. Nous aurons égard à cette variation; quant à la variation de ψ', qui n'est que de $2''$ en 100 ans, nous la négligerons.

Les équations (M') de l'art. XXI, deviennent, en y substituant au lieu de μ, m, m', m'' et m''', leurs valeurs précédentes.

$$\left.\begin{array}{l}
0 = l.(q - 18[illegible]4'') + 3330'', 84. l' \\
\qquad + 1458'', 05. l'' + 158'', 86. l''' \\
0 = l'.(q - 43081'') + 1881'', 91. l \\
\qquad + 5483'', 30. l'' + 326'', 73. l''' \\
0 = l''.(q - 9583'') + 194'', 74. l \\
\qquad + 1296'', 30. l' + 1066'', 25. l''' \\
0 = l'''.(q - 2626'') + 21'', 64. l \\
\qquad + 90'', 13. l' + 1244'', 10. l''.
\end{array}\right\} ; (M'')$$

Ces quatre équations donnent une équation en q, du quatrième degré. Pour en déterminer les racines, on fera usage de la même méthode que nous avons employée dans l'article précédent, pour avoir les valeurs de f. On observera ainsi que la plus grande des valeurs de q est d'environ 185000″. On supposera à q, cette valeur, dans les trois dernières équations (M″), et l'on en tirera les valeurs des fractions $\frac{l'}{l}$, $\frac{l''}{l}$, $\frac{l'''}{l}$. On substituera ces valeurs dans la première des équations (M″) divisée par l, et l'on aura une nouvelle valeur de q. On fera de cette valeur, le même usage que de la première, et en continuant ainsi, on trouvera fort exactement la valeur de q. On a de cette manière,

$$q = 184539'',7$$
$$l' = -\ 0,0132641.\ l$$
$$l'' = -\ 0,00101416.\ l$$
$$l''' = -\ 0,000105452.\ l.$$

Les valeurs de l', l'', l''' étant ici moindres que l, on peut considérer cette quantité, comme exprimant l'inclinaison propre de l'orbite du premier satellite sur un plan qui passant constamment par les nœuds de l'équateur de Jupiter, entre l'équateur et l'orbite de cette planète, est incliné de l'angle $\nu\psi$, à l'équateur. Si l'on substitue pour ν et ψ leurs valeurs précédentes, on trouvera cette inclinaison de 7″,1. q exprime alors le mouvement annuel et rétrograde des nœuds de l'orbite sur ce plan, mouvement qui, par conséquent, est de 184539″,7.

La seconde valeur de q est, suivant les observations, de 43250″, et nous avons trouvé ci-dessus que l'on a

$$q = 43250''$$
$$l = 0,023183.\ l'$$
$$l'' = -\ 0,038600.\ l'$$
$$l''' = -\ 0,0010488.\ l'$$

Ici, les valeurs de l, l'', l''' sont moindres que l'. Cette quantité peut donc être considérée comme exprimant l'inclinaison propre de l'orbite du second satellite sur un plan qui passant constamment par les nœuds de l'équateur de Jupiter, entre l'équateur et l'orbite de cette planète, est incliné de l'angle v' ♃, à l'équateur. En substituant pour v' et ♃ leurs valeurs précédentes, on trouve cette inclinaison de 1′ 11″, 7. Le mouvement annuel et rétrograde des nœuds de l'orbite du second satellite sur ce plan, est de 43250″.

La troisième valeur de q, est d'environ 9583″. On fera donc $q = 9583''$ dans la première, la seconde et la quatrième des équations (M''); et l'on en tirera les valeurs des fractions $\frac{l}{l''}$, $\frac{l'}{l''}$, $\frac{l'''}{l''}$. En substituant ensuite ces valeurs dans la troisième de ces équations (M'') divisée par l'', on aura une nouvelle valeur de q, avec laquelle on recommencera l'opération; on trouvera ainsi

$$q = 9563'',7$$
$$l = 0{,}01128406.\ l''$$
$$l' = 0{,}1624575.\ l''$$
$$l''' = -\ 0{,}1814942.\ l''.$$

Les valeurs de l, l', l''' étant ici moindres que l'', cette quantité peut être considérée comme exprimant l'inclinaison propre de l'orbite du troisième satellite, sur un plan qui passant constamment par les nœuds de l'équateur de Jupiter, entre l'équateur et l'orbite de cette planète, est incliné de l'angle v'' ♃, à l'équateur. En substituant pour v'' et ♃, leurs valeurs précédentes, on trouve cette inclinaison de 5′ 54″, 6. Le mouvement annuel et rétrograde des nœuds de l'orbite du troisième satellite sur ce plan, est de 9563″, 7.

Enfin, la quatrième valeur de q est d'environ 2380″. Pour l'avoir exactement, on fera $q = 2380''$, dans les trois

premières équations (M''), et l'on en tirera les valeurs de $\frac{l}{l'''}, \frac{l}{l'''}, \frac{l'}{l'''}$. En substituant ces valeurs dans la quatrième des équations (M''), divisée par l'', on aura une valeur plus approchée de q, avec laquelle on recommencera l'opération; on trouvera ainsi,

$$q = 2431'',3$$
$$l = 0,00252952 . l'''$$
$$l' = 0,02898302 . l'''$$
$$l'' = 0,1544097 . l'''.$$

Les valeurs de l, l', l'', sont ici moindres que l'''; cette quantité peut donc être considérée comme exprimant l'inclinaison propre de l'orbite du quatrième satellite, sur un plan qui passant constamment par les nœuds de l'équateur de Jupiter, entre l'équateur et l'orbite de cette planète, est incliné de l'angle $\text{v}''' \psi$ à l'équateur. En substituant pour v''' et ψ leurs valeurs précédentes, on trouve cette inclinaison de 25' 2'',3. Le mouvement annuel et rétrograde des nœuds de l'orbite du quatrième satellite sur ce plan, est de 2431'',3.

On voit par-là que l'orbite de chaque satellite a une inclinaison qui lui est propre; circonstance qui est due à l'applatissement de Jupiter, dont l'influence sur le mouvement des nœuds des orbites des satellites, est très considérable.

Il reste maintenant à connoître les inclinaisons propres à chaque orbite, et les positions des nœuds. Nous verrons bientôt ce que les observations ont appris sur cet objet.

XXVI.

De la libration des trois premiers satellites.

Nous avons vu dans l'art. XIV, que les trois premiers satellites de Jupiter sont assujettis à une inégalité particu-

liers que nous avons désignée sous le nom de *libration*, et dont nous avons donné l'expression analytique. Pour l'évaluer en nombres, nous observerons que l'on a par l'art. XIX.

$$F' = 1{,}466091\,;$$

$$G = -\ 0{,}855700.$$

L'expression de k de l'art. XIII. devient ainsi

$$k = 499{,}3501.\left\{\frac{a}{a'}.\,m'.\,m'' + \frac{9}{4}.\,m.\,m'' + \frac{a''}{4a'}\,m.\,m'\right\}$$

la valeur de k est donc positive, comme nous l'avons annoncé dans l'art. XIV. Si l'on y substitue au lieu des masses m, m', m'', leurs rapports à celle de Jupiter, trouvés dans l'art. XXIII, on aura

$$k = 0{,}0000025857718.$$

Nous avons observé dans l'art. XIV, que l'angle désigné par ϖ dans cet article, employeroit à parvenir de zéro jusqu'à 90°, un temps moindre que $\frac{90°}{n'.\sqrt{2k}}$; or, si l'on nomme T, la durée de la révolution du second satellite, on a $n'T = 360°$, ce qui donne

$$\frac{90°}{n'\sqrt{2k}} = \frac{T}{4\sqrt{2k}}.$$

En substituant pour T et k, leurs valeurs, on aura

$$\frac{T}{4\sqrt{2k}} = 390^{\text{jours}},79\,,$$

ainsi le temps que l'angle ϖ employeroit à parvenir de zéro, à 90°, est au-dessous de 390 jours.

Les expressions de δv, $\delta v'$, $\delta v''$ dépendantes de la libration, et que nous avons trouvées dans l'article cité, deviennent

en y substituant pour m, m', m'', leurs valeurs précédentes.

$$\delta v = \text{P}.\sin.(n't.\sqrt{k} + \text{A})$$

$$\delta v' = - 0,85059.\ \text{P}.\sin.(n't.\sqrt{k} + \text{A})$$

$$\delta v'' = 0,06752.\ \text{P}.\sin.(n't.\sqrt{k} + \text{A}),$$

les arbitraires P et A doivent être déterminées par les observations. La durée de la période de cette inégalité est $\frac{2\pi}{n'\sqrt{k}}$ ou $\frac{\text{T}}{\sqrt{k}}$, T étant la durée de la révolution périodique du second satellite. Cette durée est donc de 2208^{jours}, 4, c'est-à-dire d'un peu plus de six ans.

Après avoir considéré l'ensemble du système des satellites, nous allons développer la théorie particulière de chacun d'eux, en commençant par le quatrième.

XXVII.

Théorie du quatrième satellite.

M. de Lambre a trouvé par la comparaison de toutes les éclipses observées de ce satellite, que son mouvement séculaire est de 2188 circonférences, $6^{\text{signes}}24^{\circ}\ 42'\ 20''$, 88, et que sa longitude moyenne, au commencement de 1700, étoit de $7^{\text{signes}}\ 17^{\circ}\ 50'\ 20''$, 6. Soit θ''', la longitude moyenne du 4^{ieme} satellite calculée sur ces données. M. de Lambre a trouvé pareillement, comme nous l'avons dit, que le plus grand terme de l'équation du centre de ce satellite est de $5013''$, 2; des recherches nouvelles lui ont fait ajouter $18''$, 8 à cette équation. Il a trouvé encore que le mouvement annuel de son aphélie est de $2540''$, 55 par rapport aux fixes, ou de $2590''$, 6 par rapport aux équinoxes, et que la longitude de l'abside étoit en 1700, de $10^{s}\ 25^{\circ}\ 19'\ 17''$. Soit donc

$$\varpi''' = 10^{s}\ 25^{\circ}\ 19'\ 17'' + i.\ 2590'',6,$$

i étant le nombre des années juliennes écoulées depuis le commencement de 1700. La partie elliptique de la longitude du quatrième satellite sera

$$\theta''' - 5082'',0.\sin.(\theta''' - \varpi''') + 14'',2.\sin.2(\theta''' - \varpi''')$$

Le quatrième satellite participe un peu à l'équation du centre du troisième satellite. M. de Lambre a trouvé cette équation égale à 555″,8, et l'abside correspondante, dans 11ˢ 24° 42′ en 1700. Soit donc

$$\varpi'' = 11^s\,24^\circ\,42' + i.\,9863'',19.$$

9863″,19 étant le mouvement annuel de l'abside du troisième satellite, par rapport aux équinoxes; l'équation propre du centre de ce satellite sera $-555'',8.\sin.(\theta'' - \varpi'')$, θ'' étant la longitude moyenne du troisième satellite. On a par l'article XXIV.

$$h''' = -0,118663.\,h'' = -0,118663.\tfrac{1}{2}.555'',8;$$

d'où il suit que l'équation du centre du quatrième satellite, relative à l'abside du troisième, est $+65'',95.\sin.(\theta''' - \varpi'')$.

Si l'on désigne par Π, la longitude moyenne de Jupiter, rapportée à l'équinoxe mobile, on aura par l'article XX, $+4'',2.\sin.2.(\theta''' - \Pi)$. On a encore, par le même article, l'inégalité

$$-0,017334.\,h'''.\sin.(\theta''' + \varpi''' - 2\Pi).$$

J'observerai ici qu'ayant revu l'analyse de l'art. IX, dans lequel j'ai donné l'expression analytique de cette inégalité, j'ai reconnu qu'elle doit être diminuée dans le rapport de 5 à 6; ensorte que son coëfficient, au lieu d'être $\frac{-9Mh''}{n.(2M+N-n-f)}$ est égal à $\frac{-15Mh}{2n(2M+N-n-f)}$. Il faut ainsi diminuer dans le rapport de 5 à 6, les coëfficiens numériques de cette inégalité, donnés dans l'article XX. On peut facilement s'en assurer en suivant cette analyse. Cela posé, en substituant pour h''' sa valeur $\tfrac{1}{2}.\,5082$, cette inégalité devient

$$-22'',259.\sin.(\theta''' + \varpi''' - 2\Pi).$$

En

En désignant par V l'anomalie moyenne de Jupiter, on a par l'article XX, l'inégalité $+ 114'',6. \sin. V$. Enfin l'expression de $\delta v'''$ de l'art. XVIII, devient, en y substituant pour m'' sa valeur trouvée précédemment

$$\delta v''' = - 8'',976. \sin.(\theta'' - \theta''') - 4'',473. \sin.2.(\theta'' - \theta''') - 0'',933. \sin.3.(\theta'' - \theta''').$$

En réunissant toutes ces inégalités, on aura pour la longitude v''' du 4^{ieme} satellite, comptée sur son orbite,

$$v''' = \theta''' - 3082'',0. \sin.(\theta''' - \varpi''') + 14'',2. \sin.2.(\theta''' - \varpi''') + 66'',0. \sin.(\theta''' - \varpi'') + 4'',2. \sin.2(\theta''' - \Pi) - 22'',3. \sin.(\theta''' + \varpi''' - 2\Pi) + 114'',6. \sin. V - 9'',0. \sin.(\theta'' - \theta''') - 4'',5, \sin.2.(\theta'' - \theta''') - 0'',9. \sin.3.(\theta'' - \theta''')$$

Considérons maintenant le mouvement du satellite en latitude. Ce mouvement dépend de l'inclinaison de l'équateur de Jupiter sur son orbite et de la longitude de son nœud ascendant, à une époque donnée. M. de Lambre a trouvé, par la comparaison des éclipses du troisième et du quatrième satellites, qu'au commencement de 1700, l'inclinaison de l'équateur de Jupiter sur son orbite étoit de 3° 6', et que la longitude I de son nœud ascendant étoit de $10^s\ 13°\ 4'$. On a vu dans l'article XXV, que la valeur de ψ peut être supposée constante durant deux ou trois siècles, et que la variation annuelle de I est d'environ 2''. La partie $(1 - \nu''')$. $\psi. \sin.(n''' t + \varepsilon''' - I)$ de l'expression de la latitude, qui résulte de l'art. XXI. devient ainsi, en substituant pour ν''', sa valeur trouvée dans l'art. XXV.

$$2° 40' 58''. \sin.(n''' t + \varepsilon''' - 10^s\ 13°\ 4' - 2''. i).$$

Il est plus exact de substituer dans ce terme, la longitude vraie v''' du satellite, au lieu de la longitude moyenne; mais comme v''' se rapporte à l'équinoxe mobile, tandis que $n''' t + \varepsilon'''$ se rapporte à l'équinoxe fixe, il faut, au lieu de $n''' t + \varepsilon'''$, substituer $\varepsilon''' - i. 50'',25$, i étant, comme ci-dessus, le nombre des années juliennes écoulées depuis 1700. Le terme précédent deviendra ainsi, en augmentant de $12^{s}\,8^{mes}$, l'angle sous le signe sin.

$$2^{\circ}\,40'\,58''.\ \sin.(v''' + 46^{\circ}\,56' - i.\ 52'',25).$$

Le terme $l'''.\ \sin.(n''' t + \varepsilon''' + q i - A)$, qui par l'art. X entre dans l'expression de la latitude du quatrième satellite, devient, en y substituant pour q, la quatrième des valeurs de q que nous avons trouvée dans l'art. XXV, et pour $n''' t + \varepsilon'''$ l'angle $v''' - i.\ 50'',25$

$$l''' \sin.\ (v''' + i.\ 2581'',05 - A).$$

M. de Lambre a trouvé par la comparaison des observations;

$$l''' = -\ 14'\,58'';\ A = -\ 41^{\circ}\,50';$$

ce qui réduit le terme précédent à celui-ci,

$$-\ 14'\,58''.\ \sin.\ (v''' + 41^{\circ}\,50' + i.\ 2581'',05).$$

En faisant usage de la troisième des valeurs q de l'article XXV, le terme $l'''.\ \sin.(n''' t + \varepsilon''' + q i - A)$ devient $l''.\ \sin.(v''' + i.\ 9513'',45 - A)$. On a de plus, par l'article XXV, $l''' = -\ 0,1814942.\ l''$;

la comparaison des éclipses du troisième satellite a donné à M. de Lambre

$$l'' = -\ 12'\,7'';\ A = -\ 56^{\circ}\,44';$$

le terme précédent devient ainsi,

$$2'\,11''.95.\ \sin.\ (v''' + 56^{\circ}\,44' + i.\ 9513'',45).$$

En vertu de la seconde valeur de q, le terme

$l'''.\sin.(n'''t+\varepsilon'''+qi-A)$ devient $l'''.\sin.(v'''+i.43199''.75-A)$; et l'on a $l'''=-0,0010488.\,l'$; les éclipses du second satellite donnent $l'=-28'\,0''$; d'où l'on tire $l'''=1'',7$. On peut donc négliger cette inégalité de la latitude du 4me satellite, et l'on peut négliger à plus forte raison, l'inégalité relative à la première valeur de q.

Il nous reste à considérer l'inégalité

$$-0,0014445.(L'-l''').\sin.(n'''t+\varepsilon-2Mt-2E-qi+A)$$

que nous avons déterminée dans l'article XXII. Si on suppose que la valeur de q, soit relative au déplacement de l'équateur et de l'orbite de Jupiter, on a par l'article X, $L-l'''$ [illegible] $L=L'$, ce qui donne [illegible] $(L'-L)$. La somme de tous les termes $-0,0014445.(L'-l''').\sin.(n'''t+\varepsilon'''-2Mt-2E-qi+A)$ relatifs au déplacement de l'orbite et de l'équateur de Jupiter, deviendra par l'article X.

$$-0,0014445.(L-v''')$$ [illegible] $$\sin.(n'''t+\varepsilon'''-2Mt-2E+$$ [illegible]

En y substituant $v'''-i.\,50'',25$, au lieu de $n'''t+\varepsilon'''$, $\Pi-i.\,50'',25$ au lieu de $Mt+E$, $I-12^{signes}$ au lieu de I, et au lieu de v''', ψ et I, leurs valeurs précédentes, l'inégalité précédente deviendra

$$-13'',95.\sin.(v'''-2\Pi-46^\circ\,56'+i.\,52'',25).$$

Les autres termes renfermés dans l'expression

$$-0,0014445.(L'-l''').\sin.(n'''t+\varepsilon'''-2Mt-2E-qi+A)$$

sont insensibles, car on a $L'=0$, par rapport aux différentes valeurs de q, que nous avons déterminées dans l'article XXV, et la plus grande valeur de l''', est $14'\,58''$, ce qui rend le terme précédent insensible.

En rassemblant toutes les inégalités sensibles de la latitude du quatrième satellite, au-dessus de l'orbite de Jupiter, on aura

$$s''' = 2^\circ\, 40'\, 58''\ \text{sin.}(v''' + 46^\circ\, 56' - i.\, 52'',25)$$
$$-\ 14'\, 58''\ \text{sin.}(v''' + 41^\circ\, 50' + i.\, 2381'',05)$$
$$+\ 2'\, 11'',95.\ \text{sin.}(v''' + 56^\circ\, 44' + i.\, 9515'',45)$$
$$-\ 15'',95.\ \text{sin.}(v''' - 2\text{II} - 46^\circ\, 56' + i.\, 52'',25).$$

Les deux premiers termes de la valeur de s''' donnent lieu à une inégalité dont la période est d'environ 533 ans, et qui est assez sensible pour y avoir égard. J'ai parlé de ce genre d'inégalités dans l'article XVI, et je les croyois insensibles dans la théorie des satellites de Jupiter; mais un examen plus approfondi m'a fait reconnoître l'inégalité suivante. La méthode que j'ai employée pour la déterminer, est celle dont j'ai fait usage dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1786, relativement à l'équation séculaire de la lune. Si l'on nomme, comme précédemment, S la masse du soleil, celle de Jupiter étant prise pour unité; D', la distance moyenne de Jupiter au soleil; a''' la distance moyenne du quatrième satellite au centre de Jupiter; $n'''t$, son moyen mouvement; si l'on fait, comme dans l'article VII.

$$\square = \frac{3.\ S.\ T.}{4\, n'''.\, D'^3}$$

T étant la durée d'une année julienne; on trouvera facilement, par la méthode dont il s'agit, l'inégalité suivante dans l'expression de v''',

$$-\ 7.\ \frac{\square^2 .\ \text{sin.}\ 10^\circ\, 53'}{2433'',3}.\ \text{sin.}\ 14'\, 58''.\ \text{sin.}\ (i.\, 2433'',3 - 5^\circ\, 6')$$

i étant le nombre des années juliennes écoulées depuis 1700: On a par l'article XIX. $\square = 315'',64$; l'inégalité précédente devient ainsi

$$-\ 38'',2.\ \text{sin.}(i.\, 2433'',3 - 5^\circ\, 6').$$

Cette inégalité a été jusqu'ici confondue avec le moyen mouvement du 4ème satellite; elle a diminué le mouvement séculaire, de 33'',9, et elle a augmenté la longitude en 1700,

de $5''$,4. Ainsi, pour y avoir égard, il faut, dans les tables de M. de Lambre, augmenter de $33''$,9, le mouvement séculaire du quatrième satellite, et diminuer de $5''$,4 sa longitude en 1700.

Dans les éclipses du quatrième satellite, les expressions de v''' et de s''' se simplifient; car alors les angles θ''', v''', et Π se rapportent à l'instant de la conjonction : ainsi l'on peut supposer $\Pi = \theta'''$, dans le terme $- 22'',3.\sin.(\theta''' + \varpi''' - 2\Pi)$ de l'expression de v''' ; ce qui le change dans celui-ci, $+ 22'',3.\sin.(\theta''' - \varpi''')$. Ce terme se confond avec le terme $- 3082'',0.\sin.(\theta''' - \varpi''')$, qui devient par-là, $- 3059'',7.\sin.(\theta''' + \varpi''')$. Le terme $4'',2.\sin.2(\theta''' - \Pi''')$ devient nul dans les éclipses; on a donc alors

$$v''' = \theta''' - \text{[illegible]}$$
$$+ 66'',0.\sin.(\theta''' - \varpi'')$$
$$- 58'',2.\sin.(i.2433'',3 - 5^\circ\, 6')$$
$$+ 114'',6.\sin.V$$
$$- 9'',0.\sin.(\theta'' - \theta''')$$
$$- 4'',5.\sin.2(\theta'' - \theta''')$$
$$- 0'',9.\sin.3.(\theta'' - \theta''').$$

On trouvera pareillement que l'expression de la latitude devient dans les éclipses,

$$s''' = 2^\circ\, 41'\, 12''.\sin.(v''' + 46^\circ\, 56' - i\ 52'',25)$$
$$- 14'\, 58''.\sin.(v''' + 41^\circ\, 50 + i.\ 2381'',05)$$
$$+ 2'\, 12''\sin.(v''' + 56^\circ\, 44' + i.\ 9513'',45).$$

Cette expression de s''' donne l'explication d'un phénomène singulier que les observations ont présenté relativement à l'inclinaison de l'orbite du quatrième satellite, et au mouvement de ses nœuds. Cette inclinaison sur l'orbite de Jupiter a paru constante depuis la fin du dernier siècle jusques vers 1760; les nœuds ont eu, dans cet intervalle, un mouvement direct d'environ $4'$ par année ; l'inclinaison, dans ces trente dernières années, a augmenté d'une manière très-sensible.

On aura l'inclinaison de l'orbite et la position de ses nœuds à une époque donnée, en donnant à i, dans l'expression de s''', la valeur qui convient à cette époque, et en mettant cette expression sous la forme $A.\sin. v''' - B.\cos. v'''$. Alors $\frac{B}{A}$ est la tangente de la longitude du nœud, et $\sqrt{A^2 + B^2}$ est l'inclinaison de l'orbite. En faisant successivement $i = -20$, $i = 20$, $i = 60$, $i = 90$, on trouvera que depuis 1680 jusqu'en 1760, l'inclinaison a fort peu varié, et que le nœud a eu, dans cet intervalle, un mouvement d'environ 4', conformément aux observations; on verra pareillement que depuis 1760 jusqu'en 1790, l'inclinaison a augmenté très-sensiblement.

Pour avoir la durée des éclipses du quatrième satellite, nous reprendrons la formule

$$t = T.(1 + X).\left\{\frac{-s'''\,\partial s'''}{(1-\rho)^2\zeta^2\,\partial v'''} \pm \sqrt{\left(1 - \tfrac{1}{2}X + \frac{s'''}{(1-\rho).\zeta}\right).\left(1 - \tfrac{1}{2}X - \frac{s'''}{(1-\rho).\zeta}\right)}\right\}$$

trouvée dans l'art. XII; T est la demi-durée moyenne des éclipses du satellite dans ses nœuds, et M. de Lambre a trouvé cette durée de 8590''. On a ensuite $X = 1 - \frac{\partial v'''}{n'''\,\partial t}$, ce qui donne, à fort peu-près, en n'ayant égard qu'au terme le plus considérable de l'expression de v''' dans les éclipses,

$$X = 3059'',7.\cos.(\theta''' - \varpi''');$$

en réduisant cette valeur de X en parties du rayon, on aura

$$X = 0,014833.\cos.(\theta''' - \varpi''').$$

L'angle ζ est le mouvement synodique du satellite durant le temps T, et l'on trouve $\zeta = 7690'',9$. On a enfin par l'article XXIII, $1 - \rho = 0,9288206$. Cela posé, on formera la quantité $\frac{s'''}{(1-\rho).\zeta}$ dans les éclipses, et en la nommant $\zeta_{,}$, on aura

$$\begin{aligned} \zeta_{,} = {} & 1,33397.\sin.(v''' + 46^\circ\,56' - i.\,52'',25) \\ & - 0,12571.\sin.(v''' + 41^\circ\,50' + i.\,2581'',05) \\ & + 0,018471.\sin.(v''' + 56^\circ\,44' + i.\,9513'',45). \end{aligned}$$

Maintenant, on peut dans l'expression de t, négliger sans erreur sensible, le terme $-\frac{T\,X.\,s'''\,\partial s'''}{(1-e)^2.\,c.\,\partial v'''}$; on peut ensuite mettre le radical de cette expression sous cette forme

$$\sqrt{1-X-\zeta^2}$$

on aura ainsi,

$$t=-320'',3.\ \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'''}\pm 8590''.(1+X).\sqrt{1-X-\zeta^2}.$$

Soit T l'instant de la conjonction du satellite, en supposant son orbite dans le plan de l'orbite de Jupiter; T sera donné par l'expression précédente de v''', et par les tables de Jupiter. Il est clair que l'instant de la conjonction réelle retarde sur T, de la différence du mouvement du satellite sur son orbite, à son mouvement projetté, réduite en temps. Cette différence est $\frac{\frac{1}{2}s'''\,\partial s'''}{\partial v'''}$; pour la réduire en temps, il faut la multiplier par $\frac{T}{c}$, ce qui donne $138'',2.\ \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'''}$; l'instant de l'immersion du satellite sera donc

$$T-182'',1.\ \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'''}-8590''.(1+X).\sqrt{1-X-\zeta^2};$$

l'instant de l'émersion sera

$$T-182'',1.\ \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'''}+8590''.(1+X).\sqrt{1-X-\zeta^2};$$

et la durée entière de l'éclipse sera

$$17180''.(1+X).\sqrt{1-X-\zeta^2}.$$

Si les élémens dont nous avons fait usage étoient exacts, on pourroit, au moyen des formules [illegible], déterminer avec précision, les éclipses du 4.me satellite, et former des tables de ses mouvemens; mais il reste encore sur ces élémens, une incertitude qui ne peut être levée que par les observations. Vu l'incertitude de ces observations, il faut en considérer un très-grand nombre; la méthode la plus simple pour cet objet, est celle dont M. de Lambre a fait usage, et qui consiste à former avec les élémens précédens, des

tables provisoires, et à calculer par ces tables, les éclipses observées. Soit $\delta\varepsilon'''$, la correction en temps, de la première conjonction moyenne de 1700; $\delta n'''$, la correction du mouvement annuel des conjonctions moyennes; soit $\delta\Gamma'''$, la correction de l'aphélie en 1700, cette correction étant réduite en temps, à raison du moyen mouvement synodique du satellite; soit encore, $\delta f'''$ la correction du mouvement annuel de l'aphélie, réduite en temps, et $2\delta h'''$, la correction de l'équation du centre, pareillement réduite en temps; enfin, soit q le retard de la phase observée, sur la phase calculée par les tables provisoires; on aura

$$q = i.\,\delta n''' + \delta\varepsilon''' - 2\delta h'''.\,\sin.(\theta''' - \varpi''') + 0{,}014855.\,(i.\,\delta f''' + \delta\Gamma''').\,\cos.(\theta''' - \varpi''')$$

i étant le nombre des années juliennes écoulées depuis 1700; et les angles θ''' et ϖ''' se rapportant à l'instant de la conjonction.

Cette équation suppose les élémens de la demi-durée des éclipses, bien connus. Pour avoir une équation indépendante de ces élémens, on considérera les éclipses voisines des nœuds, parce que vers ces points, les observations sont le moins incertaines, et le plus indépendantes des élémens de la demi-durée. Si l'éclipse entière a été observée; alors, en supposant que q exprime le retard du milieu observé de l'éclipse, sur l'instant calculé de ce milieu, l'équation précédente sera à très-peu-près indépendante des élémens de la demi-durée.

Si l'éclipse entière n'a pas été observée, on considéra deux éclipses assez voisines pour que les erreurs des demi-durées ayent été à-peu-près les mêmes, et dans l'une desquelles l'immersion a été observée, tandis que l'émersion a été observée dans l'autre. En marquant d'un trait en bas, les quantités relatives à la seconde éclipse, on formera une nouvelle équation semblable à la précédente; en les ajoutant, on aura

$q + q_{\prime}$

$$q + q_{1} = (i + i_{1}).\delta n''' + 2\delta e''' - 2\delta h'''.\{\sin.(\theta''' - \varpi''') + \sin.(\theta_{1}''' - \varpi_{1}''')\}$$

$$[illegible]$$

$$+ 0{,}014835.\delta \Gamma'''.\{\cos.(\theta''' - \varpi''') + \cos.(\theta'''_{1} - \varpi'''_{1})\}.$$

Cette équation est, à fort peu-près, indépendante des élémens de la demi-durée. On formera ainsi un grand nombre d'équations de condition, au moyen desquelles on déterminera les cinq indéterminées $\delta n'''$, $\delta \varepsilon'''$, $\delta h'''$, $\delta f'''$, $\delta \Gamma'''$. Il est sur-tout essentiel d'avoir avec exactitude, la valeur de $\delta f'''$, parce qu'elle est une des données qui servent à déterminer les masses des satellites.

Si l'on nomme t' la durée entière d'une éclipse, on aura la durée moyenne des éclipses dans les nœuds, au moyen de la formule

$$T = \frac{t'}{(1 + X.)\sqrt{1 - X - \zeta^{2}}}.$$

En considérant ainsi un grand nombre d'éclipses vers les nœuds, dans lesquelles les deux phases ont été observées, on aura la valeur de T avec précision. On peut encore pour le même objet, faire usage de deux éclipses consécutives ou fort voisines, dans l'une desquelles l'immersion a été observée, tandis que l'émersion a été observée dans l'autre; car les erreurs des élémens du mouvement et de la demi-durée étant à-peu-près les mêmes dans les deux éclipses, l'erreur de la durée entière dans l'une ou l'autre de ces éclipses, sera à fort peu-près égale à l'erreur de l'émersion calculée, moins l'erreur de l'immersion calculée; on pourra donc ainsi corriger la demi-durée calculée par une de ces éclipses, et se servir ensuite de cette demie-durée pour avoir T. On rectifiera par son moyen la valeur de [illegible].

T étant connu, on aura la valeur de ζ, au moyen de l'équation

$$\zeta = \frac{[illegible]}{2\,T.(1 + X)}.$$

La valeur de ζ dans les éclipses peut être mise sous la forme

$$A. \sin. (v''' - i. 52'',25) + B. \cos. (v''' - i. 52'',25)$$

$$- [illegible]$$

$$+ 0,018471. \sin. (v''' + 56^\circ 44' + i. 9513'', 45).$$

Cette expression renferme quatre indéterminées, A, B, C, D. Le nombre 2581'',05 peut avoir besoin de correction; mais suivant la théorie, cette correction est à-peu-près égale à $\delta f'''$, réduit en secondes de degré; ainsi, elle est supposée connue par ce qui précède.

Quant au terme [illegible], on peut l'employer sans correction, soit parce qu'il est fort petit, soit parce que les éclipses du troisième satellite le donnent avec beaucoup plus de précision.

Pour avoir les quatre indéterminées précédentes, on considérera les éclipses entières observées loin des nœuds; les observations sont alors plus incertaines, mais elles ont l'avantage de donner avec exactitude ces indéterminées. Je dois observer qu'en cherchant à concilier les observations avec la théorie, on trouve des difficultés fondées sur ce que les lunettes acromatiques dont on se sert aujourd'hui pour observer les éclipses, étant meilleures que les lunettes dont on se servoit autrefois, les durées observées des éclipses, toutes choses égales d'ailleurs, sont maintenant plus courtes que dans le dernier siècle et au commencement de celui-ci: cette différence devient très-sensible vers les limites des éclipses du quatrième satellite.

XXVIII.

Théorie du troisième satellite.

M. de Lambre a trouvé, par la comparaison d'un grand nombre d'éclipses de ce satellite, son moyen mouvement

séculaire égal à 5105 circonférences $1^s\ 22^\circ\ 6'\ 42'',0$; et sa longitude moyenne en 1700; à $5^s\ 14^\circ\ 12'\ 12'',4$. Soit θ'' la longitude moyenne du troisième satellite, calculée sur ces données.

Le mouvement de ce satellite est assujetti à deux équations du centre très-distinctes, dont l'une, qui lui est propre, est égale dans son *maximum* à $555'',80$; la longitude de l'abside étoit en 1700, dans $11^s\ 24^\circ\ 42'$, et le mouvement annuel de cette abside, est par l'article XXIV, de $9863'',19$. Soit donc

$$\varpi'' = 11^s\ 24^\circ\ 42' + i.\ 9863'',19;$$

cette équation du centre sera $-\ 555'',8.\ \sin.(\theta'' - \varpi'')$.

La seconde équation du centre se rapporte à l'abside du quatrième satellite; M. de Lambre l'a trouvée dans son *maximum*, égale à $309'',1$; cette équation est par conséquent $-\ 309'',1.\ \sin.(\theta'' - \varpi''')$.

Si dans l'expression de Q'' de l'article XIX, on substitue au lieu de f, la quatrième des valeurs de f, de l'art. XXIV, ou $f = 2540'',35$, et au lieu de h' et h'', leurs valeurs en h''', et qui par le même article sont

$$h' = 0,021380.\ h''' ; \qquad h'' = 0,1009075.\ h''' ;$$

si l'on y substitue encore $\frac{1}{2}\ 3082'',0$, au lieu de h''', et au lieu de m' sa valeur, on trouvera $Q = 19'',906$.

Dans l'équation

$$\delta v'' = Q''.\ \sin.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + ft + \Gamma)$$

de l'art. XIX, l'angle $ft + \Gamma$ relatif à la valeur précédente de Q'', est égal à $\varpi''' - i.\ 10'',20$; en nommant donc θ et θ' les longitudes moyennes du premier et du second satellite, on aura

$$nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + ft + \Gamma = \theta' - 2\theta'' + \varpi'''.$$

On a par l'article V

$$\theta - 2\theta' = 180^\circ + \theta' - 2\theta'';$$

la valeur précédente de $\delta v''$ devient ainsi

$$- 19'',906 \sin.(\theta' - 2\theta'' + \varpi''').$$

Si dans l'expression de Q'', on substitue pour f, la troisième des valeurs de f de l'art. XXIV, ou $f = 9810'',94$, et au lieu de h' sa valeur en h'', et qui par le même article est $0.2154758.\ h''$; si l'on observe de plus que $h'' = 4.555'',8$; on trouvera $Q'' = 34'',255$, et l'inégalité de v'' relative à cette valeur de Q'', sera

$$- 34'',255.\sin.(\theta' - 2\theta'' + \varpi'').$$

Les équations du centre relatives aux deux autres valeurs de f ayant paru insensibles, les valeurs de Q'' qui y ont rapport, sont pareillement insensibles.

L'expression de $\delta v''$ de l'art. XVIII devient, en y substituant pour m' et m'' leurs valeurs

$$\begin{aligned} \delta v'' = & - 292'',00.\sin.(\theta' - \theta'') \\ & - 4'',26.\sin.2(\theta' - \theta'') \\ & - 0'',85.\sin.3(\theta' - \theta'') \\ & - 19'',24.\sin.(\theta'' - \theta''') \\ & + 65'',61.\sin.2(\theta'' - \theta''') \\ & + 4'',61.\sin.3(\theta'' - \theta'''). \end{aligned}$$

Il résulte de l'article V, que le coëfficient du premier terme de cette expression dépend de N'', et qu'il doit être changé dans le rapport inverse de $n' - n'' - N''$ à la valeur supposée pour cette quantité. N'' dépend de $\rho - \frac{1}{2}\varphi$, puisqu'il est égal à $n''.\left(1 - \frac{\rho - \frac{1}{2}\varphi}{4}\right)$. Nous avons supposé dans l'article XVIII. $\rho - \frac{1}{2}\varphi = 0,0194222$; mais on a vu dans l'article XXIII. qu'il est égal à $0,0217944$. Le coëfficient $-292'',0$ du premier terme de $\delta v''$ devient ainsi, $-291'',78$.

Parmi les inégalités dépendantes de l'action du soleil, et

qui ont été déterminées dans l'article XX, la plus sensible est celle-ci

$$49'',126. \left\{ 1 + \frac{3a''.m.bl.n'^2}{32.am.(M^2 - kn'^2)} \right\}. \sin. V;$$

en substituant dans les expressions de b et de k, les valeurs de m, m', m'', on trouve que cette inégalité se réduit à $48'',214. \sin. V$.

L'inégalité de l'article XX, dépendante de l'excentricité du satellite donne à raison de sa double excentricité, les deux inégalités suivantes,

$$- 1'',72. \sin. (\theta'' - 2\Pi + \varpi'')$$
$$- 0'',96. \sin. (\theta'' - 2\Pi + \varpi''');$$

dans les éclipses où l'on peut supposer $\Pi = 0''$, ces inégalités se réunissent aux deux équations du centre, qui deviennent ainsi,

$$- 554'',08. \sin.(\theta'' - \varpi'') \text{ et } - 508'',14. \sin.(\theta'' - \varpi''').$$

Quant à l'inégalité de l'article XX, qui dépend de l'élongation du satellite au soleil, elle est absolument insensible.

Il nous reste à considérer l'équation de la libration du troisième satellite; mais on a vu dans l'article XXVI. que cette libration n'est pas un dixième de celles du second et du premier, et celles-ci n'ayant pu encore être remarquées, il s'ensuit que celle du troisième est tout-à-fait insensible. En réunissant donc toutes les inégalités sensibles du mouvement du troisième satellite en longitude, on aura pour l'expression de sa longitude dans les éclipses

$$\begin{aligned} v'' = \theta'' & - 554'',1. \sin. (\theta'' - \varpi'') \\ & - 508'',1. \sin. (\theta'' - \varpi''') \\ & + 48'',2. \sin. V \\ & - 34'',2. \sin. (\theta' - 2\theta'' + \varpi'') \\ & - 19'',9. \sin. (\theta' - 2\theta'' + \varpi''') \end{aligned}$$

$$- 291'',8 . \sin. (\theta' - \theta'')$$
$$- 4'',3 . \sin. 2(\theta' - \theta'')$$
$$- 0'',9 . \sin. 3(\theta' - \theta'')$$
$$- 19'',2 . \sin. (\theta'' - \theta''')$$
$$+ 65'',6 . \sin. 2(\theta'' - \theta''')$$
$$- 4'',6 . \sin. 3(\theta'' - \theta''') .$$

Le troisième satellite présente dans ses mouvemens, des variations singulières, qui dépendent de la double équation du centre que renferme sa théorie. Pour les expliquer, M. Wargentin a eu recours à deux équations particulières, dont les périodes sont de douze ans et demi et de quatorze ans, et qui sont en elles-mêmes, deux équations du centre, rapportées à des absides mues avec différentes vitesses; mais les observations l'ont ensuite forcé de les abandonner. Il leur a substitué une excentricité variable, et il a formé sur cette hypothèse, des tables qu'il n'a point publiées, mais dont il a donné la comparaison avec un grand nombre d'observations, dans le quatrième volume des nouveaux Mémoires d'Upsal. La première hypothèse de ce savant Astronome étoit, comme on vient de le voir, conforme à la nature; mais il s'étoit trompé sur la grandeur et sur la période de ces équations, parce qu'il ignoroit que l'une d'elles se rapporte à l'abside du quatrième satellite : c'est un résultat que la théorie pouvoit seule nous apprendre.

Nous avons trouvé

$$\varpi'' = 11^{s}\ 24^{\circ}\ 42' + i .\ 9865'',19$$
$$\varpi''' = 10^{s}\ 25^{\circ}\ 19' + i .\ 2596'',6 ;$$

partant

$$\varpi'' - \varpi''' = 31^{\circ}\ 22' + i .\ 7268'',59 ;$$

en supposant donc $\varpi'' - \varpi''' = 0$, on aura $i = -15,5$: ainsi en 1684,5, les absides coïncidoient, et les deux équations du

centre en formoient une seule égale à $-861'',7.\sin.(\theta''-\varpi'')$, ou en temps, égale à $-6'\,51'',7.\sin.(\theta''-\varpi'')$.

En supposant $\varpi''-\varpi'''=180°$, on a $i=73,6$; ainsi en 1773,6, les deux équations du centre étoient de signe contraire, et en formoient une égale à $-245'',7.\sin.(\theta''-\varpi'')$, ou en temps, égale à $-1'\,57'',4.\sin.(\theta''-\varpi'')$.

On voit dans les Mémoires de l'Académie pour 1787, p. 284, que l'équation du centre, variable, substituée par M. Wargentin, aux deux équations de ses tables imprimées, est en effet de 7′ en temps de 1668 à 1720, et de 1′ 50″, depuis 1754 jusqu'à 1781, ce qui diffère peu des résultats de la théorie.

Considérons présentement, le mouvement du satellite en latitude. Si dans la partie

$$(1-\gamma'').\psi.\sin.(n''t+\varepsilon''-I)$$

de l'expression de sa latitude, qui résulte de l'article XXI, on substitue pour v'', sa valeur trouvée dans l'article XXV, et pour ψ et I, leurs valeurs données dans l'article précédent; si de plus, on met $v''-i.\,50'',25$, au lieu de $n''t+\varepsilon''$, on aura

$$3°\,0'25''.\sin.(v''+46°\,56'-i.\,52'',25).$$

Le terme $l''.\sin.(n''t+\varepsilon''+qi-\Lambda)$, qui par l'article X. entre dans l'expression de la latitude du troisième satellite, devient en y substituant pour q, la quatrième des valeurs de q de l'artticle XXV, et $v''-i.\,50'',25$, au lieu de $n''t+\varepsilon''$,

$$l''.\sin.(v''+i.\,2381'',05-\Lambda).$$

Or, on a par l'article XXV. $l''=0,15441.\,l'''$, et par l'article précédent,

$$l'''=-14'\,58'',\ \text{et}\ \Lambda=-41°\,50';$$

le terme précédent devient ainsi,

$$-2'\,18'',7.\sin.(v''+41°\,50'+i.\,2381'',05).$$

Relativement à la troisième des valeurs de q de l'art. XXV,

les observations donnent, comme on l'a vu dans l'article précédent,

$$l'' = -12'\,7'', \text{ et } A = -56^\circ\,44';$$

le terme $l''.\sin.(n''t + \varepsilon' + qi - A)$ relatif à cette valeur, devient ainsi,

$$-12'\,7''.\sin.(v'' + 56^\circ\,44' + i.\,9515'',45).$$

Les observations du second satellite ont donné, relativement à la seconde valeur de q,

$$l' = -27'\,59'',8, \text{ et } A = -18^\circ\,55';$$

et eu égard à cette valeur de q, on a par l'art. XXV,

$$l'' = -0,0386.\,l' = 64'',9$$

le terme $l''.\sin.(n''t + iq - A)$ deviendra donc

$$64'',9.\sin.(v'' + 18^\circ\,55' + i.\,43199'',75).$$

La valeur de l relative à la première valeur de q, ayant été jusqu'à présent, insensible, la valeur de l'' qui en dépend, l'est à plus forte raison.

Quant aux inégalités périodiques de l'expression de la latitude, déterminées dans l'article XXII, on voit d'abord que le terme de cette expression

$$-0,00061925.(L' - l'').\sin.(n''t + \varepsilon'' - 2Mt + 2E - qi + A)$$

donne le suivant

$$-0,00061925.\,(1 - \nu'').\,\psi.\sin.(v'' - 2\Pi - 46^\circ\,56' + i.\,52'',25).$$

et par conséquent celui-ci $-6'',7.\sin.(v'' - 2\Pi - 46^\circ\,56' + i.\,52'',25)$. Ce terme, dans les éclipses où l'on peut supposer $\Pi = v''$, se réunit au premier.

En réunissant ces différens termes, on a pour l'expression de la latitude du satellite dans les éclipses,

$$\begin{aligned} s'' = {} & 3^\circ\,0'\,52'',0.\sin.(v'' + 46^\circ\,56' - i.\,52'',25) \\ & - 12'\,7''.\sin.(v'' + 56^\circ\,44' + i.\,9515'',45) \\ & - 2'\,18'',7.\sin.(v'' + 41^\circ\,50' + i.\,2581'',05) \\ & + 1'\,4'',9.\sin.(v'' + 18^\circ\,55' + i.\,43199'',75). \end{aligned}$$

Pour

Pour avoir la durée des éclipses du troisième satellite, nous reprendrons la formule de l'article XII.

$$t = T.(1+X).\left\{ - \frac{s'\,\partial s''}{(1-\rho)^2.\,\epsilon.\,\partial v''} \pm \sqrt{1 - X - \frac{s'^2}{(1-\rho)^2.\,\epsilon^2}} \right\}.$$

T est la demi-durée moyenne de l'éclipse du satellite dans ses nœuds, et cette demi-durée, suivant les observations, est de $6420''$. On trouve ensuite, au moyen de la valeur de v'', dans les éclipses,

$$\begin{aligned} X = {} & 0{,}0026848.\cos.(\theta'' - \varpi'') \\ & + 0{,}0014937.\cos.(\theta'' - \varpi''') \\ & + 0{,}0014147.\cos.(\theta' - \theta''). \end{aligned}$$

ϵ est le moyen mouvement synodique du satellite durant le temps T, et l'on a

$$\epsilon = 13437'',74;$$

cela posé, on formera la quantité $\frac{s'}{(1-\rho).\epsilon}$ dans les éclipses; en la désignant par ζ, on aura

$$\begin{aligned} \zeta = {} & 0{,}86770.\sin.(v'' + 46^\circ\,56' - i.52'',25) \\ & - 0{,}05825.\sin.(v'' + 56^\circ\,44' + i.9513'',45) \\ & - 0{,}01111.\sin.(v'' + 41^\circ\,50' + i.2581'',05) \\ & + 0{,}00519.\sin.(v'' + 18^\circ\,53' + i.43199'',75). \end{aligned}$$

Maintenant, on peut dans l'expression de t, négliger sans erreur sensible, le terme $-\frac{T.\,X\,s''\,\partial s''}{(1-\rho)^2.\,\epsilon.\,\partial v''}$; on aura ainsi,

$$t = -418'',25.\frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v''} \pm 6420''.(1+X).\sqrt{1 - X - \zeta^2}.$$

Soit T l'instant de la conjonction du satellite, en supposant son orbite dans le plan de l'orbite de Jupiter; T sera donné par les tables de cette planète, et par l'expression précédente de v''. Il est visible que l'instant de la conjonction réelle retardera sur T, de la différence du mouvement du satellite

sur son orbite, à son mouvement projetté sur l'orbite de Jupiter, réduite en temps. Cette différence est $\frac{s''\,\partial s''}{\partial v'}$; pour la réduire en temps, il faut la multiplier par $\frac{T}{c}$, ce qui donne $180'',42.\frac{\partial s''}{\partial v'}$; l'instant de l'immersion du satellite sera donc

$$T - 257'',83.\frac{s''\,\partial s''}{\partial v'} - 6420''.(1+X).\sqrt{1-X-s^2});$$

l'instant de l'émersion sera

$$T - 257'',83.\frac{s''\,\partial s''}{\partial v'} + 6420''.(1+X).\sqrt{1-X-[illegible]}$$

et la durée entière de l'éclipse sera

$$1[illegible](1+X).\sqrt{1-X[illegible]}.$$

Pour rectifier ces élémens du mouvement du troisième satellite, on formera d'abord à leur moyen, des tables provisoires de ce satellite; ensuite, on choisira un grand nombre d'éclipses parmi celles dont les deux phases ont été observées. Soit $\delta\epsilon''$, la correction en temps, de la première conjonction moyenne de 1700; $\delta n''$, la correction du mouvement annuel des conjonctions moyennes; $\delta F''$ la correction de la longitude de l'abside en 1700, cette correction étant réduite en temps, à raison du moyen mouvement synodique du satellite. Soit encore $\delta f''$, la correction du mouvement annuel de l'aphélie, réduite en temps, et $2\delta h''$ la correction de son équation propre du centre, pareillement réduite en temps. Soit enfin $2\delta h_1''$, la correction en temps, de l'équation du centre de ce satellite, qui se rapporte à l'abside du quatrième; quant à la correction de cette abside, elle est supposée connue par l'article précédent. Le mouvement du troisième satellite renferme encore une inégalité dépendante de son élongation au second satellite; cette inégalité peut avoir besoin de correction; mais comme son coëfficient a un rapport constant avec le coëfficient de la principale inégalité du

premier satellite, et que les observations donnent ce dernier coëfficient avec beaucoup de précision, on peut supposer l'inégalité correspondante du troisième satellite assez exactement connue, et la très-petite correction dont elle est encore susceptible sera mieux déterminée par les éclipses du premier satellite. Cela posé, nommons q le retard observé du milieu d'une éclipse du troisième satellite, sur le milieu calculé, on aura

$$q = \delta\varepsilon'' + i.\delta n'' - 2\delta h''.\sin.(\theta'' - \varpi'') + 0{,}0026844.(i\delta f'' + \delta\Gamma'').\cos.(\theta'' - \varpi'')$$
$$- 2\delta h''_{,}.\sin.(\theta'' - \varpi''') + 0{,}0014932.(i\delta f''_{,} + \delta\Gamma''_{,}).\cos.(\theta'' - \varpi''').$$

$\delta f''_{,}$ et $\delta\Gamma_{,}$ étant les corrections du mouvement annuel de l'abside du quatrième satellite, et de sa longitude en 1700, ces corrections étant réduites en temps à raison du mouvement synodique du troisième satellite. On formera ainsi un grand nombre d'équations de condition, et l'on en tirera les valeurs des inconnues. On combinera d'abord ces équations de manière à former quatre équations indépendantes de $\delta f''$ et de $\delta\Gamma''$, et disposées avantageusement pour déterminer les valeurs des autres inconnues; on déterminera ensuite ces valeurs.

En considérant les éclipses observées vers l'aphélie ou vers le périhélie propre du satellite, on réunira toutes les équations de condition relatives à ces éclipses, et l'on en formera une seule entre $\delta\Gamma''$ et $\delta f''$. Cette équation donnera $\delta\Gamma''$, lorsque $\delta f''$ sera connu : or, on a vu dans l'art. XXIV. que le mouvement annuel de l'abside du troisième satellite, est déterminé par les masses des satellites et par l'applatissement de Jupiter; on remettra donc la détermination de $\delta f''$, après la discussion de la théorie des satellites, discussion qui rectifiera les données dont nous avons fait usage dans l'article XXIII, pour obtenir les valeurs de leurs masses et de l'applatissement de Jupiter.

Si l'on nomme t' la durée entière d'une éclipse, on aura la durée moyenne T de l'éclipse dans les nœuds, au moyen de la formule,

$$T = \frac{t'}{[illegible]};$$

en considérant donc un grand nombre d'éclipses vers les nœuds, on aura la valeur de T. Au moyen de cette valeur, on rectifiera celle de ζ, et l'on aura ζ, au moyen de la formule

$$\zeta = \frac{\sqrt{4T^2(1+\lambda)-t'^2}}{2T(1+\lambda)}.$$

On a cinq corrections à faire dans l'expression précédente de ζ; savoir celle du nombre 0,86770, celle de l'angle constant 46° 56′, celle du nombre 0,05525, celle de l'angle constant, 56° 44′; enfin, celle de l'angle 9′13″,45. Les deux derniers termes de cette expression peuvent, vu leur petitesse, être supposés suffisamment connus.

En considérant les durées des éclipses observées loin des nœuds, on déterminera les trois premières corrections; quant aux deux dernières, on choisira les durées des éclipses les plus propres à les déterminer, et l'on formera à leur moyen, une équation de condition entre ces deux corrections; ensuite, la discussion de la théorie des satellites, et une nouvelle détermination de leurs masses fixera, par l'article XXV, la correction de l'angle 9′13″,45; en substituant cette correction dans l'équation de condition précédente, on aura la correction de l'angle 56° 44′.

On a vu dans l'article précédent, que les éclipses du 4ième satellite donnent la correction de l'angle 46° 56′; ainsi, pour avoir la véritable correction de cet angle qui donne la position du nœud de l'équateur de Jupiter, on prendra un milieu entre les corrections données par les éclipses du troisième et du quatrième satellite.

Pareillement, le coefficient du premier terme de la valeur

de ζ relative au quatrième satellite, donne l'inclinaison γ de l'équateur sur l'orbite de Jupiter; car ce terme est égal à $\frac{[illegible]}{(1-\varrho).\epsilon}$, ϵ étant le moyen mouvement synodique de ce satellite, pendant la durée moyenne de ses éclipses dans ses nœuds. Le coëfficient du premier terme de la valeur de ζ, relative au troisième satellite, donne une nouvelle valeur de γ, en observant que ce coëfficient est égal à $\frac{(1-[illegible]).\gamma}{(1-\varrho).\epsilon}$, ϵ étant ici le moyen mouvement synodique du troisième satellite, pendant la durée moyenne de ses éclipses dans les nœuds. Ainsi, pour avoir la vraie valeur de γ, on prendra un milieu entre les deux valeurs données par les éclipses du troisième et du quatrième satellites; on déterminera ensuite à son moyen, les coëfficiens des premiers termes des valeurs de ζ, relatives à chacun de ces satellites.

XXIX.

Théorie du second satellite.

M. de Lambre a trouvé par la comparaison d'un grand nombre d'éclipses de ce satellite, son moyen mouvement séculaire égal à 10285^{circonférences} 3^{sig} 23° 14′ 13″, et sa longitude moyenne en 1700 égale à 2^{s} 15° 13′ 32″. Soit θ' la longitude moyenne du satellite, calculée sur ces données.

Les différentes équations du centre de ce satellite, sont renfermées dans l'expression $-2h'.\sin.(n't+\epsilon'-if-\Gamma)$, ou dans celle-ci $-2h'.\sin.(\theta'-if-i.50'',25-\Gamma)$. Les valeurs de h et de h' relatives à la première et à la seconde des valeurs de f de l'article XXIV. ont paru jusqu'ici insensibles. On a, relativement à la troisieme des valeurs de f du même article

$$h'=0,2154558.\ h''=0,2154558.\frac{[illegible]}{[illegible]};$$

l'équation du centre du second satellite relative à cette valeur de f, sera donc

$$-120'',19.\sin.(\theta'-\varpi'').$$

Relativement à la quatrième valeur de f de l'article XXIV, on a

$$h' = 0{,}021380.\ h''' = 0{,}021380.\ [illegible]\ ;$$

l'équation du centre, relative à cette valeur de f sera donc

$$-\ 66'',04.\ \sin.\ (\theta' - \varpi''').$$

Considérons maintenant les valeurs de Q' relatives aux diverses valeurs de f. Si l'on substitue successivement ces valeurs dans l'expression de Q' de l'art. XIX ;

La 1re. valeur de f donne	$Q' = 1{,}713914.\ h$
La 2e. donne	$Q' = 2{,}55345.\ h'$
La 3e. donne	$Q' = -\ 0{,}71403.\ h''$
La 4e. donne	$Q' = -\ 0{,}06647.\ h'''$.

Il suit de là que si h excentricité propre du premier satellite, étoit de 100'' de degré, il en résulteroit une inégalité de 172'',4 dans le mouvement du second satellite. L'équation du centre du premier satellite seroit de 25'',6, en temps, et l'[illegible] du second satellite qui en dériveroit seroit de 1[illegible],65 en temps, et par conséquent l'excentricité du premier satellite seroit plus sensible dans le mouvement du second que dans celui du premier.

L'excentricité h' du second satellite, n'a point encore été remarquée ; il est curieux de remarquer que s'il y en avoit une, l'équation qui a pour coëfficient Q' et qui en dériveroit, seroit plus forte que l'équation du centre même, puisque celle-ci a pour coëfficient $2h'$, tandis que l'on a $Q' = 2{,}55345.\ h'$.

L'excentricité h'' propre au troisième satellite, est par l'art. précédent, [illegible]. (555'',8), ce qui donne $Q' = -\ 198'',45$, et par conséquent l'inégalité du second satellite, relative à cette valeur de Q' est $-\ 198'',45.\ \sin.\ (\theta - 2\theta' + \varpi'')$.

L'excentricité h''' propre au quatrième satellite, est par ce qui précède, $\frac{1}{2}.(3082'',0)$, ce qui donne $Q'' = -102'',43$, et par conséquent l'inégalité du second satellite relative à cette valeur de Q' est $-102'',43.\ \sin.(\theta - 2\theta' + \varpi''')$.

Si dans l'expression de $\delta v'$ de l'art. XVIII, on substitue pour m et m', leurs valeurs : si de plus, on met $\theta' - \theta''$, au lieu de $n't - n''t + \varepsilon' - \varepsilon''$; et $180° + 2\theta' - 2\theta''$, au lieu de $nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'$, on aura,

$$
\begin{aligned}
\delta v' = &- 11'',71.\ \sin.(\theta' - \theta'') \\
&+ 3862'',96.\ \sin.\ 2(\theta' - \theta'') \\
&+ 19'',31.\ \sin.\ 3(\theta' - \theta'') \\
&- 3'',14.\ \sin.\ 4(\theta' - \theta'').
\end{aligned}
$$

Le coëfficient du second terme de cette expression doit être diminué et réduit à $3848'',2$ à raison de l'augmentation de $\rho - \frac{1}{2}\varphi$, suivant la remarque de l'art. précédent.

Parmi les inégalités du second satellite, qui dépendent de l'action du soleil, et qui sont déterminées dans l'art. XX, la seule sensible est l'inégalité,

$$24'',384.\ \left\{1 - \frac{9a'm.\ bl.\ n'^2}{8am'.\ (M^2 - kn'^2)}\right\}.\ \sin.\ V;$$

en substituant pour m, m', m'', leurs valeurs, cette inégalité devient,

$$33'',78.\ \sin.\ V.$$

Enfin, l'équation de la libration relative au second satellite, est par l'art. XXVI.

$$-\ 0,35059.\ P.\ \sin.(n't.\sqrt{k} + A);$$

mais jusqu'ici la valeur de P a été insensible.

En rassemblant toutes les inégalités sensibles du mouvement de ce satellite, on aura

$$v' = \theta' - 120'',2.\ \sin.(\theta' - \varpi'')$$
$$- 66'',0.\ \sin.(\theta' - \varpi''')$$
$$- 198'',4.\ \sin\cdot(\theta - 2\theta' + \varpi'')$$
$$- 102'',4.\ \sin.(\theta - 2\theta' + \varpi''')$$
$$- \text{[illegible]}$$
$$- 51'',7.\ \sin.(\theta' - \theta'')$$
$$+ 5848'',2.\ \sin.2(\theta' - \theta'')$$
$$+ 19'',3.\ \sin.3.(\theta' - \theta'')$$
$$- 3'',1.\ \sin.4.(\theta' - \theta).$$

La plus considérable de toutes les inégalités de cette expression, est celle qui dépend de l'angle 2. $(\theta' - \theta'')$ et qui, réduite en temps, à raison du moyen mouvement synodique du satellite, est de 15′ 11″. Cette inégalité a été reconnue *à posteriori* par M. Wargentin, dans ses belles recherches sur le mouvement des satellites, imprimées dans le troisième volume des anciens mémoires d'Upsal. Depuis, MM. Bailli et de la Grange l'ont déterminée par la théorie. C'est la seule inégalité employée dans les tables de M. Wargentin; mais on voit que le mouvement du second satellite a plusieurs autres inégalités assez sensibles pour y avoir égard, et c'est ce que M. de Lambre a fait dans ses nouvelles tables des satellites.

Considérons maintenant le mouvement du second satellite en latitude. La partie

$$(1 - \nu').\ \psi.\ \sin.(n't + \varepsilon' - I)$$

de l'expression de sa latitude, devient, en y substituant pour ν', ψ et I leurs valeurs données dans l'art. XXV°, et en y mettant $v' - i.\,52'',25$, au lieu de $n't + \varepsilon'$,

$$3^{\circ}\,4'\,48''.\ \sin(v' + 46^{\circ}\,56' - i.\,52'',25).$$

On

On a relativement à la première des valeurs de q, de l'art. XXV, $l' = - 0{,}0132641 . l$; mais les observations n'ayant point fait reconnoître de valeur sensible à l, on peut n'avoir aucun égard à cette valeur de l'.

La valeur de l' relative à la seconde des valeurs de q est, comme on l'a vu dans l'art. précédent, égale à $- 27' \, 58'',9$. La partie $l' . \sin.(n't + \varepsilon' + qi - \mathrm{A})$ de l'expression de la latitude du second satellite devient.

$$- 27' \, 58'',9 . \sin.(v' + 18^\circ \, 53' + i . 43199'',75).$$

La valeur de l' relative à la troisième des valeurs de q est, par l'art. XXV, $0{,}1624575 . \, l''$, et l'on a $l'' = - 12' \, 7''$; on aura donc pour cette partie de la latitude,

$$- 1' \, 58'' . \sin.(v' + 56^\circ \, 44' + i . \, 9513'',45).$$

La valeur de l' relative à la quatrième des valeurs de q, est $0{,}0289302 . \, l'''$, et $l''' = - 14' \, 58''$; on a donc pour ce terme

$$- 26'',03 . \sin.(v' + 41^\circ \, 50' + i . \, 2381'',05).$$

Enfin la partie

$- [illegible] (\mathrm{L}' - l') . \sin.(n't + \varepsilon' - 2\mathrm{M}t - 2\mathrm{E} - qt - \mathrm{A})$,

de l'expression de s', trouvée dans l'article XXII, devient, en y substituant $3^\circ \, 4' \, 48''$, au lieu de $\mathrm{L}' - l'$,

$$- 3'',408 . \sin.(v' - 2\,\mathrm{II} - 46^\circ \, 56' + i . \, 52'',25),$$

et dans les éclipses,

$$+ 3'',408 . \sin.(v' + 46^\circ \, 56' - i . 52'', 25).$$

L'autre partie de l'expression de s', du même article, peut être négligée.

En rassemblant donc tous les termes sensibles de l'expression de la latitude du second satellite dans les éclipses, on aura

$$\begin{aligned} s' = {} & 3^\circ \, 4' \, 51'',4 . \sin.(v' + 46^\circ 56' - i . 52'',25) \\ & - 27' 58'',9 . \sin.(v' + 18^\circ \, 53' + i . \, 43199'',75) \\ & - 1' 58'',1 . \sin.(v' + 56^\circ 44' + i . 9513'',45) \\ & - 26'',0 . \sin.(v' + i \, 41^\circ \, 50' + 2381'',05). \end{aligned}$$

Pour avoir la durée des éclipses du second satellite, nous reprendrons la formule de l'article XII,

$$[illegible]$$

T est la demi-durée moyenne des éclipses du satellite dans ses nœuds : M. de Lambre a trouvé cette demi-durée de 5170''. La valeur de v', donne à fort-peu-près

$$X = -0,018657. \cos. 2(\theta' - \theta'').$$

ζ est le moyen mouvement synodique du satellite pendant le temps T, et l'on a

$$\zeta = 21820''.$$

Cela posé ; on formera la quantité $\frac{s'}{(1-e)^2.\zeta}$, et en la nommant ζ, on aura

$$\begin{aligned}\zeta = \; & 0,547265. \sin.(v' + 46^\circ 56' - i. 52'',25) \\ & - 0,085155. \sin.(v' + 18^\circ 55' + i. 45199'',75) \\ & - 0,0058275. \sin.(v' + 56^\circ 44' + i. 9515'',44) \\ & - 0,0012842. \sin.(v' + 41^\circ 50' + i. 2381'',05).\end{aligned}$$

Maintenant, on peut dans l'expression de t, négliger sans erreur sensible, le terme $-\frac{T X. s' \partial s'}{(1-e)^2. \zeta \partial v'}$; on aura ainsi,

$$t = 546'',9. \frac{(\partial s')^2}{\partial v'} \pm 5170''. \sqrt{1 - X - \zeta^2}.$$

Soit T l'instant de la conjonction du satellite, en supposant son orbite dans le plan de l'orbite de Jupiter ; T sera donné par les tables de cette planète et par l'expression précédente de v'. Il est clair que l'instant de la conjonction réelle du satellite retarde sur T, de la quantité $\frac{\frac{1}{2} s' \partial s'}{\partial v'}$ réduite en temps. Cette quantité, ainsi réduite, est égale à 255'',9. $\frac{(\partial s')^2}{\partial v'}$; l'instant de l'immersion du satellite sera donc

$$T - 311'',0. \frac{\partial s'}{\partial v'} - 5170''. (1 + X). \sqrt{1 - X - \zeta^2}$$

l'instant de l'émersion sera

$$T - [illegible] .(1-X).\sqrt{1-X-\zeta^2},$$

et la durée entière de l'éclipse sera

$$10340''.(1-X).\sqrt{1-X-\zeta^2}.$$

Pour corriger ces élémens, on formera à leur moyen, des tables provisoires du second satellite. Son mouvement en longitude offre trois corrections; savoir, 1°. celle de l'époque de la longitude moyenne du satellite en 1700; soit $\delta\varepsilon'$ cette correction réduite en temps, à raison du moyen mouvement synodique du second satellite; 2°. celle du mouvement annuel des moyennes conjonctions, soit $\delta n'$ cette correction; 3°. la correction du coëfficient 3848″,2 de sin. $2(\theta'-\theta'')$, soit $\delta y'$ cette correction réduite en temps. Pour déterminer ces trois inconnues, on formera des systèmes de deux éclipses fort voisines, dans l'une desquelles l'immersion a été observée, tandis que l'émersion a été observée dans l'autre. On calculera par les tables provisoires, l'instant de l'immersion dans la première éclipse; soit q l'excès de l'instant calculé, sur l'instant observé. On calculera par les mêmes tables, l'instant de l'émersion dans la seconde éclipse; soit q_1 l'excès de l'instant observé sur l'instant calculé; on aura l'équation de condition suivante,

$$q + q_1 = 2\delta\varepsilon' + (i + i_1).\delta n' + \delta y'.\{\sin.2(\theta'-\theta'') + \sin.2(\theta'_1-\theta''_1)\}.$$

i et i_1 sont les nombres des années juliennes écoulées depuis 1700 jusqu'à la première et à la seconde éclipse; $\theta'-\theta''$ sont les valeurs de ces angles à l'instant de la conjonction dans la première éclipse; $\theta'_1-\theta''_1$ sont les valeurs de ces mêmes angles, à l'instant de la conjonction dans la seconde éclipse. Plus les éclipses que l'on aura choisies, seront voisines, plus l'équation de condition sera exacte, et indépendamment des

élémens de la durée des éclipses. Si les deux éclipses se réduisoient à une seule dont on eût observé à la fois l'immersion et l'émersion, on auroit alors $i = i_1$; $\theta' = \theta'_1$, et $\theta'' = \theta''_1$; $\frac{\varepsilon + q}{2}$ seroit l'excès de l'instant observé de la conjonction, sur l'instant calculé; mais les éclipses de ce genre sont très-rares.

On formera ainsi un grand nombre d'équations de condition, au moyen desquelles on déterminera les corrections $\delta i'$, $\delta n'$ et $\delta y'$. Si ces corrections ne représentent pas les observations, ce sera une preuve que les arbitraires auxquelles nous n'avons point eu égard, ont un effet sensible. Ces arbitraires sont au nombre de six; savoir, l'excentricité de l'orbite du premier satellite et la position de son aphélie: car on a vu ci-dessus, que cette excentricité est plus sensible dans le mouvement du second satellite, que dans celui du premier; ensuite l'excentricité propre au second satellite, et la position de son aphélie; enfin, les deux arbitraires P et A de l'équation de la libration. Il sera fort difficile de déterminer ces diverses arbitraires par les observations; et c'est ce qui rendra la théorie du second satellite très-compliquée, si ces arbitraires sont sensibles. On ne doit donc les introduire dans cette théorie, qu'après que les observations en auront fait sentir la nécessité. M. de Lambre a fait, pour les reconnoître, quelques tentatives inutiles, d'où il résulte que ces arbitraires sont très-petites, et du même ordre que les erreurs des observations, dans lesquelles elles sont confondues.

Pour corriger les élémens de la demi-durée, on rectifiera d'abord le premier terme de l'expression de ζ, au moyen des corrections déja faites au premier terme de cette expression relative, soit au troisième, soit au quatrième satellite; car les éclipses de ces deux derniers satellites donnent l'inclinaison de l'équateur sur l'orbite de Jupiter, et la position de ses nœuds, avec beaucoup plus de précision que les éclipses du premier et du second. On calculera ensuite les phases des éclipses observées près des nœuds, au moyen de

la valeur de v' corrigée, et en nommant q l'excès de l'instant observé sur l'instant calculé, on aura à fort peu-près,

$$q = \pm \delta T. (1 + X). \sqrt{1 - X - \zeta^2},$$

δT étant la correction de T, le signe + ayant lieu pour les émersions, et le signe — ayant lieu pour les immersions. On corrigera ainsi T au moyen d'un nombre suffisant d'observations.

On considérera les éclipses éloignées des nœuds, et l'on calculera, au moyen de la valeur corrigée de v', l'instant T de leurs conjonctions, en supposant l'orbite du satellite, dans le plan de l'orbite de Jupiter. L'instant de l'émersion ou de l'immersion du satellite sera, à fort peu-près,

$$T - 511'',0. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'} \pm (5170'' + \delta T). \sqrt{1 - X - \zeta^2};$$

soit T′ l'instant observé de l'émersion ou de l'immersion on aura

$$T' = T - 511'',0. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'} \pm (5170'' + \delta T). (1 + X). \sqrt{1 - X - \zeta^2};$$

on aura donc la valeur de $\pm (5170'' + \delta T). (1 + X). \sqrt{1 - X - \zeta^2}$, en retranchant T de T′, et en ajoutant à cette différence, la quantité $511'',0. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v'}$, qui, vu sa petitesse, peut être supposée suffisamment connue. Soit t' cette valeur; on aura

$$t = \pm$$ [illegible]

Ici, l'on a trois corrections à faire; elles sont relatives au coëfficient — 0,83155 du second terme de ζ, à l'angle constant 18° 53′ de ce terme, et au coëfficient 43199″,75, de i, dans ce même terme. Ce dernier coëfficient étant une des données dont nous faisons usage, pour avoir les masses des satellites, il doit être déterminé avec beaucoup de précision; et pour cela, il est nécessaire d'employer un grand nombre d'observations.

XXX.

Théorie du premier satellite.

M. de Lambre a trouvé, par la comparaison d'un grand nombre d'observations de ce satellite, son moyen mouvement séculaire, égal à $20645^{circonférences}\ 7^{s}\ 25^{\circ}\ 29'\ 11'',4$; et sa longitude moyenne en 17[illegible]0, égale à $2^{s}\ 17^{\circ}\ 15'\ 47''$. Soit θ, la longitude moyenne du satellite, calculée par ces données.

On n'a point, jusqu'ici, reconnu d'équations du centre propres au premier et au second satellites; ainsi nous n'avons à examiner que les deux équations du centre qui se rapportent aux absides du troisième et du quatrième satellite. [illegible] troisième est insensible; mais la quatrième des valeurs de f de l'article XXIV donne $h = 0,0050527.\ h'''$; ainsi l'équation du centre du premier satellite, relative à l'abside du quatrième, est $-9'',4.\ \sin.(\theta - \varpi''')$. Cette inégalité réduite en tems, est d'environ une seconde; ainsi l'on peut la négliger.

Si dans l'expression de Q de l'article XIX, on met successivement les quatre valeurs de f de l'article XXIV, on aura,

$$Q = -\ 2,96667.\ h$$
$$Q = \quad 1,56650.\ h'$$
$$Q = \quad 0,33613.\ h''$$
$$Q = \quad 0,020307.\ h'''.$$

h et h' sont insensibles; mais en substituant pour h'' sa valeur [illegible]555″,8, on trouve l'inégalité $93'',75.\sin.(\theta - 2\theta' + \varpi'')$. En substituant pour h''', sa valeur, [illegible]. 3082″,0 on trouve l'inégalité, $31'',3.\ \sin.(\theta - 2\theta' + \varpi''')$.

Parmi les inégalités dépendantes de l'action du soleil, et que nous avons déterminées dans l'article XX, la plus considérable est celle-ci,

$$12'',148.\left\{1 + \frac{3\,b\,k.\,n'^2}{N^2 - k.\,n'^2}\right\}.\ \sin.\ V.$$

Cette inégalité réduite en temps, est d'environ une seconde, ainsi l'on peut se dispenser d'y avoir égard.

Si l'on substitue dans l'expression de δv de l'article XVIII, au lieu de m', sa valeur trouvée dans l'art. XXIII, on aura

$$\delta v = - 15'',68. \sin. (\theta - \theta') + 1856''10. \sin. 2(\theta - \theta') + 5'',93. \sin. 3(\theta - \theta').$$

Le coëfficient du second terme de cette expression, doit être un peu diminué, suivant la remarque de l'art. XXVIII, à cause de l'augmentation de la valeur de $\rho - \frac{1}{2}\varphi$. On trouve qu'il se réduit à 1825'', o. On a ainsi

$$v = \theta + 93'',8. \sin. (\theta - 2\theta' + \varpi'') + 31'',1. \sin. (\theta - 2\theta' + \varpi''') - 15'',7. \sin. (\theta - \theta') + 1825'',0. \sin. 2 (\theta - \theta') + 5'',9. \sin. 3. (\theta - \theta')$$

Pour avoir l'expression de la latitude du premier satellite, au-dessus de l'orbite de Jupiter, nous observerons que l'on a par l'art. XXV, $v = 0,00065534$; on a d'ailleurs $\psi = 3° 6'$; d'où l'on tire.

$(\iota - v)$. [illegible] ;

on aura ainsi pour la partie de la latitude du satellite, relative à l'inclinaison de l'équateur, sur l'orbite de Jupiter,

$$3° 5' 53''. \sin. (v + 46° 56' - i\, 52'',25).$$

La valeur de l, relative à la première valeur de q de l'art. XXV. a été jusqu'à présent insensible. Sa valeur relative à la seconde valeur de q, est $+ 0,023183$. $l' = - 39''$; ainsi cette partie de la latitude sera

$$- 39''. \sin.(v + 18° 53' + i. 43199'',75).$$

Mais comme elle ne peut affecter que de 1",6, la demi-durée des éclipses, on peut la négliger. Les valeurs de l, relatives aux deux autres valeurs de q sont insensibles.

Enfin, la valeur de s de l'art. XXII, donne, en n'ayant égard qu'à la partie

$$-0,0001312.(L'-l).\sin.(nt+\varepsilon-2Mt-2E-qt+A)$$

qui dépend de l'action du soleil, et en y substituant 3° 5' 53" pour $(L'-l)$,

$$-1'',7.\sin.(v-2\Pi-46^\circ\,56'+i.\,52''15);$$

quantité qui dans les éclipses se réunit au premier terme de la latitude, qui devient par-là,

$$3^\circ\,5'\,54'',7.\sin.(v+46^\circ\,56'-i.\,52'',25);$$

c'est à ce terme que se réduit sensiblement, la valeur de s.

Pour avoir la durée des éclipses du premier satellite, nous reprendrons la formule de l'art. XII.

$$t = T(1+X)\left\{ [illegible] \right\}.$$

T est la demi-durée moyenne des éclipses du satellite dans ses nœuds, et cette demi-durée a été observée de 4075". c étant le moyen mouvement du satellite durant le temps t, on a,

$$c = 34536'',62$$

l'équation $\zeta = \frac{s}{(1-g)c}$, donnera donc

$$\zeta = 0,34794.\sin.(v+46^\circ\,56'-i.\,52'',25).$$

La valeur de v, donne à-fort-peu-près

$$X = -0,0088480.$$

Maintenant, on peut dans l'expression de t, négliger sans erreur

erreur sensible, le terme $- TX. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{(1-q)\ldots}$ [illegible]; on aura ainsi,

$$t = -682'',3. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v} \pm 4075''. (1+X). \sqrt{1-X-\ldots}$$ [illegible].

Soit T l'instant de la conjonction du satellite, en supposant son orbite, dans le plan de l'orbite de Jupiter; T sera donné par les tables de cette planète, et par l'expression précédente de v. Il est clair que l'instant de la conjonction réelle du satellite, retarde sur T de la quantité $\frac{1}{2}. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v}$ réduite en temps. Cette quantité ainsi réduite, est égale à $294'',3. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v}$; l'instant de l'immersion sera donc,

$$T - 388'',0. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v} - 4075''. (1+X). \sqrt{1-X-\ldots};$$

l'instant de l'émersion sera,

$$T - 388'',0. \frac{\zeta\,\partial\zeta}{\partial v} + 4075''. (1+X). \sqrt{1-X-\ldots};$$

et la durée entière de l'éclipse sera,

[illegible] $. (1+X). \sqrt{1-X-\ldots}$.

Le coëfficient 0,34794 du premier terme de l'expression de ζ doit être rectifié, en le faisant varier dans le rapport de l'inclinaison de l'équateur de Jupiter, rectifiée par les éclipses du troisième et du quatrième satellite, à l'inclinaison supposée de 3° 6'. Enfin, il faut employer l'angle constant 46° 56', de ce même terme, corrigé par les mêmes éclipses.

Pour corriger les autres élémens du mouvement du premier satellite, on formera des tables provisoires de ce satellite, avec les élémens précédens; on calculera par ces tables, une phase quelconque observée, d'une éclipse; soit q l'excès de l'intant observé sur l'instant calculé; soit $\delta\varepsilon$ la correction de l'époque de la longitude en 1700, réduite en temps, à raison du mouvement moyen synodique du satellite; soit

δn la correction du mouvement annuel des conjonctions moyennes du satellite ; soit encore δy, la correction du coëfficient de sin. $2(\theta - \theta')$ de l'expression de v, cette correction étant réduite en temps ; enfin, soit δT la correction de la demi-durée moyenne des éclipses dans les nœuds ; la demi durée moyenne des éclipses, dans les plus grandes latitudes du satellite, ne différant que d'environ 4', de cette demi-durée ; on peut supposer sans erreur sensible, que δT est la correction de la demi-durée d'une éclipse quelconque. Cela posé, on aura l'équation de condition,

$$q = \delta \varepsilon + i . \delta n + \delta y . \sin. 2(\theta - \theta') \mp \delta T.$$

Le signe supérieur ayant lieu pour les immersions, et le signe inférieur ayant lieu pour les émersions ; i est comme ci-dessus, le nombre des années juliennes, écoulées depuis 1700.

Il seroit utile d'ajouter aux quatre indéterminées précédentes, une cinquième indéterminée pour la correction du mouvement de la lumière. Les éclipses du premier satellite ont fait reconnoître ce mouvement, et je suis persuadé qu'elles peuvent le donner avec plus de précision, que l'aberration des fixes. Il faut pour cela, choisir un grand nombre d'éclipses observées fort près de la conjonction de Jupiter, et en pareil nombre avant comme après, ensorte qu'il y ait autant d'immersions que d'émersions. De cette manière, les erreurs sur la durée de ces éclipses, auront peu d'influence sur leur résultat moyen, que l'on comparera à celui d'un grand nombre d'éclipses observées fort près de l'opposition de Jupiter, et en pareil nombre avant comme après, ensorte qu'il y ait autant d'immersions que d'émersions. Si l'on a soin de choisir, autant qu'il est possible, des observations faites par les mêmes observateurs, ou avec des lunettes de pareille force et dans le même climat, on aura avec beaucoup d'exactitude, l'équation de la lumière, dont la détermination précise intéresse toute l'Astronomie.

XXXI.

CONCLUSION.

J'ai donné dans la première partie de cette ouvrage, la théorie analytique des inégalités des satellites de Jupiter, et j'ai fait ensorte de n'omettre aucune de celles qui peuvent influer d'une manière sensible, sur leurs mouvemens. Dans la seconde partie, j'ai présenté le résultat de leur comparaison avec un très-grand nombre d'observations, et les formules nécessaires pour déterminer les mouvemens des satellites. Je vais rappeller ici les principaux résultats de la théorie et des observations, pour mieux faire sentir l'exactitude de cette théorie, et son utilité dans cette branche délicate et importante de l'Astronomie.

Les moyens mouvemens et les époques des trois premiers satellites de Jupiter, tirés des tables de M. Wargentin, offroient un résultat très-remarquable; le moyen mouvement du premier satellite, plus deux fois celui du troisième, approchoit extrêmement d'égaler trois fois le moyen mouvement du second.

Pareillement, la longitude moyenne du premier satellite en 1700, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, approchoit extrêmement de 180°; d'où il suivoit que les trois premiers satellites ne pourroient être à la fois éclipsés, qu'après un très-grand nombre de siècles.

Frappé de ces résultats, je soupçonnai que ces égalités très-approchées, dont cependant les tables différoient encore de plusieurs minutes, étoient rigoureuses, et que les différences des tables dépendoient des erreurs dont elles étoient encore susceptibles. Je cherchai donc dans la théorie, la cause de ces égalités, et je trouvai en l'approfondissant, que l'action mutuelle des trois premiers satellites, rendoit les rapports précédens rigoureusement exacts; d'où je conclus qu'en déterminant avec plus de précision qu'on ne l'avoit

fait encore, les mouvemens de ces satellites, et en employant [illegible] ces mouvemens approcheroient encore plus de ces rapports. J'ai eu la satisfaction de voir cette conséquence de la théorie, confirmée par les recherches de M. de Lambre. On a vu précédemment que la comparaison d'un très-grand nombre d'observations lui a donné

Moyen mouv. sécul. du 1er. satel. 20645^{rév} 7^s 25° 29′ 11″,4

Moyen mouv. sécul. du 2e. satel. 10285^{rév} 5^s 25° 14′ 13″,0

Moyen mouv. sécul. du 3e. satel. 5105^{rév} 1^s 22° 6′ 42″,0.

Ces résultats donnent le moyen mouvement séculaire du premier satellite, moins trois fois celui du second, plus deux celui du troisième, égal à — 3″,6. On ne peut desirer un accord plus satisfaisant entre la théorie et les observations. Pour les faire coincider exactement, M. de Lambre, dans ses tables, a ajouté 0″,6 au moyen mouvement séculaire du premier et du troisième satellite, et a retranché 0″,6 du moyen mouvement séculaire du second.

On a vu pareillement que les observations ont donné à M. de Lambre

Long. moyenne du 1er. satel. en 1700. 2^s 17° 15′ 47″

Long. moyenne du 2e. satel. . . . . 2^s 15° 15′ 52″

Long. moyenne du 3e. satel. . . . . 5^s 14° 12′ 12″,4;

ces résultats donnent la longitude moyenne du premier satellite, en 1700, moins trois fois celle du second plus deux fois celle du troisième, égale à 5^s 29° 59′ 35″,8. Suivant la théorie, cette quantité doit être de 6^s : il n'y a donc ici qu'une différence de 24″,2, entre la théorie et les observations : ainsi elles s'accordent aussi bien qu'on peut le desirer. Pour les faire coincider exactement, M. de Lambre, dans ses tables, a ajouté 4″ aux longitudes du premier et du troisième satellite,

en 1700, et il a retranché 4″, de la longitude moyenne du second satellite.

Il n'est pas nécessaire, comme on l'a vu dans l'art. XIV, que les rapports précédens entre les moyens mouvemens et les longitudes des trois premiers satellites, ayent eu lieu exactement à l'origine de ces mouvemens : il suffit que ces mouvemens s'en soient peu écartés, et alors l'action mutuelle des satellites a suffi pour établir rigoureusement ces rapports. La différence des rapports primitifs aux rapports actuels, a donné lieu à une inégalité d'une étendue arbitraire, commune aux trois satellites, et que j'ai désignée sous le nom de *libration*. Mais la discussion d'un grand nombre d'observations n'ayant point fait reconnoître cette inégalité, elle doit être fort petite, et même insensible.

Les trois premiers satellites de Jupiter sont assujettis à une inégalité dont la période est d'environ 437 jours, et que les observations ont fait connoître. Cette inégalité est dûe à l'action mutuelle de ces trois satellites, et sert à déterminer leurs masses. Nous en avons développé la cause dans l'article V.

Les orbites des deux premiers satellites n'ont point d'excentricité sensible ; mais les excentricités des orbites du troisième et du quatrième sont fort sensibles. La plus considérable est celle du quatrième : elle se répand sur les orbites des trois autres ; mais plus foiblement à mesure qu'ils sont plus près de Jupiter. En se combinant avec l'excentricité propre à l'orbite du troisième satellite, elle produit dans son mouvement une équation du centre, variable et rapportée à une abside dont le mouvement est variable. Cette double excentricité de l'orbite du troisième satellite a fort embarrassé les Astronomes qui l'auroient difficilement reconnue par les seules observations.

Les plans des orbites des satellites de Jupiter sont variables ; on peut représenter à-peu-près leurs mouvemens, en concevant chacune d'elles, mue uniformément sur un plan qui

passe constamment par l'intersection de l'équateur et de l'orbite de Jupiter, entre ces deux plans, et qui est incliné à l'équateur, d'un angle plus grand, à mesure que les satellites sont plus éloignés de Jupiter. Cette différence d'inclinaison a été reconnue par les Astronomes, sans qu'ils en aient deviné la cause ; car, suivant la table des élémens des satellites que M. de la Lande a insérée dans la troisième édition de son Astronomie, n°. 3025, les inclinaisons moyennes des orbites, sur l'orbite de Jupiter dans le plan fixe de l'orbite, sont, 3° 18′ 38″ pour le premier satellite, 3° 16′ 0″ pour le second, et 3° 13′ 58″ pour le troisième; ensorte que la différence des inclinaisons moyennes des orbites du premier et du troisième satellite, est 4′ 40″, différence qui, suivant la théorie précédente, est d'environ 6′.

Depuis l'époque de la découverte des satellites de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite du quatrième est parvenue à son *minimum ;* elle a donc été stationnaire pendant un assez grand nombre d'années, et ses nœuds ont eu un mouvement annuel direct d'environ 4′, sur l'orbite de Jupiter. Cette circonstance, que les observations ont fait connoître, a été saisie par les Astronomes, pour calculer les éclipses de ce satellite; mais depuis plusieurs années, les observations ont fait appercevoir dans l'inclinaison, un accroissement très-sensible, qui, sans le secours de la théorie, eût rendu très-difficile, la formation des tables de ce satellite.

Ainsi la théorie a non-seulement expliqué la cause des inégalités que les observations ont fait connoître, mais elle a développé les loix de toutes les inégalités qui, en se combinant entre elles, offroient aux Astronomes, des résultats trop compliqués pour qu'ils aient pu demêler les inégalités simples dont ils étoient formés. Elle a banni tout empyrisme, des tables des satellites de Jupiter; et celles que M. de Lambre vient de publier dans la troisième édition de l'Astronomie de M. la Lande, étant fondées sur la théorie de la pesanteur universelle, elles ont l'avantage de s'étendre à

tous les temps, en rectifiant les données, que l'observation seule peut déterminer.

La grande influence de l'applatissement de Jupiter sur les variations des orbites des satellites, détermine avec beaucoup de précision, cet applatissement. On a vu dans l'article XXIII, qu'il s'accorde parfaitement avec les mesures directes les plus exactes. Cet accord prouve que la gravitation des satellites de Jupiter vers cette planète, se compose de leur gravitation vers chacune de ses molécules ; puisque c'est dans cette hypothèse, que nous avons calculé les variations des orbites des satellites. La vérité de cette hypothèse résulte du principe de l'égalité entre l'action et la réaction ; car tous les corps à la surface de la terre, pesant vers son centre, il est nécessaire que la terre pese vers chacun d'eux, et qu'ainsi, il y ait entre toutes les molécules de la matière, un action réciproque, d'où résulte la sphéricité des corps célestes, et leur force attractive ; mais les phénomènes de l'applatissement de la terre, de la variation de la pesanteur à sa surface, et des variations des orbites des satellites de Jupiter, démontrent *à posteriori*, cette loi de la nature.

J'ai observé dans l'article XXX, que les éclipses du premier satellite pouvoient donner la quantité de l'aberration, avec plus de précision encore que les observations directes. M. de Lambre ayant bien voulu, à ma prière, discuter dans cette vue, un grand nombre d'éclipses de ce satellite, il a trouvé $20'' \frac{1}{4}$ pour la valeur entière de l'aberration. Cette valeur est exactement celle que Bradlei a fixée par ses observations. Il est curieux de voir un aussi parfait accord entre deux résultats conclus par des méthodes aussi différentes. Il suit de cet accord, que la vîtesse de la lumière est uniforme dans tout l'espace compris par l'orbe terrestre ; en effet, la vîtesse de la lumière donnée par les observations de l'aberration, est celle qui a lieu sur l'orbite terrestre, et qui en se combinant avec le mouvement de la terre, produit

le phénomène de l'aberration. La vitesse de la lumière, conclue des éclipses, est déterminée par le temps que la lumière emploie à traverser l'orbe terrestre; ainsi, ces deux vitesses étant les mêmes, la vitesse de la lumière est uniforme dans toute la longueur du diamètre de l'orbe de la terre. Cette uniformité est une nouvelle raison de penser que la lumière du soleil est une émanation de cet astre; car si elle étoit produite par les vibrations d'un fluide élastique, il y a tout lieu de penser que ce fluide seroit plus élastique et plus dense en approchant du soleil, et qu'ainsi, la vitesse de ses vibrations ne seroit pas uniforme.



MÉMOIRE

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LES MATIÈRES ANIMALES, FAITES DANS LE LABORATOIRE DU LYCÉE.

Par M. FOURCROY.

Sur le sang artériel et veineux du bœuf, mêlé.

I.

Le sang du bœuf, qui provient des artères et des veines de la base du cœur, ouvertes à la fois, se prend, en refroidissant, en une masse plus ou moins solide, suivant la force de l'animal; il s'en sépare peu-à-peu une liqueur blanche, un peu jaune, que l'on nomme *sérum*. Si on mêle bien toutes les parties du sang, en l'agitant lorsqu'il sort des vaisseaux qui le contenoient dans l'animal, et quelque temps après qu'il est sorti, il ne se coagule point comme dans le premier cas, il s'en sépare seulement une matière floconeuse, spongieuse, qui vient nager à la surface de la liqueur: c'est ce que font les bouchers avant de vendre le sang aux différens ouvriers.

II.

Le sang, après avoir été tiré du corps de l'animal, se prend à une température de vingt degrés. Dans le moment

où il se fige, il s'en dégage une quantité de calorique, qui élève sa température de cinq degrés ; ce qui fait monter le thermomètre à vingt-cinq degrés.

III.

Le sang qui n'a point été coagulé par le refroidissement, donne huit degrés à l'aréomètre de Beaumé, la température de l'air étant à douze degrés.

IV.

Le sang qui a été agité, et qui ne s'est pas pris en refroidissant, se coagule à cinquante-cinq degrés du thermomètre de Réaumur; il s'en sépare, pendant la coagulation, une assez grande quantité de bulles d'air, qui restent adhérentes aux parois du vase qui le contient ; on remarque aussi à la partie intérieure de la masse coagulée, beaucoup de cellules qui ne peuvent être dûes qu'au dégagement, ou au moins, au développement d'un fluide élastique quelconque. La masse coagulée a une consistance et une odeur assez semblables à celles du blanc d'œuf cuit ; sa couleur est d'un gris de perle. Il se sépare, pendant la coagulation du sang, une liqueur assez fluide, un peu laiteuse, au moins opaline, et qui mousse beaucoup par l'agitation : elle verdit les couleurs de mauves et de violettes.

V.

Le 21 mars 1790, on a mis une portion de sang de bœuf agité, et dont il ne s'étoit point séparé de principes par le refroidissement, dans un vase contenant soixante-dix pouces cubes de gaz oxigène, et on a laissé ces deux substances en contact pendant trente jours.

Quelques heures après, on a observé qu'il prenoit une couleur rouge beaucoup plus vive que celle qu'il avoit auparavant.

Huit jours après, le sang ayant resté en repos dans le vase où il étoit contenu avec l'air vital, avoit acquis une couleur pourpre très-belle ; mais aussitôt qu'il étoit agité avec l'air, et que leur contact mutuel étoit multiplié, il reprenoit une belle couleur rouge-écarlate.

Le 5 avril, le sang avoit une couleur de lie de vin très-foncée ; il ne devenoit que très-difficilement écarlate, comme dans les premiers jours, par l'agitation.

Pour savoir quels changemens l'air et le sang avoient subis, on a débouché le vase dans l'eau distillée à la même température que celle où étoit l'air lorsqu'il avoit été mêlé avec le sang : il y avoit environ $\frac{1}{10}$ de diminution ; ce qui a été reconnu par l'ascension de l'eau. Un peu de l'air restant, mis en contact avec une bougie allumée, ne la faisoit pas brûler beaucoup plus vîte que l'air atmosphérique ; le vase laissé en contact avec l'eau, s'est rempli presque à la moitié de ce fluide, et celui-ci avoit la propriété de précipiter fort abondamment l'eau de chaux en carbonate calcaire ; ce qui indique qu'il s'est formé de l'acide carbonique aux dépens du charbon du sang et de l'oxigène de l'air vital.

V I.

Le 21 mars 1790, on a mis une certaine quantité du même sang que le précédent, avec 70 pouces cubes de gaz hydrogène, obtenu par la dissolution du fer doux dans l'acide sulfurique étendu d'eau. Au bout de quelques jours on s'est apperçu que la couleur naturelle du sang avoit perdu de son brillant, et étoit devenue brune ; quatre jours après il a paru se décomposer et se séparer en plusieurs parties : il avoit alors un aspect huileux, et sa couleur étoit pourpre, comme à-peu-près celle du vin ou de sa lie.

Le 30, sa couleur pourpre étoit encore bien plus foncée, sa consistance paroissoit bien moins considérable qu'auparavant, et le mouvement qu'il subissoit ne changeoit point cette couleur, comme dans l'air vital.

VII.

Le 27 mars 1790, on a mis une certaine quantité de sang du bœuf dans une bouteille qui étoit presque entièrement remplie par ce fluide, et qui portoit sur son épaule un tube qui plongeoit dans une cloche pleine d'eau.

Le baromètre étoit à vingt-huit pouces moins une ligne, et le thermomètre à 13 degrés, quand on a mis le sang en expérience, et cette température s'est assez constamment soutenue pendant tout le temps qu'elle a durée, si l'on en excepte les nuits : pendant le jour, l'appareil étoit exposé au soleil.

VIII.

On a mis une livre de sang desséché, dans un creuset, qu'on a chauffé par degrés; la matière s'est d'abord ramollie, et s'est considérablement gonflée; elle exhaloit des fumées jaunes-verdâtres, très-abondantes et très-fétides; elle s'est enflammée, et a répandu une flamme blanche et manifestement huileuse. Peu-à-peu elle s'est affaissée, et lorsqu'elle n'a plus répandu de vapeurs blanches fétides et ammoniacales, il s'en est dégagé une autre fumée plus légère, qui piquoit les yeux et les narines, qui avoit l'odeur de l'acide prussique, et qui rougissoit les papiers bleus mouillés que l'on exposoit à son contact. Au bout de six heures de combustion, et lorsque la matière a été consumée aux $\frac{3}{4}$, elle s'est ramollie de nouveau; elle a offert à sa surface une flamme pourpre et une fumée assez épaisse (qui n'étoit plus de l'huile en vapeurs); cette fumée piquoit fortement les narines et les yeux, et rougissoit les papiers bleus; mais n'avoit point l'odeur de l'acide prussique. On a exposé à cette vapeur une cloche mouillée; cette eau a donné ensuite, en la traitant par les réactifs, des traces d'acide phosphorique.

Le résidu de cette opération pesoit 2 gros 37 grains; il avoit une couleur noire assez foncée; ses molécules étoient

brillantes comme celles d'une matière métallique (elles ressemblent parfaitement au fer noir de l'isle d'Elbe); elles étoient attirables à l'aimant; quelques-unes, qui avoient été moins chauffées, avoient une couleur plus rouge, et n'étoient ni aussi brillantes que les premières, ni attirables à l'aimant comme elles.

Ce résidu ne donnoit point de traces de soude, quoique le même sang chauffé moins fort et moins long-temps en donnât abondamment; il contenoit encore du muriate de soude ou sel marin, qu'on a retiré par le lavage. L'acide muriatique a dissous une partie de ce résidu, qui lui a donné une couleur jaune. Ce qui est resté après cette dissolution, étoit la silice provenant du creuset.

Cette expérience, qu'on a certainement faite bien des fois dans les laboratoires et dans les atteliers, n'a cependant jamais été décrite avec précision. On voit, d'après l'énoncé ci-dessus, que le sang entier décomposé par la chaleur, et avec le contact de l'air, a d'abord donné une vapeur huileuse et ammoniacale: ce sont deux matières, l'huile et l'ammoiaque qui se forment et se dégagent les premières; ensuite il leur succède du gaz acide prussique, très-reconnoissable à son odeur et par sa propriété de précipiter le fer en bleu. Le second ramollissement n'a lieu qu'à cause des sels et des matières fixes, qui sont alors dans ce résidu; il s'y forme du phosphore par l'action du carbone sur l'acide phosphorique mis à nud; ce phosphore brûle et produit la flamme pourpre dont nous avons parlé; l'acide phosphorique réformé par cette combustion, se dégage en vapeurs; la soude, contenue dans le sang, est volatilisée par la grande chaleur que l'on emploie; enfin, l'oxide de fer est en partie réduit, se fond et se cristalise en passant à l'état d'oxide noir, et en devenant attirable à l'aimant.

IX.

On a pris quatre onces de sang desséché, et on les a introduits dans une cornue de verre, à laquelle on a adapté

un récipient et un tube qui plongeoit sous une cloche pleine d'eau; au commencement, il a passé une liqueur claire comme de l'eau pure, ensuite il s'est dégagé de l'acide carbonique et du carbonate ammoniacal, qui a tapissé les parois du ballon de très-beaux cristaux : à ces premiers produits ont succédé de l'huile fluide, du gaz hydrogène, et une liqueur huileuse et épaisse comme du beurre. La portion aqueuse obtenue dans cette expérience, précipitoit en vert le sulfate de fer : de l'acide muriatique versé sur le précipité ne l'a point entièrement dissous; il est resté un peu de véritable bleu de Prusse.

X.

On a mêlé six livres de sang de bœuf avec trois livres d'eau distillée; on a fait bouillir le mélange jusqu'à ce que le sang ait entièrement été coagulé; ensuite on a filtré cette liqueur à travers un linge; elle a passé claire, et la matière coagulée restée sur le filtre, avoit une couleur rougeâtre. La liqueur bien filtrée avoit une couleur verdâtre et une odeur parfaitement semblable à celle de la bile évaporée, jusqu'en consistance de miel; son odeur de bile est devenue très-forte, et sa couleur verte plus foncée; on y a trouvé, vingt-quatre heures après, beaucoup de cristaux cubiques. Une petite portion de cette espèce d'extrait, dissoute de nouveau dans l'eau, lui a donné une couleur verdâtre, et la propriété de mousser fortement par l'agitation. Cette dissolution a été précipitée par les acides, ainsi que par l'alcool : ce dernier précipité étoit dissoluble dans l'eau froide; c'est de la gélatine. La précipitation par les acides étoit une véritable décomposition semblable à celle de la bile même, traitée par ces substances. Enfin, ce produit extrait du sang, par un procédé simple, avoit tous les caractères de la bile de bœuf; son odeur, sa couleur, sa saveur amère et nauséabonde, et sa manière de se comporter avec tous les réactifs. Voilà donc la présence de la bile dans le sang, démontrée par des expériences directes. Cette expérience confirme une des idées des an-

ciens, sur la composition du sang; mais elle doit avoir une influence remarquable sur la physique animale; elle pourra conduire, lorsqu'elle aura été suffisamment répétée à la découverte du mécanisme des sécrétions, et en particulier de celui de la bile dans le foie.

X I.

Le sérum séparé du sang de bœuf par le repos, a une couleur légèrement jaune, une fluidité assez grande; sa pesanteur spécifique au pèse-liqueur de Baumé, pour les acides, est de 8 degrés plus grande que celle de l'eau; il a une odeur fade, une saveur un peu salée; il mousse fortement par l'agitation; il se dissout très-bien dans l'eau, depuis la température de zéro, jusqu'à celle de 50 à 55 degrés, à laquelle il se coagule. Les acides et l'alcool le coagulent, et il se dégage en même-temps du calorique.

X I I.

Le sérum contenu dans un vase de verre, de l'épaisseur d'une ligne, et plongé dans un bain-marie d'eau distillée, s'est coagulé à 60 degrés du thermomètre de Réaumur, le baromètre à 28 pouces: aussi-tôt que le sérum a commencé à se coaguler, le thermomètre est monté très-promptement, et il a été même au-dessus du degré de l'eau bouillante, quoique de l'eau contenue dans un vase pareil, et plongée dans ce bain, n'ait fait monter le thermomètre qu'à 75 degrés, et quoique l'air n'y ait pris que la température de 69 à 70 degrés.

Le sérum coagulé par ce procédé, avoit une couleur blanche-grisâtre, une consistance et une odeur à-peu-près semblable au blanc d'œuf cuit; il en a même, en quelque sorte, la saveur: la masse du sérum coagulé, est comme percée de beaucoup de trous, de cavernes ou de cellules qui renferment un gaz, dont on n'a pas pu connoître la nature; il est cependant vraisemblable que c'est de l'air atmosphérique; il se sépare pendant la coagulation du sérum une liqueur légèrement trouble;

[illegible] dans le sang entier, mais qui en diffère dans celui-ci, en ce que la liqueur est toujours claire, tandis que celle du sérum est constamment louche ; en évaporant cette liqueur séparée du sérum, on la voit ensuite se prendre en masse tremblante par le refroidissement ; c'est de la véritable matière gélatineuse. Dehaen a entrevu la présence de cette matière dans le sang. (*Rat. medendi.*)

XIII.

Le sérum du sang étendu de six parties d'eau distillée, ne s'est point coagulé par la chaleur de l'eau bouillante ; et rapproché par l'évaporation au degré de densité qu'il avoit avant l'addition de l'eau, et même à une densité plus forte, il ne s'est point coagulé davantage, mais il s'est formé à sa surface une pellicule transparente, assez ferme, et semblable à celle que l'on observe sur le lait chauffé, et qui a été bien décrite par MM. Parmentier et Deyeux ; MM. Darcet et Schéele, avoient déjà reconnu que l'addition d'une certaine quantité d'eau empêche le sérum de se coaguler par la chaleur.

Le sérum qui n'est étendu que de moitié de son poids d'eau, se coagule, en présentant à-peu-près les mêmes phénomènes que le lait traité par les acides. L'eau dans laquelle nage ce coagulum, est blanche, de couleur opale ; elle a une saveur douce et une odeur semblable à celle qui est répandue dans les étables. Évaporée à une douce chaleur, et jusqu'à siccité, elle forme des membranes ou des plaques sèches, transparentes, semblables à de la corne.

C'est en étendant le sérum de deux parties d'eau, en le faisant coaguler, et en évaporant ensuite la liqueur, que nous avons obtenu le carbonate de soude et le sel marin que ce fluide contient ; ces sels ne sont que légèrement embarrassés par la portion de gelatine et d'albumen, qui restent en dissolution dans cette eau ; ils s'en séparent par le refroidissement de la liqueur assez fortement évaporée.

XIV.

sébacique, et en général la décomposition des matières organiques. Cette assertion, appliquée au beurre, exige quelques restrictions, d'après les considérations suivantes; 1°. avant que le beurre commence à s'altérer, les deux tiers de l'air ont été expulsés hors des vaisseaux par la chaleur; 2°. la quantité n'est jamais proportionnée à celle de l'air des vases; 3°. il ne se forme point d'acide carbonique; 4°. il reste dans la cornue une certaine quantité de carbone, privée d'oxigène; 5°. l'huile distillée contient beaucoup moins d'oxigène que le beurre qui lui a donné naissance.

On voit par ces observations que l'air atmosphérique, n'est point d'une nécessité absolue pour la formation de l'acide sébacique dans la première distillation du beurre; l'oxigène qu'il contient se partage inégalement à l'aide de la chaleur: il résulte de ce partage inégal des principes désoxigènés, et d'autres plus oxigènés qu'ils ne l'étoient. C'est sur-tout dans les distillations successives du beurre, que l'air atmosphérique est nécessaire pour la formation de l'acide sébacique, parce que la quantité d'oxigène que contient le beurre n'est point assez considérable pour convertir totalement ses principes en acide; aussi, s'en forme-t-il beaucoup dans un grand appareil, tandis qu'au contraire ce beurre passe presque sans altération, lorsqu'on le chauffe dans une petite cornue, à laquelle on adapte un récipient étroit.

X.

Le beurre forme avec la potasse pure, un savon légèrement solide, d'une couleur jaune, d'une odeur agréable, qui se dissout très-bien dans l'eau, et qui dégraisse parfaitement les étoffes et les mains. Ce savon pourroit servir avec avantage dans la médecine.

Sur le fromage.

I.

Nous n'avons presque rien vu de nouveau sur le fromage. Schéele et MM. Parmentier et Deyeux ont vu et

dit ce que cette matière présente de plus intéressant ; elle est assez bien connue, et il ne nous manque presque que les proportions de ses principes.

Schéele nous a fait connoître que les acides en coagulant le fromage du lait, en dissolvent une partie d'autant plus grande, que la quantité de l'acide employé l'étoit elle-même ; cette matière nous a paru avoir une attraction plus forte pour quelques-uns d'entre eux, et c'est en général pour les acides végétaux, tels que le vinaigre, l'acide lactique, etc., et parmi les acides minéraux, pour l'acide sulfurique étendu. Elle a aussi une forte attraction pour le sérum doux du lait, puisque ce liquide, de quelque manière qu'il ait été clarifié, en dépose toujours en passant à l'état d'acide.

II.

La manière dont les alcalis fixes agissent sur la matière caséeuse, récemment extraite du lait, mérite un examen particulier. Lorsqu'on met des flocons de fromage dans la potasse ou la soude liquides et bien caustiques, ils deviennent transparens, se fondent et se dissolvent ; il se dégage pendant cette opération une très-grande quantité d'ammoniaque. (MM. Parmentier et Deyeux ont vu ce fait). La même chose a eu lieu avec le gluten de la farine et la chair des animaux. Cette ammoniaque est certainement formée au moment de l'action de cet alcali ; car le fromage frais n'a aucun caractère qui indique la présence de ce sel ; il ne verdit pas les couleurs bleues ; il ne donne point d'ammoniaque à une température douce ; il paroît que pendant que les alcalis fixes tendent à s'unir avec une certaine portion de fromage, les principes de celui-ci changent tout-à-coup dans leur attraction, une certaine quantité d'hydrogène et d'azote se combine à part pour former l'ammoniaque ; l'eau contribue à ces attractions électives, car la production d'ammoniaque n'a pas lieu dans le fromage desséché.

III.

La portion de fromage que l'alcali tient en dissolution, donne à la liqueur une couleur fauve, qui devient brune lorsqu'on emploie une chaleur un peu forte; dans le dernier cas, il se dépose une petite quantité de charbon. Cette matière peut être séparée de la soude et de la potasse par un acide quelconque; mais après cette séparation, elle ne jouit plus des propriétés ordinaires du fromage. Elle a une couleur noire; elle se fond au feu comme une huile épaisse, elle ne se dessèche plus, et reste grasse sur les papiers sur lesquels on l'étend pour lui faire prendre de la solidité. Il paroît que l'azote et l'hydrogène se dégagent d'abord pour former de l'ammoniaque. L'hydrogène et l'oxigène, devenus plus abondans dans la matière du fromage, lui donnent des caractères huileux; de sorte que sa dissolution dans l'alcali est une sorte de savon : au reste, cette expérience mérite d'être répétée.

Sur la bile.

I.

La bile est une liqueur savoneuse, composée de résine et d'alcali, suivant plusieurs chymistes. J'ai fait connoître, il y a dix ans, qu'elle contenoit encore une substance analogue à l'albumen de l'œuf.

II.

L'acide muriatique oxigèné détruit la couleur de la bile, et en coagule la partie albumineuse, qui se précipite en flocons blancs; le savon bilieux reste en dissolution, et semble n'être que de l'eau pure, car il a perdu sa couleur et son odeur; mais il conserve toute son amertume. Si l'on a mis plus d'acide muriatique oxigèné qu'il n'en faut pour coaguler l'albumen, cet excès agit peu à-peu sur l'huile du savon, et la sépare bientôt sous forme concrète, et avec une couleur blanche.

Comme il paroit que ce n'est qu'en fournissant de l'oxigène à l'albumen que l'acide muriatique oxigèné coagule la bile, il est vraisemblable que la portion de cet acide, revenue à son état simple, décompose une certaine quantité de savon biliaire, et que par conséquent l'albumen doit être toujours mêlé d'un peu de résine ou d'huile concrète de la bile.

III.

Si dans la bile traitée par l'acide muriatique oxigèné, et qui a perdu sa couleur, on met un acide simple, comme l'acide sulfurique, etc., il se fait sur-le-champ un précipité blanc concret, et de la consistance de la graisse. Ce précipité blanc, qui est la résine de la bile un peu altérée par l'oxigène de l'acide muriatique, se délaie parfaitement dans l'eau, et s'y dissout même lorsqu'elle est chaude : cette propriété est très-singulière ; car la soude, qui la rend ordinairement dissoluble, n'y est plus restée, puisqu'elle s'est unie à l'acide dont on s'est servi pour décomposer la bile.

Cette huile concrète, ou cette sorte de résine blanche, se dissout à froid dans l'alcool, et, lorsqu'on emploie la chaleur pour accélérer cette dissolution, il se forme une certaine quantité d'éther, ce qui paroit tenir à l'oxigène que cette huile contient, et qui, en passant dans l'alcool, change les proportions de ses principes. La dissolution de [illegible], exposée à l'air, perd peu-à-peu son alcool et s'épaissit ; mais elle ne devient que très-difficilement solide. Si, lorsqu'elle est épaissie comme un sirop, on la mêle à de l'eau, elle s'y unit parfaitement ; ce qui sembleroit annoncer que le savon biliaire n'a pas été décomposé : mais quand on ajoute à cette dissolution un acide quelconque, il se fait sur-le-champ un précipité.

Une autre expérience qui n'est pas moins singulière, c'est que si l'on met une nouvelle quantité d'alcool dans la dissolution de résine de bile épaissie à l'air, et qu'on y ajoute ensuite de l'eau, il se forme un précipité abondant.

IV.

Le même phénomène sur la dissolubilité de cette matière, nommée résine de la bile, dans l'eau, avoit été observée, il y a quelques années, dans mon laboratoire. Après avoir préparé la prétendue résine de bile par un acide, on voulut laver cette matière colorante, pour emporter l'excès d'acide et la substance saline qu'elle pouvoit contenir ; l'eau qu'on employoit emportoit à chaque fois une portion de la résine elle-même. Il paroît qu'on auroit tout dissous, si on avoit continué de la laver ainsi. L'eau qui avoit dissous cette matière, donnoit un précipité de résine de bile, par l'addition d'un acide. Le second précipité est également dissoluble dans l'eau, lorsqu'il est privé de tout excès d'acide. Il sembleroit donc que la matière colorante de la bile, regardée jusqu'ici comme une espèce de résine, est en partie dissoluble dans l'eau, et ne prend un caractère apparent d'indissolubilité dans ce liquide, que par la présence d'un acide.

V.

On avoit pensé que la matière blanche que l'on séparoit de la bile de bœuf par l'acide muriatique oxigéné, avoit quelque analogie avec la matière blanche et cristalline des calculs de la vésicule du fiel de l'homme ; mais on s'est bientôt apperçu qu'elle en différoit par plusieurs caractères. 1°. Elle se dissout dans l'eau, ce que ne fait pas la matière cristalline du calcul ; 2°. elle est beaucoup plus molle et plus fusible que cette dernière ; sa fusibilité égale à-peu-près celle de la graisse (elle a lieu à 52 ou 55 degrés), tandis que la matière cristalline des calculs biliaires humains ne se fond qu'à une chaleur au-dessus de 90 degrés, et reste solide au-dessus de de l'eau bouillante.

VI.

Lorsque la bile a perdu son huile par l'action d'une forte chaleur, on éprouve les plus grandes difficultés pour [illegible]

son charbon en cendre pendant qu'on le fait rougir ; la soude se volatilise si facilement, que la cendre noirâtre qui en résulte ne contient plus d'alcali, et n'en fournit aucune trace dans l'eau ; l'incinération est donc un procédé défectueux pour connoître les principes fixes de la bile, et sur-tout pour déterminer leur proportion.

Sur l'urine humaine.

I.

L'URINE la plus fraîche exhale, quand on la fait évaporer à une chaleur un peu forte, une odeur d'ammoniaque ; on soupçonne qu'elle est dûe à la décomposition du phosphate d'ammoniaque, dont les principes ne tiennent qu'avec une attraction très-foible. Ce qui donne un degré de vraisemblance à cette supposition, c'est qu'à mesure que l'urine s'évapore, elle devient plus acide, c'est-à-dire, qu'il faut plus d'ammoniaque pour la saturer, qu'avant d'avoir été exposée à la chaleur.

II.

NOUS nous sommes apperçus qu'outre l'ammoniaque qui se séparoit de l'urine par la chaleur, une petite portion d'acide phosphorique se dégageoit aussi, parce qu'on n'a pas obtenu une aussi grande quantité de précipité par l'eau de chaux, d'une livre d'urine aux trois quarts évaporée, que de celle qui ne l'avoit point encore été. Ce fait a été vérifié d'une autre manière. En distillant l'urine dans des vases fermés, on a constamment obtenu dans le récipient une petite quantité de phosphate d'ammoniaque avec excès d'alcali : la présence de cette dernière a été jugée et par l'odeur et par les papiers de violettes ; l'acide phosphorique a été éprouvé par l'eau de chaux, qui a formé du phosphate calcaire dans le produit.

III.

UNE certaine quantité d'urine évaporée environ jusqu'à la moitié de son volume, a été abandonnée pendant plusieurs jours au contact de l'air, à la température de 15 degrés du thermomètre de Réaumur; au bout de ce temps elle a offert à sa surface une pellicule verte-bleuâtre, qui n'étoit pas dissoluble dans l'eau, mais qui la rendoit laiteuse lorsqu'on l'y agitoit pendant quelque temps. Cette urine, qui étoit fortement acide immédiatement après son évaporation, étoit devenue ammoniacale, répandoit une mauvaise odeur, et avoit déposé une assez grande quantité de matière jaunâtre.

Ces faits prouvent que pour connoître la quantité d'ammoniaque, la meilleure méthode est de verser dans l'urine fraîche de l'eau de chaux, pour l'un, et de l'acide muriatique ou sulfurique, pour l'autre; par la quantité de phosphate de chaux, on détermine celle de l'acide phosphorique; ensuite, en faisant évaporer la liqueur, la proportion de muriate d'ammoniaque qu'on en obtient, et qu'il est aisé de séparer de celui de soude, par le moyen de l'alcool, indique exactement la quantité de l'ammoniaque.

IV.

ON a reconnu la présence de l'acide sulfurique dans l'urine, par le moyen du muriate de baryte. Le précipité produit par ce sel étoit composé de sulfate et de phosphate de baryte; l'acide muriatique versé sur ce précipité, dissout le phosphate de baryte, et on peut déterminer la quantité d'acide sulfurique par la portion de précipité indissoluble, qui est du sulfate de baryte. (Spath pesant.)

Sur le sel fusible entier, extrait de l'urine humaine.

I.

DEPUIS six ans on conservoit dans un bocal de verre, recouvert d'un carton, quelques livres de sel fusible, retiré

de l'urine humaine par la première cristallisation; ce sel avoit une couleur brune et une odeur fétide particulière, à laquelle a succédé, depuis deux ans environ, une odeur de musc ou d'ambre très-sensible. Les chimistes ont trouvé que ce sel est composé de deux matières salines, de phosphate de soude, et de phosphate d'ammoniaque; ils ont dit qu'on pouvoit les obtenir séparément par la cristallisation. Ayant plusieurs fois essayé d'obtenir à part ces deux substances salines du sel fusible entier de l'urine, il nous a été impossible d'y réussir complètement : ils sont peut combinés intimement. Si une portion de l'un d'eux se présente presque pure, c'est lorsqu'elle est excédente à la combinaison saline triple qui a lieu entre ces deux matières : la portion qui se sépare ainsi presque seule, appartient au phosphate de soude, et cela n'a lieu qu'à la fin de la cristallisation. On s'est apperçu, en purifiant ce sel, que la quantité de phosphate d'ammoniaque, diminuoit à mesure que la cristallisation avançoit; c'est-à-dire que les levées de cristaux contenoient d'autant moins de ce sel, qu'elles approchoient davantage de la fin de l'opération, de manière qu'il peut y avoir des sels triples de la même nature générale, mais dans un grand nombre de proportions différentes.

I I.

Le sel fusible de l'urine, ou le phosphate triple de soude et d'ammoniaque, s'effleuroit à l'air; il verdit les papiers teints avec les fleurs de violettes; les cristaux qu'on en obtient, soit au commencement de l'opération, soit à la fin, c'est-à-dire, que ce soit du phosphate d'ammoniaque ou du phosphate de soude, produisent constamment cet effet. Cette propriété est très-singulière; car il est bien démontré que l'urine, en s'évaporant, perd de l'ammoniaque, que par conséquent elle devient acide, et cependant les sels qu'on en obtient verdissent les violettes au lieu de les rougir.

Une

Une autre observation qui n'est pas moins remarquable, c'est que du sel fusible de l'urine, qui est composé de phosphate d'ammoniaque et de phosphate de soude, exposé pendant long-temps à l'air, passe entièrement à l'état de phosphate de soude, qui verdit toujours les papiers de violettes. Le phosphate d'ammoniaque paroît donc s'être entièrement volatilisé à la chaleur simple de l'atmosphère, comme l'avoient déja reconnu MM. Rouelle et Chaulnes.

III.

Les différens sels triples, obtenus dans la purification du sel fusible entier de l'urine, donnent tous de l'ammoniaque par la chaux.

Cinq cents grains d'un de ces sels régulièrement cristallisé, mis dans une cornue, ont donné, 1°. une grande quantité d'eau; 2°. une légère dose d'ammoniaque sensible à l'odorat; 3°. un peu d'acide phosphorique combiné à l'ammoniaque; 4°. il est resté dans la cornue 60 grains de soude pure, de manière qu'il n'y a peut-être pas 00,5 de phosphate d'ammoniaque dans ce sel triple. Le produit liquide verdissoit les papiers de violettes, et la matière sèche restée dans la cornue, les verdissoit aussi au lieu de les rougir, comme elle l'auroit dû, puisqu'elle avoit perdu une portion plus grande d'ammoniaque que d'acide phosphorique.

IV.

Cette manière d'opérer ne nous ayant pas paru suffisante pour connoître exactement les proportions du sel triple de l'urine, nous avons eu recours à un autre procédé. On a précipité une dissolution de ce sel dans l'eau froide, par l'eau de chaux; on a ramassé le précipité, qu'on a fait sécher et qu'on a pesé; on a saturé ensuite la liqueur par l'acide muriatique; on l'a fait évaporer : les poids des muriates de soude et d'ammoniaque obtenus, ont donné les proportions

des phosphates de soude et d'ammoniaque. S'il arrivoit de mettre trop d'eau de chaux pour précipiter l'acide phosphorique, il faudroit, après avoir saturé la soude et l'ammoniaque, précipiter la chaux à l'aide de l'acide oxalique, afin de ne point avoir de muriate calcaire, très-difficile à séparer d'avec les deux autres, à la fin de l'opération.

Cent grains de sel fusible de l'urine, ou du phosphate de soude et d'ammoniaque cristallisé, ont donné par ce procédé :

1°. D'ammoniaque	19 grains.
2°. De soude	24
3°. D'acide phosphorique. . . .	32
4°. D'eau	25
	100

Sur le calcul de la vessie.

Les expériences qui ont été faites au Lycée ont ajouté à l'analyse de Bergman et de Schèele, sur les calculs de la vessie, les faits suivans.

I.

La dissolution de quelques calculs dans l'eau, rougit assez fortement le papier de tournesol.

II.

Les calculs donnent de l'acide prussique, par la simple distillation à feu nud, et par l'action de l'acide nitrique; mais cette opération mérite d'être décrite en détail.

La distillation du calcul urinaire donne d'abord un produit liquide sans couleur, ensuite des fluides élastiques qui paroissent composés d'acide carbonique, d'azote, et d'un peu d'hydrogène, quoiqu'ils ne soient pas inflammables; il s'attache ensuite dans le col de la cornue des cristaux

lamelleux, brillans et plus ou moins jaunâtres, d'acide lithique, et du carbonate d'ammoniaque en petite quantité ; il reste dans la cornue une grande quantité de charbon : on n'obtient pas sensiblement d'huile. En examinant le produit liquide, on y reconnoît l'odeur de l'acide prussique libre ; on trouve dans l'eau une petite quantité de carbonate ammonacal et de prussiate d'ammoniaque. On a distingué facilement la présence de l'acide prussique, par l'oxide de fer nouvellement précipité, qui a été changé en bleu de Prusse en le jettant dans cette liqueur.

III.

Il paroît, d'après ces faits, que le calcul de la vessie ne contient que très-peu d'hydrogène, puisqu'il ne se forme que peu d'ammoniaque, qu'il se dégage une grande quantité d'azote, et qu'il ne se forme pas d'huile. Il paroît aussi que l'acide lithique ne contient que très-peu d'oxigène, puisqu'il n'y a qu'une très-petite quantité de charbon à nud dans la cornue.

VI.

On peut inférer de ces observations, que l'acide prussique contient plus d'oxigène que l'acide lithique, puisqu'il n'y a que peu d'acide prussique de formé par une grande quantité d'acide lithique décomposé. Il est vrai qu'il se forme en même-temps de l'acide carbonique ; mais la quantité de ce dernier acide est très-foible, en comparaison de la masse de charbon qui reste dans la cornue. Il semble que l'acide lithique est un composé de beaucoup de carbone et d'azote, et de très-peu d'oxigène et d'hydrogène : il seroit intéressant d'en déterminer les proportions.

Sur plusieurs matières grasses animales, comparées.

Je rappellerai ici qu'ayant trouvé plusieurs des matières analogues au blanc de baleine, dans les produits du corps

humain, et notamment dans la substance cristalline et blanche des calculs biliaires, dans les corps convertis en gras par leur enfouissement dans la terre, il m'a paru intéressant de comparer ces substances les unes avec les autres, et de déterminer la loi de leur dissolubilité respective dans l'alcool, et de leur fusibilité par la chaleur.

Calculs biliaires dans l'alcool chaud.

5 onces 5 gros 12 grains d'alcool, dissolvent, à la température de 60 degrés du thermomètre de Réaumur, 30 grains de cette matière blanche et cristalline, quoiqu'il pourroit peut-être s'en dissoudre davantage. Il paroît qu'on peut fixer ainsi le terme de cette dissolubilité : elle représente une combinaison dont le rapport des composans est à-peu-près comme 1 de matière calculeuse biliaire est à 19 d'alcool.

Même matière dans l'alcool froid.

Il paroît que cette substance n'est presque pas dissoluble à froid dans l'alcool, c'est-à-dire, à la température de 10 à 12 degrés ; car sur les 30 grains qui ont été dissous à chaud, il s'en est déposé 48 grains par le refroidissement. Cependant la liqueur donnoit encore un précipité dans l'eau ; mais à la vérité ce précipité étoit fort léger.

Matière grasse des cadavres, ou espèce de cire humaine dans l'alcool chaud et froid.

Une once d'alcool peut dissoudre, à la température de 60 degrés, près du double de son poids de cette substance, mais il en laisse précipiter une grande partie en réfroidissant ; cependant il en garde environ le quatrième ou le cinquième de son poids, de manière qu'une once d'alcool peut dissoudre à froid deux gros de cire humaine : ce qui est bien différent du blanc de baleine et de la matière cristalline des calculs biliaires.

La substance cireuse des cadavres forme, avec les alcalis, un savon, beaucoup plus facilement que les autres matières auxquelles nous la comparons.

Blanc de baleine dans l'alcool chaud et froid.

Une once 5 gros 12 grains d'alcool donnant 38 degrés à la température de 10 degrés, dissolvent 6 grains de blanc de baleine, à l'aide d'une chaleur de 60 degrés, au thermomètre de Réaumur.

Ce corps gras n'est point du tout dissoluble à froid dans l'alcool, puisque de 50 grains de cette substance, traités à chaud avec une once 5 gros 12 grains de cette substance, traités à chaud, avec une once 5 gros 12 grains d'alcool, il s'en est séparé 49 par le refroidissement ; aussi la liqueur n'est que très-légèrement troublée par l'eau. Si l'on met l'une et l'autre de ces matières en contact, à la température de 10 degrés seulement, il n'y a entre elles aucune action sensible.

Fusibilité comparée du blanc de baleine, de la matière blanche des calculs biliaires, et de la cire du gras des cadavres.

Le blanc de baleine commence à se fondre à 32 degrés du thermomètre de Réaumur, le baromètre étant à 28 pouces ; le thermomètre monte constamment jusqu'à 28, jusqu'à ce que toutes les molécules, assez divisées de cette matière, soient fondues à la quantité de 50 grains ; mais il paroît que l'on peut en fixer le terme entre 32 et 33 degrés.

L'espèce de matière cireuse, séparée par les acides des cadavres convertis en gras, commence à se fondre à 28 degrés, et le thermomètre monte ordinairement jusqu'à 28 degrés, pendant que 50 grains de cette matière, réduite

en poudre, éprouvent la fusion complette, le vrai terme est depuis 28 jusqu'à 30 ; elle est par conséquent plus fusible que le blanc de baleine.

La matière blanche des calculs biliaires ne se fond que bien au-dessus du degré de l'eau bouillante. Nous n'en avons pas encore déterminé précisément le degré de fusibilité ; mais il suffit, pour la comparaison avec les deux autres substances, de savoir qu'elle n'est pas même ramollie à la chaleur de 90 degrés.



OBSERVATIONS

Sur un changement singulier, opéré dans un foie humain, par la putréfaction.

Par M. FOURCROY.

On ne connoît que très-peu, jusques actuellement, la nature intime, ou la composition des différens tissus fibreux qui composent le corps des animaux. Si l'on en excepte les os dont l'analyse a été bien faite par Schéele et par les chimistes qui l'ont suivi, la chair musculaire, les membranes, les tendons, les ligamens, la pulpe cérébrale et nerveuse, le parenchyme des viscères, qu'on a regardés presque comme une seule et même substance plus ou moins travaillée, organisée, animalisée, ne sont point réellement connus; tout annonce que leur matière composante n'est pas la même, que les élémens qui les forment sont dans des proportions très-différentes, et que leur tissu, composé de principes autrement combinés, est destiné à différens usages : en attendant que l'analyse exacte ait répondu à ces questions, il faut recueillir avec soin tous les faits qui peuvent y servir. J'ai déja ramassé plusieurs de ces faits dans différens ouvrages; celui que je vais offrir est de nature à pouvoir répandre quelques lumières sur la bile et les maladies du foie.

Feu M. Poulletier de la Salle, qui avoit consacré sa vie à l'étude des sciences utiles, et qui cultivoit sur-tout avec succès l'anatomie et la chimie médicinale, avoit exposé à l'air un morceau de foie humain, suspendu à une ficelle; ce morceau, sans se détruire par la putréfaction, avoit répandu d'abord une odeur infecte; des larves d'insectes, et sur-tout

du dermeste du lard, de la bruche, etc. l'avoient rongé; enfin il s'étoit desséché peu-à-peu et réduit en une matière grise et friable. Il y avoit plus de dix ans qu'il étoit ainsi exposé, et depuis trois ou quatre il ne paroissoit plus subir aucune altération. M. Poulletier desira de connoître sa nature et le porta dans mon laboratoire, en mai 1785. Le premier aspect de ce morceau de foie l'auroit fait prendre pour une substance terreuse, analogue à l'agaric minéral; mais, en l'examinant de plus près, on y voyoit encore des portions de membranes desséchées et conservant une couleur brune, et des filets vasculaires, également desséchés: frotté sous le doigt, il étoit gras et doux au toucher, comme une sorte de savon.

L'examen que nous fîmes de ce foie, nous donna des résultats très-différens de ceux que son aspect sembloit annoncer.

1°. On en a mis un petit morceau sur un charbon allumé; il s'est d'abord ramolli; il exhaloit une odeur de graisse brûlée; il s'est bientôt tout-à-fait fondu, boursouflé, noirci, et il a laissé une matière charbonneuse, légère, qui, chauffée très-fortement, s'est convertie en une cendre blanche. Cette première expérience annonçoit que cette substance animale n'étoit pas réduite à un squelette purement terreux, comme son premier aspect l'auroit pu faire croire, et nous engagea à mettre plus de soin dans son analyse.

2°. Quoique nous ne pussions pas espérer d'obtenir un résultat bien exact de la distillation de cette matière, en raison de la petite quantité que nous pouvions soumettre à cette expérience, nous avons cru devoir la tenter sur une demi-once. Il a passé d'abord quelques gouttes d'une eau blanche, d'une odeur fade; une fumée blanche plus épaisse et manifestement huileuse, a bientôt succédé au premier produit; cette vapeur s'est condensée en une matière blanche concrète, adhérente au col de la cornue; alors il s'est répandu une odeur très-infecte; l'huile concrète a pris une couleur rousse; on a obtenu un peu de gaz hydrogène carbonné. Il a paru

a paru qu'une grande partie de la substance de foie a passé sans décomposition. On a remarqué que l'huile concrète, ramassée dans le col de la cornue et dans le ballon, avoit une apparence lamelleuse et cristalline. Les produits n'ont montré aucun caractère d'acide ni d'alcali.

3°. Un gros de foie séché a été mis dans deux onces d'eau distillée; une petite partie parut se dissoudre dans l'eau, à l'aide de la chaleur. Cette dissolution étoit blanchâtre, opaque; elle avoit une légère odeur savonneuse et présentoit une grande quantité de bulles par l'agitation; elle avoit une odeur fade, et verdissoit sensiblement le sirop de violettes. L'eau de chaux, sans la précipiter sensiblement, a rendu son odeur un peu fétide. La portion de foie non dissoute par l'eau, s'est fondue par la chaleur, et s'est cristallisée en refroidissant. Elle a exhalé une odeur grasse, et a fini par s'enflammer.

4°. On a traité un gros de foie desséché par une once de lessive de potasse caustique à froid, et par la simple trituration; l'alcali a paru agir très-sensiblement sur cette substance; il s'est dégagé une légère odeur d'ammoniaque: la lessive est devenue mousseuse. En chauffant ce mélange, la liqueur a pris une couleur brune; elle exhalait l'odeur de savon chauffé. Après environ un quart-d'heure d'ébullition, on a filtré la liqueur toute chaude; elle étoit d'une couleur rousse foncée; elle a passé assez bien au travers du papier joseph. En refroidissant, cette dissolution est devenue concrète brune; l'eau distillée bouillante la dissolvoit en toute proportion, et sans laisser de résidu; toute la matière du foie avoit été dissoute par l'alcali fixe, même la portion membraneuse et fibreuse que nous y avons décrite. La dissolution dans l'eau moussoit très-fortement par l'agitation; en refroidissant, elle s'est troublée et a déposé quelques flocons blancs, légers; l'eau de chaux l'a décomposée et précipitée en flocons abondans; les acides en ont opéré de même la décomposition, ainsi que les sels neutres terreux.

Il n'étoit pas douteux que l'alcali avoit dissous une matière grasse, huileuse, et formé un savon homogène; l'indissolubilité de la matière du foie dans l'eau, ou au moins sa très-légère solubilité, annonçoit qu'elle consistoit, pour la plus grande partie, dans une substance huileuse concrescible, très-dissoluble dans les alcalis, et formant facilement du savon avec cet ordre de matières salines. Il ne s'agissoit plus que de connoître la nature de cette matière huileuse, et de déterminer si elle n'étoit pas réunie avec quelqu'autre substance animale: l'expérience suivante a répandu beaucoup de lumières sur cet objet.

5°. Un gros de foie humain desséché, réduit par le pilon en une espèce de graisse, a été traité par deux onces d'alcohol, donnant 36 degrés à l'aréomètre de Baumé. On a aidé l'action de cette liqueur par une chaleur douce; après deux jours de contact, l'alcohol avoit une couleur rousse: une odeur légèrement fétide étoit ajoutée à celle qu'il a coutume de répandre. On a filtré ce liquide, pour séparer la portion dissoute de la partie sur laquelle l'alcohol n'avoit point eu d'action: une goutte de cette espèce de teinture, versée dans l'eau, donna un nuage blanc très-épais, et une précipitation très-sensible. Évaporée dans une capsule de porcelaine, à la chaleur du bain de sable, elle laissa une plaque jaunâtre, qui paroissoit au premier coup-d'œil, être une matière résineuse; cependant l'eau, appliquée à cette matière, en a dissous une petite partie [illegible] une forme grenue, qui la faisoit ressembler à une huile grise concrète.

La portion de foie non dissoute par l'alcohol, pesoit un demi gros; après avoir été séchée l'alcohol avoit donc enlevé à-peu-près la moitié de son poids. Quatre autres onces de ce dissolvant, appliquées en deux reprises à ce morceau de foie, en ont dissous encore une partie; il est resté près de 20 grains non-dissous, et on a reconnu que ce résidu étoit formé de membranes et de vaisseaux qui avoient échappé à l'action de l'alcohol; les parties dissoutes par cette liqueur

dans les deux dernières opérations, ressembloient entièrement à la première : l'eau leur enlevoit aussi une petite quantité de matière colorante et savonneuse. La substance, séparée de la dissolution dans l'alcohol par l'eau, et précipitée en flocons blancs, a été examinée à part ; c'étoit celle sur laquelle il a paru nécessaire de fixer plus particulièrement son attention. Les propriétés qu'elle a présentées nous ont conduit à un résultat entièrement différent de ce qu'on savoit jusques-là sur l'analyse animale. Nous avons séparé 57 grains de cette substance pure, et débarrassée de la portion dissoluble dans l'eau. Elle étoit d'une couleur jaunâtre, douce et grasse au toucher, comme une huile concrète ; on l'a mise dans un matras qu'on a plongé dans l'eau chaude : elle s'est ramollie et entièrement fondue, avant que l'eau fût bouillante ; tout-à-fait liquide, elle avoit une couleur jaune-brune, et une légère odeur de cire fondue. La fétidité qui distinguoit cette substance avant l'action de l'alcohol, n'existoit plus après sa dissolution dans cette liqueur ; quand elle a été bien liquéfiée, on l'a coulée dans une capsule de porcelaine : elle s'est figée en une plaque solide, cassante, très-lisse par sa surface, attachée à la couverte de la capsule. Elle se cassoit net, et avec un petit bruit ; on voyoit dans son intérieur un tissu lamelleux et manifestement cristallisé. L'alcohol chaud la dissolvoit complettement ; elle a présenté toutes les propriétés de l'huile animale concrète, que l'on nomme dans le commerce *blanc de baleine*, avec la seule différence qu'elle n'étoit pas aussi sèche, aussi blanche, aussi transparente que le vrai blanc de baleine, et qu'elle étoit d'ailleurs plus dissoluble dans l'alcohol, que ne l'est cette huile animale.

6°. On a mis deux gros de ce foie desséché, coupé en petits morceaux dans un matras qu'on a tenu dans l'eau chaude, à 68 degrés du thermomètre de Réaumur. Une partie du foie s'est ramollie et s'est fondue ; l'effort de la pression a séparé la portion d'huile liquéfiée, et cette huile,

rendue concrète par le froid, présentoit, à très-peu de chose près, les caractères de celle que l'alcool avoit dissoute. Les deux seules différences que nous y avons reconnues, étoient, 1°. que l'huile extraite immédiatement du foie, avoit plus de couleur et de fétidité que celle que l'alcool avoit enlevée à cette matière animale; 2°. qu'elle contenoit une portion de savon que l'eau avoit séparée de la dissolution alcoolique dans le premier cas.

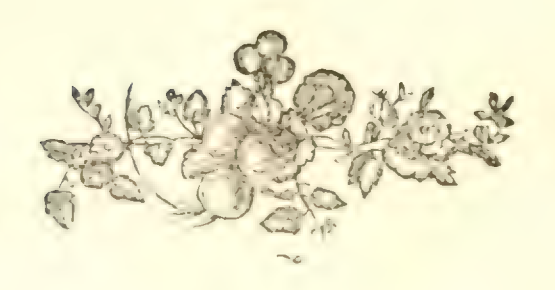
7°. Cette portion de matière savonneuse, regardée d'abord comme un extrait dans nos premières expériences, a fixé ensuite notre attention; il étoit certain que l'eau, comme l'alcohol, l'enlevoit au foie desséché : mais il falloit exactement reconnoître sa nature. Le peu de foie altéré que nous avions pour faire nos essais, ne pouvoit pas suffire aux expériences nombreuses, nécessaires pour avoir une connoissance exacte des principes qui formoient ce savon, et de leurs proportions. Tout ce que nous avons pu déterminer, c'est que ce savon paroissoit formé de la même huile concrescible que celle qui avoit été extraite par l'expression, et par l'ammoniaque et la soude. Nous avons même conjecturé qu'avant l'altération complette de ce foie, et sa conversion totale en substance huileuse concrète, cette huile étoit d'abord dans l'état savonneux, unie entièrement à la soude et à l'ammoniaque. Ce qui nous a conduit à cette conjecture, c'est que la portion de savon ammoniacal qui restoit encore dans ce morceau de foie, et dont la présence étoit démontrée et par l'odeur ammoniacale dégagée par la chaux vive, et par sa dissolubilité dans l'eau, nous a paru être plus abondante dans la portion la plus profonde et la moins exposée à l'air, du morceau de foie que nous avons examiné.

Les faits qui ont été exposés ont, comme je l'ai déja annoncé, été découverts au commencement de l'année 1785; ils étoient consignés dans mon Journal d'expériences, et j'attendois d'autres faits analogues pour les lier à l'ensemble

de l'analyse animale ; en un mot, je ne les regardois que comme une simple découverte isolée, lorsqu'en 1786, une grande occasion d'examiner des matières animales enfouies dans la terre, à toutes les époques, depuis quelques mois, jusqu'à 42 ans, celle de la fouille du cimetière des Innocens, m'offrit, dans les débris des corps, un savon ammoniacal, formé par une substance huileuse entièrement analogue à celle qui faisoit la base du foie desséché, dont j'ai fait l'histoire.

La nature et les propriétés de ces matières animales, converties en une huile semblable au blanc de baleine, unies à une grande quantité d'ammoniaque, font la matière d'un Mémoire qui a été consigné dans un des trimestres des annales de chimie. Il me suffira d'annoncer ici que la conversion du foie en huile concrète, analogue au blanc de baleine, n'a plus été pour moi un fait isolé : la lumière la plus vive a tout-à-coup éclairé ce point de l'analyse animale. Il m'a paru démontré que, par les progrès d'une décomposition lente, beaucoup de parties molles éprouvoient, dans le corps des animaux morts, une conversion semblable à celle du foie, qui fait l'objet de ce Mémoire. J'ai reconnu encore que, sans véritable altération putride, le corps des quadrupèdes, et même celui de l'homme, contenoit cette substance huileuse concrète, comme le cerveau et la cavité vertébrale des cétacés ; enfin, que dans quelques cas cette matière huileuse se trouve plus abondante, et s'amasse dans plusieurs cavités, où elle forme des concrétions souvent très-nuisibles à l'économie animale. Je dirai ailleurs comment cette substance grasse concrète, qu'on extrait si abondamment du corps des cétacés, diffère de la graisse, ou de la matière adipeuse ; je tâcherai de faire voir ou de déterminer comment la base des organes mous des animaux se convertit en cette espèce d'huile concrète; comment l'ammoniaque se forme en même-temps dans le corps des animaux. Je terminerai l'histoire du premier des faits qui s'est présenté à moi dans

la découverte de cette singulière substance : et, pour ne point interrompre l'ordre des découvertes auxquelles celle-ci m'a pour ainsi dire conduit, je crois devoir indiquer ici mes observations sur la nature de la substance feuilletée, trouvée par feu M. Poulletier, dans les pierres biliaires humaines, et sur celle de quelques concrétions de la vesicule du fiel, qui n'ont point encore été décrites par les Médecins : ces observations sont consignées dans les annales de chimie.



MÉMOIRE

SUR

LA COLORATION DES MATIÈRES VÉGÉTALES, PAR L'AIR VITAL,

Et sur une nouvelle préparation de couleurs solides pour la peinture.

PAR M. FOURCROY.

Les découvertes des chimistes modernes ont tellement influé sur l'analyse végétale, qu'elles ont fait sentir la nécessité de reprendre celle-ci dans tous ses points, et d'adopter de nouvelles idées sur la composition et sur la nature des principes constituans des végétaux. Elles ont sur-tout fait connoître que les bases primitives et formatrices de ces êtres organisés sont beaucoup plus simples qu'on ne pensoit, et que la différence si singulière de tous leurs matériaux immédiats, quoique extrêmement variés, tient presque uniquement à la diversité de proportion dans les principes qui les composent. Elles ont appris comment, avec si peu d'élémens différens, avec l'eau, l'air atmosphérique, le calorique, le contact des rayons solaires, et quelques gaz dégagés de la surface de la terre, les machines végétales croissent et forment, par des combinaisons successives, toutes les substances qui les constituent. Ainsi les extraits, les mucilages, le corps sucré, les acides, les huiles, les résines, le gluten, et toutes les matières qu'on extrait des végétaux par des

procédés simples et sans les dénaturer, et qu'on a nommés à cause de cela, principes immédiats des plantes, sont des composés chimiques, formés presque tous des mêmes principes primitifs, et qui ne diffèrent que par les proportions de ces principes, et quelquefois par leurs combinaisons plus ou moins nombreuses. Ce sont toujours des composés d'hydrogène, de carbone et d'oxigène, auxquels l'azote est associé, au moins dans quelques-uns. Plusieurs chimistes modernes ont douté de la présence de l'oxigène dans ces produits naturels; cependant l'acidification qui a souvent lieu dans les végétaux, le nombre et la quantité, quelquefois considérable, des acides qu'on y trouve, semblent annoncer la présence et la fixation de ce principe acidifiant. Il est vrai que l'air vital, et sur-tout sa base, où l'oxigène a une action si remarquable sur plusieurs des principes extraits des végétaux, et que cette action paroît les altérer si fortement et si promptement, qu'ils semblent n'en avoir point éprouvé l'influence pendant le travail de la végétation. Cette remarque est sur-tout relative aux matières colorantes végétales sur lesquelles les découvertes de Schéele et de M. Berthollet ont jeté beaucoup de jour.

Le premier de ces chimistes trouva que la plupart de ces matières étoient décolorées par l'acide muriatique oxigéné. M. Berthollet a poussé beaucoup plus loin cette découverte; il a prouvé, par des expériences aussi neuves qu'ingénieuses :

1°. Que les matières colorantes végétales étoient toutes décolorées, excepté les jaunes, par l'acide muriatique oxigèné.

2°. Que cette décoloration faisoit passer l'acide muriatique oxigèné, à l'état d'acide muriatique ordinaire.

3° Que ces matières décolorées avoient absorbé l'oxigène, et n'étoient alors privées de leurs couleurs que par la surcharge de ce principe.

4°. Que l'acide muriatique oxigèné, devenoit par cette propriété

propriété décolorante, une pierre de touche, pour reconnoître la solidité des couleurs et des teintures.

5°. Qu'on pouvoit aussi l'employer pour blanchir les tissus de fil et les matières végétales en général. Ce dernier résultat est devenu aujourd'hui un art nouveau, pratiqué dans plusieurs de nos provinces, porté en Angleterre, et dont les succès doivent mériter la reconnoissance publique à son inventeur. Il a substitué un nouveau blanchiment à l'ancienne méthode, et diminué le temps, l'emplacement et la main-d'œuvre.

Il ne paroissoit donc pas douteux, d'après ces belles expériences, que l'oxigène ayant tant d'influence sur les principes végétaux, et altérant si fortement leurs propriétés, ils n'en contenoient point dans l'état naturel, et cette opinion s'accordoit bien avec la propriété qu'on avoit reconnue aux feuilles, d'exhaler de l'air vital, et de ne pas le retenir dans leur composition; mais il m'avoit paru trop exagéré de regarder l'air vital comme le principe toujours décolorant les végétaux. J'étois depuis long-temps frappé de plusieurs phénomènes de la nature et des arts, qui me portoient à penser que l'air vital influoit sur la coloration de quelques matières végétales. Les étoffes teintes à l'indigo, qui sortoient vertes des cuves, et ne devenoient bleues que par le contact de l'air; la teinture noire de la laine, qui ne prenoit sa nuance vraie que par l'exposition dans l'atmosphère; les byssus et les mucors, qui croissoient blancs dans le vide, et que je voyois se colorer ensuite dans l'air; toutes les infusions et les décoctions végétales qui se fonçoient en couleur, par le contact de l'air de l'atmosphère; la coloration des vins blancs exposés à l'air, presque tous les phénomènes de la teinture et de la peinture elle-même, me tenoient en suspens; et si je ne pouvois pas douter, d'après les recherches de M. Berthollet, que l'air vital et l'absorption de l'oxigène ne fussent véritablement les causes de la décoloration, plus ou moins rapide, de tous les corps végétaux

colorés, je croyois reconnoître qu'avant cette décoloration complette, les nuances changeoient, certaines couleurs se fonçoient, quelques-unes restoient plus ou moins stationnaires, et plus fixes qu'auparavant, après avoir absorbé une certaine quantité d'oxigène. En réfléchissant à tout ce que j'avois vu sur ces phénomènes, je crus reconnoître que l'oxigène influoit véritablement sur la coloration de plusieurs principes végétaux. C'est cette influence que je desire, sinon de démontrer, au moins de proposer à l'attention et aux recherches des savans. Pour la rendre plus sensible, je ferai d'abord observer qu'il est hors de toute vraisemblance que l'air vital, dans lequel sont sans cesse plus ou moins plongés les végétaux, n'ait pas une action quelconque sur leurs principes, lorsqu'on voit que ceux qui croissent à l'abri de l'air, sont foibles et sans couleur; qu'on remarque que les plantes qui végètent sans abri et sans être exposées à une température trop basse, sont vigoureuses et très-colorées: les feuilles, en sortant des bourgeons, sont d'un vert pâle; elles se foncent en couleur, lorsqu'elles sont bien développées dans l'air. Les fleurs pliées dans leurs calices, n'ont souvent qu'une nuance verdâtre ou blanchâtre; leur épanouissement les colore bien-tôt, il est vrai que c'est aux dépens de leur fraîcheur, et qu'on les voit bien-tôt flétries par le contact de l'air, qui fait souvent varier trois ou quatre fois leur couleur avant qu'elles soient tout-à-fait fanées.

D'ailleurs, l'absorption de l'oxigène par les végétaux, quoique regardée pendant quelque temps comme douteuse, ne me paroissoit plus être un problème, lorsque je trouvois que les acides, si fréquens et si abondans dans ces êtres, ne peuvent y exister sans ce principe; car la formation artificielle de ces acides, par le moyen de celui du nitre, qui cède manifestement de l'oxigène aux végétaux, met cette dernière vérité hors de doute. Mais outre cette formation des acides, il m'a paru qu'un des principaux rôles de l'oxigène étoit d'influer sur la coloration des matières végétales.

Si les faits que j'ai déja cités pour appuyer cette opinion, laissent quelques incertitudes, je crois pouvoir les dissiper par des expériences plus décisives, et dont les résultats sont plus clairs que ce qui se passe dans les filières des végétaux, et par le travail caché de la végétation. Les plantes et leurs produits divers, exposés à l'action de l'oxigène atmosphérique, lorsque la végétation y est interrompue, et lorsque l'obscurité de son mécanisme n'embarrasse plus notre raisonnement, sont altérés de manière à ne laisser plus de doutes sur l'influence de cet agent ; les feuilles pâlissent, leur nuance se dégrade, et passe peu-à-peu au jaune-fauve, pour rester ensuite long-temps inaltérable sous cette livrée. Les molécules de l'indigo et du pastel, après avoir éprouvé un commencement de décomposition, prennent une belle couleur bleue, par l'absorption de l'oxigène; car la formation du bleu n'a lieu que par le contact de l'air et le battage. Cette vérité est encore confirmée par l'action de l'acide muriatique oxigéné, qui apprend en même temps que les doses et les proportions de l'oxigène font varier les couleurs de ce produit. En effet, une portion d'oxigène, ajoutée à la couleur bleue, la convertit en verte; si on la lui enlève, elle repasse au bleu ; si au contraire on en ajoute davantage, elle devient jaune, et alors son nouvel ordre de combinaison en a tellement altéré le tissu intime, qu'on ne peut plus faire reparoître le bleu. Si l'on enferme de la teinture ou du sirop de violettes, et de la teinture aqueuse de tournesol, l'une et l'autre perdent presque entièrement leur couleur, mais en les exposant ensuite à l'air atmosphérique, et mieux encore au contact de l'air vital, leur nuance bleue reparoît avec tout son éclat : d'autres fluides élastiques ne produisent pas cet effet. Ici c'est encore la proportion d'oxigène qui fait naître cette couleur; car si on l'augmente, le bleu disparoît, et il ne reste qu'une nuance jaune, comme MM. Schéele et Berthollet l'ont fait voir.

Les effets du contact de l'air sur les décoctions des bois et

des écorces jaunes ou rouges, offrent un phénomène très-remarquable, et dont on pourra tirer un grand parti pour la préparation des couleurs utiles à la peinture. La plupart des décoctions de ces substances, exposées à l'air, se troublent et se recouvrent d'une pellicule grenue, qui passe successivement par les nuances de brun-noir, de brun-pourpre, de rouge-maron, d'orangé, et de jaune : à ce dernier état l'altération s'arrête, et la couleur est devenue inaltérable. Les nuances, indiquées dans l'ordre où elles ont lieu, sont dûes à des proportions d'oxigène, qui vont en croissant depuis le brun-foncé jusqu'au jaune. On peut arrêter, à chacune d'elles, la fixation de l'oxigène, en les séparant de l'eau, qui y contribue beaucoup, et en les faisant sécher promptement.

J'ai préparé ainsi, avec les décoctions de deux espèces de quinquina, celui du Pérou et celui de Saint-Domingue, qui est l'écorce de *cinchona caribaea*, de Linnéus, des couleurs brune, maron, rouge, pourpre, qui ont beaucoup d'éclat et de fixité, et dont un peintre a constaté la bonté et les qualités dans son emploi. Ce qui m'a fait penser que ces couleurs variées devoient leur naissance à la fixation de l'oxigène, c'est qu'en prenant le premier dépôt brun-foncé des décoctions du quinquina de Saint-Domingue, et le traitant par l'acide muriatique oxigèné, on le fait passer par toutes les nuances indiquées ci-dessus, à mesure qu'il absorbe plus d'oxigène, et on l'amène enfin à l'état d'une matière d'un assez beau jaune, stable, fixe, fusible au feu, résineuse, dissoluble dans l'alcohol, tandis qu'étant rouge ou maron, elle n'est soluble ni dans l'eau bouillante, ni dans l'alcohol. Pour faire connoître ces altérations de couleurs dans le produit précipité ou évaporé des décoctions de quinquina, il faut, à la vérité, exposer ce produit dans des flacons remplis d'eau qui en est saturée, au contact du gaz acide muriatique oxigèné ; car cet acide liquide, versé sur le produit [illegible], n'en altère point ou presque point la

nuance, tandis que le carmin le plus foncé, le plus riche, et le plus préparé, devient tout-à-coup blanc et sans couleur, par le contact de cet acide liquide. Voilà donc cinq à six nuances de belles couleurs durables lorsqu'elles sont sèches, formées par un seul produit végétal, saturé de doses différentes d'oxigène. La même expérience, faite sur les décoctions des bois, des écorces, des racines employées à la teinture, donnera de même, comme j'ai déja commencé à l'entrevoir par mes essais, des dépôts de couleurs très-variées, qui formeront, par l'acide muriatique oxigèné, des espèces de fécules colorées, ou plutôt de corps plus ou moins résineux, d'une grande utilité pour la peinture; et c'est, si je ne me trompe, une branche nouvelle d'industrie que l'on devra à la chimie. Mais sans nous livrer ici à l'énumération de ce que ce nouveau procédé promet à la peinture, sans entrer dans des détails qui trouveront leur place dans d'autres circonstances, je me borne à ce que ces faits présentent pour la théorie de la science, si immédiatement applicable aux pratiques de tous les arts qui s'occupent des couleurs.

Il me paroît prouvé, par les faits que j'ai recueillis, et par les expériences dont je n'ai ici que les résultats les plus généraux :

1°. Que l'oxigène, combiné aux substances végétales, en change la couleur.

2°. Que les proportions de ce principe font varier les nuances des matières végétales colorées.

3°. Que ces nuances suivent une espèce de gradations, depuis les couleurs les plus foncées jusqu'aux plus claires, et que l'extrême de celles-ci est la décoloration la plus complète.

4°. Que cette dégradation n'a pas lieu dans plusieurs matières végétales, comme M. Berthollet l'a annoncé.

5°. Que plusieurs couleurs végétales, rouges, violettes, pourpres, marons, bleues, sont dûes à des proportions

diverses d'oxigène ; mais qu'aucune de celles-là n'est entièrement saturée de ce principe.

6°. Que cette saturation complète donne le plus souvent des couleurs jaunes, qui sont les moins altérables de toutes.

7°. Que non seulement les matières végétales, colorées par l'oxigène, changent de couleur suivant les proportions de ce principe, mais qu'elles changent aussi de nature, et qu'elles se rapprochent d'autant plus de l'état résineux, qu'elles sont plus voisines de la couleur jaune.

8°. Enfin, que telle est la cause de l'altérabilité des rouges, des bruns, des violets tirés des végétaux, qu'il existe un moyen de les fixer, de les rendre durables, en les impregnant d'une certaine quantité d'oxigène, par le moyen de l'acide muriatique oxigéné, et en imitant par ce procédé celui de la nature, qui ne prépare jamais les couleurs fixes et permanentes que dans les corps exposés long-temps au grand air.



DESCRIPTION

ET

ANALYSE CHIMIQUE

D'une mine de plomb verte du hameau les Roziers, près Pont-Gibaud, en Auvergne, lue à l'Académie le 18 *mai* 1789.

PAR M. FOURCROY.

DANS un voyage en Auvergne fait cet hiver (1789), M. de l'Arbre (*a*) ayant appris de M. d'Angelvin, directeur des mines de plomb de Pont-Gibaud, qu'il avoit trouvé une mine de plomb verte près du hameau nommé les Roziers, à une lieue environ de Pont-Gibaud, et à 5 ou 600 pas de Roure, où on exploite la galène, desira d'examiner avec soin cette production minérale, et pria M. d'Angelvin de le conduire sur le lieu.

Un filon de quartz, contenant un peu de galène, offroit à sa surface quelques traces de mine de plomb verte, qu'on observoit aussi sur des fragmens de quartz répandus çà et là. M. d'Angelvin, d'après ces indices, avoit fait faire au pied

(*a*) Dans le voyage fait depuis le mois de décembre 1788, jusqu'en février 1789, M. de l'Arbre avoit particulièrement pour objet de recueillir les productions minérales les plus intéressantes de l'Auvergne, sa patrie, pour en enrichir la collection de M. le prince polonois, Alexandre Lubomirskay, dont il est le premier médecin, et dont il connoît le zèle et l'amour pour les sciences. M. de l'Arbre, à son retour, connu avantageusement de l'Académie, par la découverte du fer spéculaire du mont d'Or, etc. du peckstein d'Auvergne, etc., et par plusieurs autres faits intéressans sur l'histoire minéralogique de cette province, a présenté à cette compagnie la mine qui fait l'objet de ce Memoire.

de ce filon, une fouille dans laquelle il avoit trouvé, sous la terre végétale, une grande quantité de morceaux de quartz jaune entassés confusément, et dont la surface étoit garnie de mine de plomb verte. M. de l'Arbre voulut faire découvrir le principal foyer de cette mine; mais la terre, fortement gelée, ne permit pas le travail nécessaire à cette recherche. Le froid a été en Auvergne, pendant le voyage de M. de l'Arbre, de 15 à 18 degrés au-dessous de 0.

L'inspection de ces morceaux, leur disposition irrégulière, a fait penser à cet observateur qu'ils sont le produit ou de l'éboulement d'un filon, ou d'un entassement dû aux hommes qui en ont peut-être autrefois tenté l'exploitation; il présume, ainsi que M. Angelvin, que cette mine, de seconde formation, est le résultat de l'altération de la galène, extraite anciennement de la terre.

La surface de ces fragmens de quartz, accumulés confusément sous la terre végétale, est enduite dans plusieurs points, et quelquefois même entièrement recouverte de dépôts ou de couches concentriques, ayant la forme de stalagmites, semblables à celles de la malachite. L'extérieur de ces couches offre des tubercules d'une couleur verte-jaunâtre, applatis ou mamellonnés, plus ou moins saillans, arrondis ou allongés. On trouve dans les cavités ou les fentes de la gangue, tantôt des concrétions mamellonnées sphériques de cette mine, quelquefois des cristaux prismatiques. Chaque couche est formée de petites stries, comme celle de l'hématite ou de la malachite; on ne les apperçoit quelquefois que difficilement, et cela dépend de la densité plus ou moins grande de la mine: sa plus grande épaisseur est d'un pouce, mais le plus souvent elle n'a que quelques lignes. M. de l'Arbre a poli un de ces morceaux de 7 à 8 lignes d'épaisseur sur la tranche des couches; sa dureté lui a paru semblable à celle de la malachite solide; cette surface polie offre des couches courbées et ondulées, de couleur verte-jaunâtre, alternativement plus claires et plus foncées.

Les

Les cristaux réguliers de cette mine de plomb verte, sont des prismes hexaèdres tronqués, à face curviligne. Les plus gros ont depuis trois jusqu'à quatre lignes de longueur, sur deux lignes de largeur : ils sont ordinairement beaucoup plus petits.

La mine des Roziers est fragile, sa cassure striée ou conchoïde ; elle est opaque dans ses couches, mamelonnée et demi-transparente dans ses cristaux.

La pesanteur spécifique de cette mine, suivant M. Brisson, est 68465. Le pouce cube pèse 4 onces 3 gros 36 grains; le pied cube pèse 479 liv. 4 onces 46 grains.

Cette mine est facile à pulvériser ; lorsqu'elle est réduite en poudre, sa couleur verte n'est plus aussi marquée, et se nuance d'une légère teinte aurore ; chauffée brusquement sur un charbon, elle décrépite ; dans une cornue, elle donne un peu d'eau, et se fond ensuite sans rien exhaler, à quelque feu qu'on l'expose ; elle perd 00,2 ou 00,3 dans cette opération, et elle reste sous la forme d'un verre brun opaque.

Traitée sur un charbon, au chalumeau, elle se fond rapidement, entre en ébullition ou plutôt en effervescence, et répand une vapeur blanche, qui a une forte odeur d'arsénic ; à mesure que cette effervescence et dégagement de vapeur arsénicale ont lieu, on apperçoit des globules de plomb sur le charbon. Lorsque ces phénomènes sont passés, il reste une matière fluide brune en fonte tranquille, qui ne donne plus de métal, quelque fortement qu'on la chauffe, et quelque long-temps qu'on la tienne en fusion. En cessant l'action du chalumeau, cette matière fondue se cristalline en se figeant, et prend une surface dodécaèdre, comme le phosphate de plomb natif; si elle se concrète trop rapidement, elle reste en masse et sans forme déterminée. Ce résidu vitreux fait environ les trois huitièmes du total de la masse chauffée.

L'air n'altère en aucune façon cette mine ; l'eau, en

très-grande quantité, et même bouillante, ne lui enlève rien.

L'acide sulfurique, concentré et bouillant, attaque cette mine en poudre, et forme une masse blanche tout-à fait indissoluble dans l'eau. La liqueur qui surnageoit ce sel blanc, ayant été évaporée jusqu'à siccité, et le produit chauffé sur le charbon au chalumeau, il s'en est dégagé une fumée blanche arsénicale, et ce résidu s'est fondu en un globule vîtreux, verdâtre, transparent, qui s'est humecté à l'air, en prenant les caractères d'un acide.

Les acides nitrique et nitreux, foibles ou concentrés, chauds ou froids, n'ont aucune action sur cette mine.

L'acide muriatique, très-fumant, étendu de partie égale d'eau distillée, chauffé sur cette mine en poudre, la dissout en entier, et sans effervescence. Dans quelques essais par cet acide, il est resté un peu de matière indissoluble; mais nous avons reconnu que cette matière, qui étoit de la terre silicée en fragmens, appartenoit à la gangue, et que si on prenoit la mine bien pure, et dans les premières couches seulement, en s'approchant du quartz, sur lequel elle est adhérente, tout se dissolvoit. Cette dissolution dépose, en refroidissant, des cristaux blancs en prismes quadrangulaires, très-réguliers; l'eau mère, évaporée lentement, donne, avec quelques-uns de ces cristaux, une substance grise, tenace, qui, chauffée au chalumeau sur un charbon, se fond facilement, répand une vapeur arsénicale, et laisse un verre verdâtre, bien transparent. Une portion de cette dissolution muriatique, évaporée en consistance épaisse, après la séparation des cristaux blancs dont nous avons parlé, lessivée avec l'alcohol, devient plus blanche. L'alcohol donne, par son évaporation, une masse ductile brune, qui, dissoute dans l'eau, et précipitée par le sulfate de chaux, donne du prussiate de fer, ou bleu de Prusse, très-pur. La matière, non-dissoute par l'alcohol, traitée au chalumeau, se fond en un verre très-blanc et très-trans-

parent, et de la nuance verte que nous y avons décrite précédemment.

Ces premières expériences prouvent, 1°. que cette mine est composée de plomb, d'arsénic, d'acide phosphorique, et de fer; 2°. que le plomb y est oxidé comme le fer, mais beaucoup plus abondant; 3°. que l'arsénic y est à l'état d'acide; car la fusion et l'effervescence qui précèdent la vapeur arsénicale, ne laissent aucun doute à cet égard, pour les chimistes exercés à l'usage de cet instrument. En effet, lorsque l'arsénic est à l'état métallique dans une mine, elle exhale, avec une flamme bleue et avant sa fusion, une vapeur arsénicale; s'il y est à l'état d'oxide, la vapeur se dégage un peu plus tard et sans effervescence, et il n'y a que l'acide arsénique qui, dans les mines, reste quelque temps fixe, perd d'abord, par le contact de la flamme et du charbon, une partie de son oxigène, qui s'échappe avec effervescence; et, devenu plus volatil, s'exhale enfin en vapeur blanche. Des essais de mines, assez nombreux, m'ont mis à portée d'indiquer ces trois phénomènes différens, comme des caractères certains de l'état de l'arsénic dans les combinaisons métalliques naturelles.

Il ne nous reste plus qu'à déterminer les proportions de ces différentes matières, démontrées par ces premiers essais dans cette mine de plomb.

Pour remplir cet objet, nous en avons fait une deuxième analyse, par l'acide muriatique, avec une exactitude et une attention d'autant plus grande, que cette analyse, destinée à l'appréciation des quantités, devoit en même-temps confirmer ou infirmer les résultats précédens.

100 grains de cette mine bien pure et sans gangue, réduite en poudre très-fine dans un mortier de verre, ont été traités par 4 gros d'acide muriatique fumant, uni à 4 gros d'eau distillée. L'acide, versé sur la mine dans une cornue de verre, a été chauffé à 90 degrés du thermomètre de Réaumur: la poudre a disparu peu-à-peu, et s'est dissoute sans

effervescence, dans l'acide; après quelques minutes d'ébullition, elle étoit totalement dissoute, sans aucun résidu : la dissolution avoit une couleur jaune claire. En refroidissant lentement, elle a déposé des cristaux en prismes quadrangulaires, très-réguliers : après son entier refroidissement, on l'a évaporée à un feu doux, jusqu'au quart de son volume : elle a donné une seconde portion de ces cristaux. En continuant cette évaporation jusqu'à ce qu'il ne se cristallisât plus de sel, et qu'une goutte de la dissolution ne précipitât plus par l'acide sulfurique concentré. On a séché les cristaux : ils pesoient 100 grains. Dissous dans l'eau distillée, ils ont fourni, par l'ammoniaque, 50 grains d'oxide de plomb, en les chauffant foiblement avec du charbon. On voit donc que le sel dont il est question étoit du muriate de plomb très-pur, formé par la dissolution de la mine dans l'acide muriatique.

La liqueur décantée de dessus ces cristaux, a donné, par l'évaporation à siccité, un résidu jaunâtre, du poids de 49 grains, auquel l'alcohol a enlevé 6 grains; celui-ci ayant été volatilisé par la chaleur, on a dissous les 6 grains de matière qu'il a laissé dans l'eau distillée; on a précipité par la potasse 4 grains d'oxide de fer, formé par l'oxide de ce métal, contenu dans la mine, et uni à l'acide muriatique.

Les 43 grains de matière restant après l'action de l'alcohol, avoient une saveur acide et âcre. Cette matière ne contenoit plus d'acide muriatique; elle rougissoit fortement le papier bleu, et faisoit une vive effervescence avec les dissolutions de carbonnate alcalin. Traitée par l'ammoniaque, elle s'y est unie complètement, et l'évaporation, bien ménagée, a fourni deux sels, dont l'un cristallisoit en rhombes, et l'autre en plaques quarrées. Ces deux sels, chauffés sur un charbon au chalumeau, ont exhalé une vapeur blanche, ayant l'odeur et les propriétés de l'oxide d'arsénic sublimé; après la cessation de cette vapeur, la matière restante sur les

charbons étoit en fonte tranquille, et a laissé un globule de verre transparent, deliquescent et acide, pesant 14 grains. Il y avoit donc eu 29 grains d'acide arsénique, décomposé et volatilisé par l'action du chalumeau.

D'après ces procédés et l'analyse faite par l'acide muriatique, il est prouvé que 100 grains de la mine de plomb verte d'Auvergne, contiennent :

Oxide de plomb	50 grains.
Oxide de fer	4
Acide phosphorique	14
Acide arsénique	29
Eau	3
	100

Il ne me reste plus qu'à déterminer dans quel ordre ces matières étoient unies ensemble, à quelle base et dans quelle proportion chaque acide étoit combiné.

Des expériences de comparaison et d'analogie m'ont conduit à ce résultat ; j'ai trouvé que 180 grains d'acide arsénique demandent 124 grains d'oxide de plomb blanc pour être saturés ; d'où il suit que les 29 grains de cet acide, que nous avons reconnu dans 100 grains de la mine, y saturoient 36 grains d'oxide de plomb.

D'une autre part, j'ai reconnu que 100 grains d'acide phosphorique demandoient 116 grains d'oxide de plomb pour leur saturation ; 14 grains de cet acide existant dans 100 grains $\frac{1}{2}$, doivent donc contenir 16 grains $\frac{1}{4}$ d'oxide de plomb. Mais ces 16 grains $\frac{1}{4}$ ajoutés aux 36 grains unis à l'acide arsénique, font 52 grains $\frac{1}{4}$, tandis que nous n'avons réellement trouvé que 50 grains d'oxide de plomb ; d'où il suit que l'acide phosphorique ne contenoit que 14 grains

d'oxide de plomb, et qu'une petite partie de cet acide étoient employée à saturer les 4 grains d'oxide de fer indiqués ci-dessus. Et en effet, je me suis convaincu que l'oxide de fer a une attraction plus forte pour l'acide phosphorique que pour l'acide arsénique.

Il résulte de cette analyse, que 100 parties de la mine de plomb verte d'Auvergne, contiennent :

Arséniate de plomb	65 grains.
Phosphate de plomb	27
Phosphate de fer	5
Eau	3
	100



OBSERVATIONS GÉNÉRALES,

Sur les couches modernes horizontales, qui ont été déposées par la mer, et sur les conséquences qu'on peut tirer de leurs dispositions, relativement à l'ancienneté du globe terrestre.

PAR M. LAVOISIER.

UNE partie des matières qui se présentent à la surface de la partie basse du globe terrestre, jusqu'à la profondeur où il nous est permis de pénétrer, sont disposées par couches horizontales; on y rencontre des masses immenses de corps marins de toute espèce, ensorte qu'on ne peut douter que la mer n'ait recouvert, dans des temps très-reculés, une grande partie de la terre qui est maintenant habitée.

Mais si, à ce premier coup-d'œil, on fait succéder un examen plus approfondi de l'arrangement des bancs et des matières qui les composent, on est étonné d'y voir à la fois tout ce qui caractérise l'ordre, l'uniformité, la tranquillité, et en même-temps tout ce qui annonce le désordre et le mouvement.

Ici se trouvent des amas de coquilles, parmi lesquelles on en voit de minces et de fragiles; la plupart ne sont ni usées, ni frottées; elles sont précisément dans l'état où l'animal les a laissées en perdant la vie : toutes celles qui sont de figure allongée, sont couchées horizontalement; presque toutes sont dans la situation qui a été déterminée par la position de leur centre de gravité : toutes les circons-

tances qui les environnent attestent une tranquillité profonde, et sinon un repos absolu, du moins des mouvemens doux et dependans de leur volonté.

Quelques pieds au-dessus ou au-dessous du lieu où cette observation a été faite, se présente un spectacle tout opposé; on n'y voit aucune trace d'être vivans et animés : on trouve à la place des cailloux arrondis, dont les angles n'ont pu être usés que par un mouvement rapide et long-temps continué : c'est le tableau d'une mer en courroux, qui vient se briser contre le rivage, et qui roule avec fracas des amas considérables de galets. Comment concilier des observations si opposées ? comment des effets si différens peuvent-ils appartenir à une même cause ? comment le mouvement, qui a usé le quartz, le cristal de roche, les pierres les plus dures, qui en a arrondi les angles, a-t-il respecté des coquilles fragiles et légères?

L'examen des couches horizontales présente encore une autre singularité très-remarquable ; le sable et les matières calcaires ne sont point communément mêlés ensemble, ou au moins ils ne le sont que dans les environs du point de contact, dans certains cas, et suivant de certaines loix. La plupart des sables, ceux qu'on nomme sablons, ne contiennent point de terre calcaire, et réciproquement la craie et la plupart des pierres calcaires, prises en plein banc, ne contiennent point de sable ni de terre siliceuse.

Ce contraste de tranquillité et de mouvement, d'arrangement et de désordre, de séparation et de mélange, m'avoit paru inexplicable au premier coup-d'œil : cependant, à force de voir et de revoir les mêmes objets dans différens temps et dans différens lieux, à force de combiner les observations et les faits, il m'a semblé qu'on pouvoit expliquer ces étonnans phénomènes d'une manière naturelle et simple, et parvenir à déterminer les principales loix qu'a suivi la nature dans l'arrangement des couches horizontales. Il y a long-tems que je médite le système que je me suis formé

formé à cet égard, et il m'a paru avoir acquis assez de consistance et d'ensemble pour qu'il me fût permis de le mettre sous les yeux de l'Académie.

Il y a deux manières de présenter les objets en matière de science; la première consiste à remonter des phénomènes aux causes qui les ont produits; la seconde, à supposer la cause, et à faire voir que les phénomènes présentés par l'observation, cadrent exactement avec cette supposition. Cette dernière marche est rarement celle qu'on suit dans la recherche des vérités nouvelles; mais elle est souvent utile pour les enseigner aux autres : elle leur épargne des difficultés et des dégoûts, et c'est celle que j'ai cru devoir adopter dans la suite de Mémoires minéralogiques que je me propose de donner successivement à l'Académie.

S'il n'y avoit dans la nature ni vent, ni changement de température, ni mouvement de flux et de reflux, les eaux de la mer seroient dans un état de stagnation perpétuelle; on n'y observeroit que des mouvemens locaux et accidentels, et qui leur seroient principalement imprimés par les corps animés. C'est donc uniquement à ces trois causes qu'on doit rapporter les différens mouvemens qui agitent les eaux de la mer: mais en examinant séparément leur manière d'agir, on remarque que dans la première de ces causes, le vent n'a d'action que sur la surface de l'eau. Le vent, en effet, ne peut imprimer de mouvement à l'eau qu'en raison du frottement qui s'excite entre les surfaces des deux fluides : or, ce mouvement est nécessairement ralenti par la résistance que lui opposent les couches inférieures; il doit donc diminuer, et même suivant une progression très-rapide, à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la mer; et dans le fait, il est reconnu que l'action du vent à la mer ne s'étend pas au-delà de 10 à 12 pieds de profondeur.

On en peut dire autant des mouvemens relatifs au changement de température : indépendamment de ce que ces mouvemens ne peuvent jamais être rapides, il est prouvé, par

expérience, que les eaux de la mer à une certaine profondeur, conservent une température à-peu-près constante ; ensorte que les changemens de température ne peuvent produire ni agitation, ni mouvement sensibles au fond de la mer.

Enfin, d'après M. de la Place, le flux et le reflux de la mer, qui fait sur nos côtes de si terribles ravages, ne produit en pleine mer que de très-petites oscillations, qui sont même encore considérablement diminuées par le frottement que les molécules de l'eau exercent les unes contre les autres (*a*).

Mais si les trois causes qui peuvent seules agir sur les eaux de la mer ne l'agitent qu'à sa surface ; s'il ne peut régner dans son fond que des courans d'une vitesse infiniment modérée ; tout ce qui a vécu, tout ce qui a végété au fond de la mer et à une certaine distance des côtes, toutes les couches des bancs qui s'y sont formés, doivent présenter l'image du calme et de la tranquillité : des coquilles, même très-fragiles, doivent s'y trouver sans altération, et l'on ne doit remarquer, dans la position qu'elles affectent, rien qui

---

(*a*) Un voyage que j'ai fait à Cherbourg depuis la rédaction de ce mémoire, m'a procuré l'occasion de faire, avec M. Meusnier, de nouvelles observations, qui confirment complètement tout ce que je viens d'avancer. La différence de la haute à la basse mer, le long de cette côte, est d'environ 20 pieds : c'est dans cette étendue, et 10 à 12 pieds, tout au plus, au-dessous, que la mer renverse tous les obstacles qu'on oppose à ses efforts. Ce n'est également que dans cette couche de 32 pieds d'épaisseur environ, qu'elle roule les cailloux qui se rencontrent à la côte : encore faut-il, pour qu'il se forme du galet, une condition essentielle ; c'est que l'inclinaison du rivage soit assez rapide pour que le galet roule et retombe de lui-même, après que l'impulsion de la vague l'a forcé de remonter : ce n'est que par ce mouvement d'ascension et de descension, repété pendant une longue suite d'années, que les angles des cailloux se trouvent usés, atténués, qu'ils prennent une figure arrondie, qu'ils diminuent peu-à-peu de grosseur, et qu'ils finissent par n'être plus qu'un sable plus ou moins fin.

La digue en pierre sèche, faite devant Cherbourg, atteste tous ces faits : malgré les amas immenses de pierres dont on l'a formée, on n'a jamais pu parvenir à l'élever au-dessus du niveau de la basse-mer. La violence des efforts de la lame rase tout ce qui s'oppose à son passage, et elle parvient à donner aux pierres qui forment la digue, un talus d'un pied sur dix environ ; ce n'est qu'alors qu'il y a repos et équilibre, et que la résistance des pierres est égale à l'effort que fait la mer pour les déranger. Mais, comme je l'ai dit, tout ce travail de la mer n'a lieu que jusqu'à 10 ou 12 pieds au-dessous du niveau de la basse-mer : la tranquillité renait bientôt, lorsqu'on pénètre à de plus grandes profondeurs.

ne prouve qu'elles ont obéi, sans obstacle, aux simples loix de la gravité.

Il n'en doit pas être de même du voisinage des bords de la mer. L'effet du flux et du reflux augmenté par la résistance que les côtes lui opposent; l'action des vents, tantôt contraires, tantôt favorables à sa direction, doivent donner aux eaux une impulsion rapide; elles doivent venir se briser avec fracas contre le rivage. Il n'est pas étonnant qu'un mouvement si violent, si souvent répété, parvienne avec le tems à user les angles des pierres les plus dures, à élever et à transporter des montagnes de galets.

Ces premières réflexions nous conduisent à une conséquence naturelle; c'est qu'il doit exister dans le règne minéral deux sortes de bancs très-distincts, les uns formés en pleine mer à une grande profondeur, et que je nommerai, à l'imitation de M. Rouelle, bancs *pélagiens;* les autres formés à la côte, et que je nommerai bancs *littoraux:* que ces deux espèces de bancs doivent avoir des caractères distinctifs, qui ne permettent pas de les confondre; que les premiers doivent présenter des amas de matières calcaires, des débris d'animaux, de coquilles, de corps marins accumulés lentement et paisiblement, pendant une succession immense d'années et de siècles; que les autres, au contraire, doivent présenter par-tout l'image du mouvement, de la destruction, et du tumulte. Ces derniers sont des espèces de bancs parasites, formés aux dépens des côtes, à la différence des bancs élevés en pleine mer, qui sont l'ouvrage des êtres vivans, et dont le niveau s'accroît lentement et continuellement au milieu des eaux.

Cette distinction de deux espèces de bancs, qui s'est présentée à moi, pour ainsi dire, dès les premiers pas que j'ai faits en minéralogie, m'a débrouillé tout d'un coup le cahos que présentent au premier coup d'œil les pays à couches horizontales, et elle m'a fourni une foule de conséquences auxquelles je vais essayer de conduire successivement le lecteur.

Indépendamment de ce caractère distinctif, tiré du mouvement et du repos, qui ne permet pas de confondre, même au premier coup-d'œil, les bancs *littoraux* et les bancs *pélagiens*. Il en est d'autres qui dépendent [illegible], et qui sont une suite nécessaire des mêmes effets. Les bancs formés en pleine mer, ou *pélagiens*, doivent être composés, et ils le sont en effet, de matière calcaire presque pure, c'est-à-dire, de la matière même des coquilles accumulée sans mélange. Les bancs formés à la côte, les bancs *littoraux*, au contraire, peuvent être composés de matières d'une infinité d'espèces, suivant la nature des côtes. Les seuls être vivans, ceux sur-tout d'une constitution foible, qui ne peuvent pas s'attacher solidement aux rochers, ou qui sont porteurs d'une enveloppe fragile, doivent en être exclus.

Mais ce qui pourroit échapper au premier coup-d'œil, et ce que l'on concevra facilement, cependant, par quelques instans de réflexions, c'est que les matières dont sont formés les bancs littoraux, ne doivent point être indistinctement mélangées, qu'elles doivent être au contraire arrangées et disposées suivant de certaines loix. En effet, le mouvement des eaux de la mer allant continuellement en décroissant de la surface au fond, au moins jusqu'à une certaine profondeur, de 40 à 50 pieds, il doit s'opérer sur les bords de la mer, et même dans une étendue d'autant plus grande, que la pente de la côte est moins rapide, un véritable lavage, analogue à celui qu'on opère dans le traitement des mines. Les matières les plus grossières, telles que les galets, doivent occuper la partie la plus élevée, et former la limite de la haute-mer. Plus bas, doivent se ranger les sables grossiers, qui ne sont eux-mêmes que des galets plus atténués : au-dessous, dans les parties où la mer est moins tumultueuse et les mouvemens moins violens, doivent se déposer les sables fins : enfin les matières les plus légères, les plus divisées, telles que l'argile, la terre siliceuse elle-

même, dans un état de porphirisation, doivent demeurer long-temps suspendues; elles ne doivent se déposer qu'à une distance assez grande de la côte, et à une profondeur telle que le mouvement de la mer y soit presque nul.

Le talus que prennent toutes ces matières n'est pas même une chose arbitraire; il dépend de la pesanteur spécifique de l'eau de la mer, de son mouvement à différentes profondeurs, du degré plus ou moins grand de division des molécules charriées par l'eau, de leur pesanteur spécifique; au point que ces données étant bien connues, on pourroit, par le calcul, déterminer le talus du fond de la mer, depuis le rivage jusqu'à une certaine distance des côtes, et réciproquement que ce talus étant donné, on pourroit, à l'aide des autres élémens connus, en conclure le mouvement de la mer à différentes profondeurs.

Mais sans se jeter dans des calculs qui exigeroient l'application de la plus savante analyse, on voit en général que la courbe du fond de la mer, depuis la côte jusqu'à la pleine mer, doit approcher beaucoup d'une portion de parabole, dont l'axe seroit paralèlle à l'horizon; c'est-à-dire que l'inclinaison de la côte avec l'horizon, à la limite de la pleine mer, doit approcher de 45 degrés; qu'elle doit aller ensuite en diminuant, jusqu'au lieu où l'eau de la mer est dans un repos absolu, et qu'alors son fond doit tendre à devenir absolument horizontal.

La planche première a pour objet de donner une idée de ce qui se passe ainsi sur les bords de la mer, dans les endroits où la côte est de craie; c'est ce qu'on observe dans la haute-Normandie, et sur les côtes correspondantes de l'Angleterre. J'exposerai dans un autre temps ce qui a lieu, suivant la nature des matières dont la côte est composée.

AB, planche première, représente une falaise composée de craie, mêlée de silex, de figures irrégulières, qui y sont quelquefois parsemés sans ordre, quelquefois rangés par bancs horizontaux. La mer ayant miné le pied de cette falaise,

elle se trouve coupée presque à pic. Mais à mesure qu'il s'est fait des éboulemens de craie et de cailloux, le mouvement des eaux en a fait le lavage. La terre calcaire, la craie, comme [illegible] légère, est demeurée long-temps suspendue; elle a été déposée au loin, en M, soit seule, soit mêlée avec de la terre siliceuse très-divisée. Les cailloux que cette même craie contenoit sont restés à nud sur le rivage; le mouvement de la mer les a brisés, arrondis, en a formé des galets qui sont demeurés en BDFG, c'est-à-dire, comme on l'a déja annoncé, à la limite de la haute-mer. Les molécules siliceuses qui ont été détachées à mesure que les angles des cailloux ont été détruits et usés, se sont portées plus ou moins loin, suivant leur état de divison, c'est-à-dire suivant qu'ils ont formé du sable grossier, du sable fin ou de la terre siliceuse, en poussière impalpable.

On voit, dans la même figure, ce sable grossier, déposé de H en I, à la suite du galet; le sable plus fin de I en L; la terre impalpable argileuse ou siliceuse, de L en M; la même terre argilleuse, mêlée avec la terre calcaire, également très-divisée, formant une espèce de marne de M en N. Tous les bancs HILMN, qui se sont formés ainsi à la côte, sont ceux que j'ai nommés bancs *littoraux :* enfin, on voit en N le commencement des bancs calcaires KK, formés en pleine mer, des bancs que j'ai nommés pelagiens, qui se continuent en s'approchant de plus en plus de la ligne horizontale; ils participent encore plus ou moins, sur-tout vers N, de la nature des matières dont la falaise est composée, à défaut d'un éloignement suffisant des côtes.

Dans plusieurs endroits de la Normandie, les cailloux devenus galets, accumulés au bas de la falaise, y forment aujourd'hui une espèce de rempart qui la défend; mais ce rempart diminue insensiblement chaque année, parce que les galets s'usent et s'atténuent. Il arrivera donc un moment où la falaise n'ayant plus rien qui la défende, sera de nouveau minée par le pied; alors il se formera de nouveaux

éboulemens, qui donneront matière à de nouveaux lavages ; de nouveaux cailloux seront arrondis, et formeront de nouveaux galets, qui disparoîtront à leur tour.

Les choses, sans doute, seroient arrivées à un point d'équilibre, et les talus naturels qui se seroient formés à la longue, auroient été enfin en état de résister à l'effort de la mer, et de défendre la côte, si les eaux avoient toujours été renfermées dans les mêmes bornes, si le niveau de la mer avoit toujours été constant ; si, par une cause quelconque, elle n'avoit pas eu, dans des tems très-reculés, des mouvemens progressifs et retrogrades. On m'arrêtera ici, pour me dire que ce mouvement de la mer n'est encore prouvé, ni par le calcul, ni par l'observation; mais je demande au moins qu'il me soit permis de le supposer, et d'examiner quels en doivent être les résultats et les conséquences : ce que je ne présente ici que comme une supposition, deviendroit une réalité, si je parvenois à faire voir que cette supposition cadre avec tous les phénomènes observés. Ce ne sont donc plus les effets d'une mer sédentaire que nous allons envisager, mais les effets d'une mer qui sort de son lit pour y rentrer, qui se déplace suivant de certaines loix, et sur-tout en vertu d'un mouvement très-lent.

Il est d'abord évident que si la mer gagne du terrein sur les côtes, si son niveau s'élève d'une quantité BS, planche II, la falaise qui existoit en AB sera sappée par le pied au niveau de S, qu'il s'y fera des éboulemens fréquens, jusqu'à ce qu'il se soit formé une nouvelle falaise HR, a l'extrémité SR de la limite de la haute mer. Si le niveau de la mer continue à s'élever progressivement d'une quantité ST, TV, VX, la falaise sera reportée successivement en IQ, KP, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la mer soit parvenue à la limite de sa plus grande ascension. En supposant que cette limite fût en MY, la falaise sera transportée en LM, et la partie supérieure de la masse de craie

qui étoit représentée par la ligne LKIHA, sera représentée par la ligne M . . . . PQRB. Enfin cette dernière sera couverte de bancs de galets, de sable dans différens états, de marne, etc.; en un mot, de bancs *littoraux*, dont la matière aura été fournie par la destruction de la portion de terrein LKIHAMPQRB. La mer, en gagnant du terrein sur les côtes, fait donc un véritable déblais et un véritable remblais; et en supposant que l'ancienne terre ne fut recouverte que de craie, le fond de la mer, depuis la côte, jusqu'à vingt ou trente lieues en pleine mer, offriroit à-peu-près le résultat présenté par la planche III, c'est-à-dire que la masse de craie seroit recouverte d'un banc littoral, ou formé à la BIHLMN, lequel seroit composé de cailloux roulés, de sable, et de marne.

On voit dans la même planche III, l'ancienne terre TTT; la masse de craie PPP, qui repose dessus, et la couche de bancs parasites ou littoraux HILMN, qui la recouvre.

J'ai déja fait observer qu'il ne pouvoit exister de coquilles et de corps marins en général, dans les endroits où la côte est garnie de galets. Ils seroient bientôt fracassés et détruits par le mouvement des vagues, et sur-tout par celui qu'elles impriment aux galets. On conçoit même, en général, que les animaux marins, sur-tout ceux qui portent avec eux une enveloppe fragile, ne doivent point se plaire dans le voisinage des côtes, et qu'on n'y doit trouver que les espèces qui ont la faculté de s'attacher fortement aux rochers, où des fragmens et des débris de coquilles dont les insectes ne vivent plus, et dont les dépouilles jetées à la côte sont bientôt brisées, réduites en poudre, et charriées dans un état de suspension par l'eau de la mer. C'est en effet ce que l'observation confirme.

Mais à mesure que le niveau de la mer a changé, à mesure qu'elle a anticipé sur les terres, ces mêmes bancs qui s'étoient formés à la côte au milieu du tumulte et de l'agitation, ont été recouverts d'une épaisseur d'eau de plus en plus grande, ils

ils se sont trouvés dans une région plus tranquille : c'est alors que les animaux de la mer, ceux mêmes qui sont revêtus d'enveloppes fragiles, et qui craignent le mouvement, ont commencé à y établir leur domicile. Le point X, planche III, auquel le fond de la mer a commencé à devenir habitable pour les coquilles, et sa distance à la côte B, dépend, comme l'on voit, de la profondeur VX, jusqu'à laquelle se font sentir les grands mouvemens des eaux : on a déjà établi qu'elle ne devoit pas excéder 50 pieds. Mais les animaux qui se sont placés précisément à cette limite, ont dû être incommodés quelquefois dans les très-grands mouvemens de la mer, et l'impression a dû s'en faire sentir jusques dans les profondeurs qu'ils habitoient. Quelquefois aussi des portions de sable fin ont pu demeurer assez long-temps suspendues dans l'eau pour parvenir jusqu'à eux : ces premières coquilles doivent donc encore aujourd'hui se trouver mêlées d'une portion de sable de la même espèce que celui sur lequel elles reposent ; et en effet c'est une observation constante, et dont je n'ai point vu d'exception, que toutes les fois qu'un banc de coquilles repose sur un banc de sable, il y a mélange dans le voisinage des deux bancs ; les premières couches de sable contiennent des coquilles, les dernières couches de coquilles sont mêlées de sable.

Lorsqu'ensuite, par le mouvement progressif de la mer, la côte a été reportée beaucoup plus loin, les corps marins qui ont succédé aux premiers, se sont trouvés dans une situation de plus en plus calme ; et enfin dans un état de tranquillité absolue : les générations de coquilles se sont alors paisiblement succédées les unes aux autres ; et il s'est formé insensiblement des bancs uniquement composés de matières calcaires, qui, par une longue succession de siècles, ont dû acquérir une grande épaisseur. Ces bancs, dont la surface doit approcher de plus en plus, de devenir horizontale, à mesure qu'ils s'éloignent de la côte, sont représentés, KKKKK.

Tandis que les masses de coquilles s'élevoient aussi lentement et paisiblement au sein des eaux, par la succession d'une immensité de générations, la mer qui, dans la supposition d'un mouvement progressif, a dû atteindre enfin le flanc des hautes montagnes, a exercé son action contre elles ; elle en a détaché des masses de quarts et de pierre siliceuse qu'elle a brisées, qu'elle a roulées, dont elle a formé des galets, et dont les angles, par leur usure, ont donné naissance à des sables de différens degrés de ténuité. Les plus grossiers se sont rangés le plus près de la côte ; les plus fins à un niveau inférieur : enfin les molécules les plus divisées ont dû se déposer au loin, et former des dépôts ressemblans par leur tenuité à de l'argille, etc.

La planche IV présente le tableau de l'état des choses au moment où la mer est parvenue ainsi au pied des montagnes. TTT représente l'ancienne terre ; PPP la masse de craie ; LMN les termes littoraux composés de cailloux roulés, de sable, de marne, etc., formés par le détritus des falaises à la mer montante ; KKK les bancs calcaires horisontaux pélagiens qui se sont formés par-dessus, à mesure que la limite de la mer s'est éloignée ; HH les quarts roulés, formés du détritus des montagnes, qui doivent être mêlés de sable grossier en II, mais qui doivent être de plus en plus mélangés des matières plus divisées à mesure qu'on approche de GG, d'après les propriétés qu'ont ces matières de demeurer plus long-tems suspendues dans l'eau, et de se déposer par conséquent à une plus grande distance de la côte.

Enfin, lorsqu'après une longue suite de révolutions de siècles, la mer, après avoir atteint sa plus grande élévation, après avoir été quelque tems stationnaire, est devenue rétrograde, lorsque son niveau a baissé, et qu'elle a commencé à reperdre le terrein qu'elle avoit gagné, elle a dû faire encore, en se retirant, un véritable lavage des matières qu'elle avoit accumulées au pied des montagnes. Les quarts roulés ou galets, comme plus lourds, et les sables grossiers qui y

étoient mêlés, ont dû rester les premiers à découvert ; ils n'ont point été entraînés par les eaux. Les matières légères au contraire, et très-divisées, telles que les sables très-fins, la glaise et l'argille, ont suivi, dans leur retraite, les eaux dans lesquelles elles étoient susceptibles de demeurer quelque tems suspendues ; ensorte que la mer, en se retirant, a dû répandre sur les bancs formés en pleine mer, une nappe de matières sableuses et argilleuses. Mais comme elle laissoit toujours en arrière quelques portions des matières qu'elle avoit entraînées d'abord, l'épaisseur de ces couches a dû aller continuellement en diminuant, à mesure qu'elles s'éloignoient des grandes montagnes, et il a dû nécessairement se trouver un terme auquel ces bancs ont été tellement atténués et amincis, qu'ils ont disparu entièrement.

Je désignerai cette dernière espèce de bancs, sous le nom de *bancs littoraux formés à la mer descendante*, pour les distinguer de ceux également formés à la côte, mais *à la mer montante* : on les voit représentés en HHIIGG, planches V et VI. On remarquera qu'ils ont la propriété de converger, et de tendre à se réunir du côté des grandes montagnes, avec les bancs littoraux inférieurs LLMMNN, formés par la mer montante, et qu'ils s'y réunissent en effet en un point I ; qu'ils divergent, au contraire, et s'écartent de ces mêmes bancs, à mesure qu'on s'approche de la pleine mer. On conçoit qu'il est toujours facile de distinguer ces deux espèces de bancs, les supérieurs étant toujours formés du détritus des matières qui composent l'ancienne terre ou les grandes montagnes, et les inférieurs du détritus des bancs pélagiens horisontaux.

Tant que la surface de la mer a été plus élevée que les bancs pélagiens calcaires horisontaux KKK, planche V, tant que ces bancs ont été défendus de l'action des eaux par la couche sablonneuse IIGG, qui les recouvroit, ils n'ont point été entamés ; mais, par les progrès de l'abaissement

des eaux, ils ont dû être attaqués à leur tour. Lors, par exemple, que la surface de la mer a été redescendue jusqu'en *bc*, planche VI, il a dû se former des falaises *ux* au milieu des bancs KK. Enfin, quand après un laps de temps plus ou moins long, la mer est parvenue au dessous du niveau des bancs pélagiens calcaires KK, en *b' c'* par exemple; elle a dû commencer à agir sur les bancs littoraux NN qu'elle avoit formés en montant, et qui servent de base aux bancs pélagiens calcaires. Mais comme ces bancs, en raison de leur qualité sableuse, argilleuse et marneuse, de leur peu de liaison et de la mobilité de leurs parties, ont offert peu de de résistance à l'action de l'eau, ils ont dû être détruits promptement; les bancs pélagiens calcaires KK qu'ils soutenoient, ont donc dû être culbutés, roulés, atténués, détruits. La mer même, quoique perdant toujours de son niveau, a pu quelquefois regagner du terrein sur les côtes, et la falaise qui s'étoit formée en *ux* a dû se former en VX, c'est-à-dire à une distance plus ou moins grande, dépendante de beaucoup de circonstances, qu'il seroit trop long de détailler dans ce moment.

Il a dû résulter de-là que les bancs littoraux et pélagiens HGG, KKKKLLMMNN, qui recouvrent la craie, ont été emportés dans beaucoup d'endroits, principalement dans les approches de la limite de la mer actuelle; que la craie PPP, ou en général le banc inférieur, a dû rester seul, et c'est ce qu'on remarque en effet assez généralement en Normandie, en Picardie, et dans une partie de l'Angleterre.

Les détails dans lesquels je viens d'entrer, n'ont d'autre objet que de prouver qu'en supposant que la mer ait eu un mouvement d'oscillation très lent, une espèce de flux et de reflux, dont le mouvement se soit exécuté dans une période de plusieurs centaines de milliers d'années, et qui se soit répété déja un certain nombre de fois, il doit en résulter qu'en faisant une coupe des bancs horisontaux entre la mer et les grandes montagnes, cette coupe doit présenter

une alternative de bancs littoraux et de bancs pélagiens: que ces bancs, qui sont très-reconnoissables, et qui sont composés de matières très-différentes, doivent être mélangés dans les environs des points de contact, mais qu'ils doivent être exempts de mélange à peu de distance de ces mêmes points: que si on pouvoit prolonger cette coupe jusqu'à une profondeur assez grande pour atteindre l'ancienne terre, on pourroit juger par le nombre des couches du nombre d'excursions que la mer a faites: enfin, que lorsque les bancs supérieurs ont été posés sur des matières faciles à attaquer et à diviser, comme de l'argile et du sable, ils doivent avoir été souvent détruits par l'action de la mer descendante, ensorte que les bancs inférieurs ont dû seuls rester.

Tel est le tableau de ce qui a dû arriver dans la supposition que je viens d'énoncer: mais si ce qui a dû arriver dans cette supposition, existe en effet; si réellement la masse des matières abandonnées par la mer, est disposée par bancs alternatifs, dont les uns soient évidemment formés en pleine mer, les autres évidemment formés à la côte; si par tout l'observation confirme ce que la théorie indique, il en résultera que ce que j'ai présenté comme une supposition, n'en est point une; que c'est une vérité conforme à la marche de la nature, une donnée de l'expérience, une conséquence à laquelle conduit l'observation. Je pourrois apporter ici en preuves la description d'une partie des terreins qui composent la France et l'Angleterre; mais comme il m'importe de ne pas fatiguer le lecteur dans ce premier mémoire par de trop longs détails, je me bornerai à rapporter quelques coupes principales observées en France, et qu'il sera aisé à chacun de vérifier.

La figure première de la planche VII, représente la coupe des montagnes des environs de Villers-Coterets. On y remarque dans le haut, 1°. 260 pieds de sable, qui contient souvent des galets ou cailloux roulés, et dans lequel il s'est formé du grès. On y trouve aucuns débris de corps marins, mais

quelquefois dans le haut, des empreintes d'une espèce de buccins d'eau douce et de cornets de Saint-Hubert, sur des cailloux ou silex argilleux blancs. C'est ce banc que je regarde comme formé à la côte pendant la mer descendante, ci. . . . . . . 260 pieds

2°. Des bancs de pierre calcaire de différente épaisseur, évidemment formés en pleine mer, et uniquement composés de débris de coquilles et de noyaux de corps marins. On y trouve fréquemment de grandes vis, dont la longueur est de 2 pieds, et qui sont toutes couchées horisontalement, ci. . . . 75

3°. Une masse de sable mêlé dans le haut de coquilles, de quelques cailloux roulés, et qui contient fréquemment du bois pétrifié. Ce banc est celui formé à la côte à la mer montante, et j'ai précédemment expliqué pourquoi il contenoit dans sa partie supérieure des coquilles, du bois pétrifié, etc. Son épaisseur est variable; on peut l'évaluer environ à 60

4°. La masse de craie sur laquelle ces différens bancs sont posés; mais comme la surface supérieure de la craie, en général, n'est point horisontale, comme elle ne se trouve qu'à une assez grande profondeur dans les environs de Villers-Coterets, on ne la voit nulle part à découvert dans ce canton; elle ne commence à se montrer qu'à quelques lieues au nord ou au nord-ouest dans la forêt de Compiegne; elle continue ensuite dans toute la Picardie, la Normandie, les côtes d'Angleterre, etc. Elle n'a nulle part moins de 3 à 4 cent pieds d'épaisseur ci. . . . . , ... 350

Total 745

Si l'on compare cette coupe avec le profil du terrein représenté planche VI, on trouvera une conformité parfaite dans les résultats, et on reconnoîtra que les bancs des montagnes des environs de Villers-Coterets sont absolument dans l'ordre représenté par la coupe 1, 2, 3, 4 et 5, prise à une distance à-peu-près moyenne entre les montagnes T, et la mer BC.

On remarquera une conformité aussi frappante dans l'arrangement des bancs des environs de Meudon, près Paris, principalement en descendant à la verrerie de Sèves. On trouve dans le haut du parc, sous la terre végétale,

1°. Un sable argilleux, contenant de la pierre meulière.	25 pieds
2°. Du sable et du grès.	180
3°. Des bancs de pierres calcaires entièrement composés de détritus de coquilles.	66
4°. De l'argille jaune.	18
5°. De la craie.	115
Total jusqu'au niveau de la rivière.	404 pieds

Cette coupe est représentée fig. 2, planche VII. Il est encore évident que le résultat qu'elle présente est absolument conforme à celui de la coupe 1, 2, 3, 4 et 5, planche VI; avec cette différence seulement que le banc qui sépare la pierre calcaire et la craie, est de glaise, au lieu d'être de sable, et qu'il est moins épais que dans les montagnes des environs de Villers-Coterets, ce dont j'expliquerai ailleurs la raison.

Je donnerai, pour troisième exemple, la coupe des montagnes des environs de la Fère, du côté de Saint-Gobin; elle est représentée, planche VII, fig. 3. On observe dans les bois de Prémontré et de Saint-Gobin,

1°. Sous la terre végétale, sable et grès,	76 pieds 6 pouces
2°. Un banc de sable glaiseux qui retient l'eau, ...	1
3°. Banc de pierre calcaire, composée de débris de coquilles et de corps marins; . .	79
Glaise bleue, ...	1
Sable et cailloux roulés, ...	120
([illegible], ...	[illegible]
Suite du banc de sable et de cailloux [illegible], ...	[illegible])
Masse de craie dans laquelle on a creusé très-profondément, avec une tarrière, . .	204
Total, ...	643 — 6

Le bas de cette fouille est de 200 pieds au-dessous du niveau de la rivière d'Oise, à la Fère.

On reconnoît encore ici la coupe 1, 2, 3, 4 et 5 de la figure 6; on y trouve le banc supérieur de sable et de grès 1, formé à la côte, la mer descendante; le banc 2 de pierres calcaires formé en pleine mer; le banc 3 de sable formé à à la côte, la mer montante; enfin la masse de craie 4, qui paroit encore avoir été formée en pleine mer.

On demandera, sans doute, ce qui se rencontre au dessous de la craie, et ce que j'entends par cette expression, l'ancienne terre. Ce nom que j'emprunte de M. Rouelle, n'exprime pas des idées bien déterminées : il s'en faut bien que ce soit encore la terre primitive; il y a, au contraire, toute apparence que ce que j'apelle ici ancienne terre est encore un composé de bancs littoraux beaucoup plus anciennement formés.

Mais ce qui est très-remarquable, c'est que la craie est ordinairement le dernier des bancs qui contiennent des coquilles, des corps marins et des vestiges d'animaux qui ont

en

en vie. Les bancs de schites qui se trouvent communément au-dessous, contiennent souvent des vestiges de corps flottans, des bois, des végétaux enfouis, et qui ont été jetés à la côte, quelques empreintes même de poissons; mais on n'y trouve pas un atôme de coquilles : on n'en trouve pas davantage dans les bancs qui paroissent avoir été formés en pleine mer à cette époque. S'il étoit permis de hazarder des conjectures sur cet étrange résultat, je croirois pouvoir en conclure, comme M. Monge en a eu le premier l'idée, que la terre n'a pas toujours été peuplée d'êtres vivans; qu'elle a été long-tems un désert inanimé, dans lequel rien n'avoit vie; que l'existence des végétaux a précédé de beaucoup l'existence des animaux, ou au moins que la terre a été couverte d'arbres et de plantes, avant que les mers fussent peuplées de coquillages. Je discuterai dans la suite, dans un très-grand détail, ces opinions qui appartiennent beaucoup plus à M. Monge qu'à moi; mais il est indispensable que j'établisse auparavant, d'une maniere solide, les observations sur lesquelles elles sont fondées.

Il est difficile, d'après un accord aussi parfait de la théorie et de l'observation, accord dont les bancs déposés ou formés par la mer, fournissent à chaque pas des preuves, de se refuser de conclure que le mouvement progressif et rétrograde de la mer, n'est point une supposition, que c'est une vérité de fait, une conséquence qui dérive immédiatement des observations. C'est aux Géomètres qui ont porté tant de sagacité et de génie dans la discussion des différentes parties de l'Astronomie-Physique, à nous éclairer sur la cause de ces oscillations; à nous apprendre si elles existent encore, ou bien s'il est possible qu'après une longue révolution de siècles, les choses soient arrivées à un état de repos. Un changement même, assez médiocre dans la position de l'axe de rotation, et par conséquent dans la position de l'équateur de la terre, suffiroit pour expliquer tous ces phénomènes; mais cette grande question considérée

relativement à l'astronomie physique, n'est pas de mon ressort.

Je n'ai présenté dans ce Mémoire que des vues générales; je n'y ai examiné, en quelque façon, qu'un seul cas du problème que je m'étois proposé de résoudre; mais il ne m'auroit pas été possible de me faire entendre, si j'eusse voulu en embrasser tout l'ensemble, tant les effets sont compliqués. J'ai supposé, par exemple, que les bancs LLMMNN, planches III, IV, V et VI, formés à la côte par la mer montante, étoient toujours composés de sable et de cailloux; qu'ils reposoient toujours sur une masse de craie, comme on l'observe sur les côtes d'Angleterre et de Normandie, et que cette craie étoit toujours parsemée de cailloux. Il est évident qu'alors le détritus des falaises que la mer forme aux dépens du banc de craie, doit être composé de galets, de grève arrondie et de sable: mais il n'est pas rare de trouver des craies sans cailloux, et alors la mer ne forme plus de sable à la côte; elle y dépose un argile jaune, dont la craie contient une petite portion. Souvent aussi le dernier des bancs calcaires n'est pas composé de craie pure, mais de terre calcaire, plus ou moins mêlée d'argile ou de sable; enfin les matières qui forment les côtes de la mer, sont quelquefois de quartz, de schitz, etc. Les bancs formés à la côte, par la mer montante, prennent dans toutes ces circonstances autant de caractères différens. Ce n'est qu'en examinant séparément ces différens cas, en les discutant et en les expliquant les uns par les autres, qu'il sera possible de saisir tout l'ensemble des phénomènes, et qu'on pourra se convaincre que la variété prodigieuse des résultats ne dépend cependant que d'une cause simple et unique.

Je traiterai en conséquence, dans un Mémoire particulier, des bancs formés à la côte, des circonstances qui les caractérisent, des variétés qu'ils présentent, suivant les circonstances locales et particulières, et sur-tout, suivant la nature des bancs aux dépens desquels ils ont été formés.

Je ferai voir que c'est dans ces bancs seuls qu'on trouve des corps flottans, ou du moins qui l'ont été, tels que le bois, l'ambre jaune, les débris de végétaux, etc : que c'est également à la côte que se sont formées la plus grande partie des mines de transport; parce qu'au moment où les eaux qui charrioient des métaux dans l'état salin, se sont mêlées avec de l'eau de la mer, il s'est fait de doubles décompositions, des précipitations, et que les métaux ont été déposés dans l'état d'oxides ou de sels insolubles.

Je rassemblerai également dans un Mémoire particulier, les observations que j'ai faites sur les bancs formés en pleine mer, sur les espèces de coquilles et de corps marins qu'on y rencontre, sur la profondeur et l'éloignement des côtes nécessaires pour la subsistance de chaque individu.



SUITE

DES RECHERCHES SUR LA FIGURE DES PLANÈTES (*a*).

PAR M. LE GENDRE.

J'AI déja considéré le cas de l'homogénéité dans les Mémoires de l'Académie, année 1784, et j'ai fait voir *à priori*, que la figure elliptique est la seule qui convienne à l'équilibre. On savoit bien auparavant que cette figure satisfaisoit rigoureusement; mais il n'étoit point démontré que ce fût la seule, et même plusieurs Géomètres penchoient en faveur de la proposition contraire. Je crois avoir fondé ma démonstration sur une analyse rigoureuse, et dont il n'existoit aucune trace dans les auteurs qui m'ont précédé. Il est vrai qu'on trouve dans le volume de l'Académie de 1782, un très-beau Mémoire de M. de la Place, où la proposition dont je parle est démontrée, ainsi que plusieurs autres du même genre, en négligeant le quarré et les autres puissances de la force centrifuge. Mais quoique je ne sois pas cité dans cet ouvrage, j'ai déja observé dans une note, à la tête de mon Mémoire de 1784, que mon travail est le premier en date, et qu'il a

(*a*) On trouve dans un Mémoire de M. de la Place, imprimé à la tête de ce volume, des recherches analogues aux miennes. Sur quoi j'observe que mon Mémoire a été remis le 28 août 1790, et que la date de celui de M. de la Place est postérieure.

donné lieu à M. de la Place de suivre ses idées sur le même objet, et de généraliser mes résultats.

Je me propose maintenant de considérer le cas de l'hétérogénéité, et de déterminer *à priori* la figure d'une planète dans les diverses hypothèses susceptibles d'être traitées analytiquement. Après avoir donné aux formules de l'attraction la généralité nécessaire, la première hypothèse que je discute est celle d'un sphéroïde solide dont toutes les couches sont semblables, et qui seroit recouvert d'une lame fluide : l'équilibre de cette lame suffit pour résoudre complètement le problème, et pour démontrer que la figure de l'équilibre est unique. Cette figure se confond avec la figure elliptique, dans les termes du premier ordre ; elle s'en écarte dans les ordres suivans, mais la forme du rayon vecteur est toujours la même, aux coëfficiens près, que celle du rayon vecteur elliptique.

J'examine ensuite l'équilibre d'une masse fluide, dont les densités des couches varient suivant une loi quelconque. Alors l'équilibre à la surface n'est qu'un cas particulier de l'équilibre d'une couche quelconque, dans toute l'étendue de laquelle la densité doit être constante, et la condition de cet équilibre général doit servir à déterminer la figure des couches, d'après la loi des densités. Il se rencontre dans ce problème d'assez grandes difficultés, qui viennent sur-tout de ce que les équations différentielles qui déterminent les coëfficiens, paroissent devoir multiplier les figures d'équilibre ; mais enfin je suis parvenu à démontrer que la figure d'équilibre est unique, et qu'elle s'accorde encore avec la figure elliptique dans les termes du premier ordre.

La troisième hypothèse que je considère est celle d'une planète dont l'intérieur seroit solide, et composé de couches elliptiques dont les ellipticités suivent une loi quelconque, indépendante de la loi des densités. Ce problème, déja résolu par M. Clairaut, est intéressant par les applications qu'on en peut faire à la figure de la terre et des planètes. J'ai

rassemblé à cette occasion toutes les preuves qui paroissent établir que la figure de la terre est elliptique, et que l'ellipticité ou l'applatissement est environ $\frac{1}{[illegible]}$.

Ces diverses solutions supposent que la figure de la planète est un solide de révolution. Pour complèter cette théorie, il étoit nécessaire de ne point se borner à cette hypothèse, et de considérer l'équilibre d'un sphéroïde de figure quelconque ; mais cette recherche, envisagée dans toute sa généralité, présente de grandes difficultés, en ce que les formules de l'attraction ne sont point intégrables d'une manière absolument générale, comme dans le cas des solides de révolution. Nous nous sommes donc bornés à donner au rayon vecteur une forme particulière ; mais cette forme est encore assez étendue pour qu'on doive regarder les résultats qui en sont tirés, comme étant d'une grande généralité.

Pour parvenir aux nouvelles formules de l'attraction, il a fallu démontrer avant tout plusieurs théorêmes très-intéressans, sur une espèce de fonctions que M. de la Place a considérées le premier dans son Mémoire imprimé en 1785, et qui sont une généralisation de celles dont j'avois détaillé les propriétés dans mon Mémoire de 1784. On verra qu'en adoptant le fondement des démonstrations de M. de la Place, j'ai traité cette matière avec plus d'étendue, et je suis parvenu à des résultats entièrement nouveaux.

L'application de ces nouvelles formules à l'équilibre d'un sphéroïde entièrement fluide, démontre que la figure du sphéroïde doit être celle d'un solide de révolution, et qu'ainsi les résultats précédens ont toute la généralité nécessaire. Il en est absolument de même d'une planète dont l'intérieur seroit solide et composé de couches semblables.

Mais si on considère l'équilibre d'une planète solide, dont les couches sont dissemblables et suivent, dans leur figure, une loi quelconque, indépendante de la loi des densités, il est clair que le problème n'est plus déterminé. On trouve seulement diverses conditions qui font disparoître quelques

termes dans l'équation de la surface, et qui limitent l'étendue des autres, sans les déterminer absolument. Il est remarquable au surplus, que l'existence de chacun des termes par lesquels la figure de la planète différeroit d'une figure elliptique, tient à une égalité rigoureuse infiniment peu probable, d'où il résulte que ces termes seroient nuls, si on supposoit quelques couches de la planète sujettes à une très-petite variation de densité, comme celle qui pourroit résulter du plus ou moins de chaleur. Tout concourt donc à nous assurer qu'en général la figure d'une planète doit être elliptique, et qu'avant d'abandonner cette hypothèse pour la terre en particulier, il faut avoir des raisons beaucoup plus fortes que celles qu'a fournies jusqu'à présent la mesure des degrés du méridien.

Formules de l'attraction pour les solides de révolution hétérogènes.

(1). Nous supposerons que le sphéroïde proposé est un solide de révolution, et qu'il est composé d'une infinité de couches concentriques, telles que la densité soit constante dans toute l'étendue de chaque couche, mais varie comme on voudra d'une couche à l'autre. Cela posé, il s'agit de déterminer l'attraction de ce sphéroïde sur un point quelconque, extérieur ou intérieur, quelle que soit la loi des densités et la figure du méridien.

Dans cette recherche, et sur-tout dans l'application que nous en ferons à la figure de la terre et des planètes, il suffit de déterminer, par rapport à un point donné, la quantité $\int\frac{dM}{R}$ qui représente la somme des molécules du sphéroïde, divisées chacune par sa distance R au point attiré. En effet, si on appelle x, y, z les coordonnées de la molécule dM; f, g, h celles du point attiré, on aura $R^2=(f-x)^2+(g-y)^2+(h-z)^2$; soit donc $V=\int\frac{dM}{R}$, et la diffé-

rentiation par rapport à f, g, h, séparément, donnera,

$$-\frac{dV}{df}=\int\frac{(f-x)\,dM}{R^3},\quad -\frac{dV}{dg}=\int\frac{(g-y)\,dM}{R^3},\quad -\frac{dV}{dh}=\int\frac{(h-z)\,dM}{R^3}.$$

Or les seconds membres de ces équations représentent les attractions totales dirigées suivant les axes des coordonnées. Ainsi ces attractions se déduisent immédiatement de la quantité V. Dans la recherche de la figure des planètes, il suffit de connoître V, et on n'a pas même besoin de ses différences partielles.

(2). Relativement aux points situés dans l'intérieur du sphéroïde, la valeur de V sera composée de deux parties distinctes, l'une provenant des couches inférieures au point attiré, l'autre des couches supérieures. Celle-ci aura, dans son expression, une forme très-différente de la première, et pour la distinguer, nous la désignerons par (V).

Il se présente à ce sujet une difficulté dont il est bon de faire mention. On sait que si les couches supérieures au point attiré étoient elliptiques et semblables entre elles, leur attraction sur ce point seroit nulle, la valeur de (V) doit donc être nulle dans ce cas. Cependant, suivant ce que nous venons de dire, la quantité (V) est composée d'une somme d'élémens $\frac{dM}{R}$ qui sont tous positifs, et qu'il n'est pas possible de considérer autrement. Mais sans insister davantage sur cette objection, nous observerons qu'une quantité constante retranchée de la valeur de (V) ne change rien aux forces qui en sont déduites $-\frac{dV}{df}$, $-\frac{dV}{dg}$, $-\frac{dV}{dh}$; ainsi la valeur de (V), pour les couches supérieures, peut n'être pas égale à la somme des élémens positifs $\frac{dM}{R}$, mais bien à cette somme diminuée d'une quantité indépendante de f, g, h. Et c'est ainsi en effet que le calcul résout cette difficulté.

(3). Soit r le rayon vecteur du point attiré, ou sa distance au centre du sphéroïde; θ l'angle que cette distance fait avec l'axe;

l'axe ; soit z le rayon vecteur de la particule dM ; ψ l'angle que fait ce rayon avec l'axe ; θ l'angle que fait le méridien de la molécule dM avec celui du point attiré : en appellant Δ la densité de la couche sur laquelle l'élément dM est situé, on aura d'abord $dM = \Delta z^2 dz\, d\theta\, d\psi \sin. \psi$; concevons ensuite un triangle sphérique formé par l'axe et les deux rayons vecteurs r, et z, dans ce triangle on aura les deux côtés connus ω et ψ, et l'angle compris θ, le troisième côté, qui est l'angle compris entre les deux rayons vecteurs, étant nommé μ, on aura donc $\cos. \mu = \cos. \omega \cos. \psi + \sin. \omega \sin. \psi \cos. \theta$; d'où résulte la distance de la molécule au point attiré $R = (r^2 - 2rz \cos. \mu + z^2)^{\frac{1}{2}}$, et enfin l'élément

$$\frac{dM}{R} = \frac{\Delta z^2 dz\, d\theta\, d\psi \sin. \psi}{(r^2 - 2rz \cos. \mu + z^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

(4). Il faut d'abord intégrer cette quantité depuis $\theta = 0$, jusqu'à $\theta = 360°$. Supposons qu'il s'agit des couches inférieures au point attiré, on pourra développer ainsi la quantité $\frac{d\theta}{R}$;

$$\frac{d\theta}{R} = \frac{d\theta}{r} \left(1 + \frac{z}{r} Y' + \frac{z^2}{r^2} Y'' + \frac{z^3}{r^3} Y''' + \text{etc.}\right)$$

expression où les quantités Y', Y'', Y''', etc. sont des fonctions rationnelles de $\cos. \mu$. Voici leurs valeurs et la loi qu'elles suivent : on a fait pour abréger $\cos. \mu = y$; (a)

$$Y^{I} = y$$

$$Y^{II} = \frac{3}{2} y^2 - \frac{1}{2}$$

$$Y^{III} = \frac{5}{2} y^3 - \frac{3}{2} y$$

$$Y^{IV} = \frac{5.7}{2.4} y^4 - \frac{3.5}{2.4} 2y^2 + \frac{1.3}{2.4}$$

$$Y^{V} = \frac{7.9}{2.4} y^5 - \frac{5.7}{2.4} 2y^3 + \frac{3.5}{2.4} y$$

$$Y^{VI} = \frac{7.9.11}{2.4.6} y^6 - \frac{5.7.9}{2.4.6} 3y^4 + \frac{3.5.7}{2.4.6} 3y^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6}$$

$$Y^{VII} = \frac{9.11.13}{2.4.6} y^7 - \frac{7.9.11}{2.4.6} 3y^5 + \frac{5.7.9}{2.4.6} 3y^3 - \frac{3.5.7}{2.4.6} y,$$

etc.

(a) Les lettres marquées avec des accens ', '', ''', ou avec des chiffres I, II, III signifient la même chose.

Les fonctions de n° pair Y^{II}, Y^{IV}, Y^{VI}, etc. ne sont autre chose que celles dont j'ai détaillé les propriétés dans le volume de 1784 ; celles de n° impair ont des propriétés analogues, que nous démontrerons à mesure que nous en aurons besoin. En général, ces fonctions jouent un très grand rôle dans la matière dont nous nous occupons.

Cela posé, si on met au lieu de y, sa valeur cos. ω cos. ψ + sin. ω sin. ψ cos θ, et qu'on intègre les quantités $d\theta$, $Y' d\theta$, $Y'' d\theta$, etc. depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 360^\circ = 2\pi$, on trouvera

$$\int d\theta = 2\pi$$

$$\int Y' d\theta = 2\pi \cos.\omega \cos.\psi$$

$$\int Y'' d\theta = 2\pi \left(\tfrac{3}{2}\cos.^2\omega - \tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{3}{2}\cos.^2\psi - \tfrac{1}{2}\right)$$

$$\int Y''' d\theta = 2\pi \left(\tfrac{5}{2}\cos.^3\omega - \tfrac{3}{2}\cos.\omega\right)\left(\tfrac{5}{2}\cos.^3\psi - \tfrac{3}{2}\cos.\psi\right)$$

etc.

Soit cos. $\omega = p$, cos. $\psi = x$, si nous désignons par P^m (m étant un indice et non un exposant) la même fonction de p que Y^m est de y, et par X^m une semblable fonction de x, on aura en général

$$\int Y^m d\theta = 2\pi\, P^m X^m.$$

Ce résultat est facile à vérifier dans les premiers termes ; pour s'assurer qu'il a lieu en général, nous renvoyons à la démonstration que nous en avons donnée dans le tom. X des savans étrangers, pag. 429 et suiv. On trouvera aussi dans le présent mémoire, n°..... la démonstration d'une proposition générale, dont celle-ci n'est qu'un cas particulier.

(5) L'intégration, par rapport à θ étant ainsi effectuée, il en reste deux autres à faire pour évaluer la quantité

$$[illegible] = \int 2\pi\Delta\, [illegible]\, d\,[illegible]\, d\psi \sin.\psi \,([illegible] + [illegible]\, P' X' + [illegible]\, P'' X'' + \text{etc.})$$

Nous ferons d'abord

$$\int \Delta z^2 dz = \lambda, \int \Delta z^3 dz = \lambda', \int \Delta z^4 dz = \lambda'', \text{etc.}$$

Dans ces intégrales le rayon vecteur z d'une couche quelconque doit être considéré comme fonction des deux quantités 6 et ψ, 6 étant l'axe de la couche ou son rayon polaire; ces intégrales sont prises par rapport à 6, en regardant ψ comme constant; quant à la densité Δ elle doit être regardée comme une fonction de 6. Il faudra donc intégrer depuis $6 = 0$, jusqu'à la valeur de 6 qui répond à la dernière des couches qu'on considère; cette dernière couche sera celle qui passe par le point attiré, si ce point est dans l'intérieur du sphéroïde, mais si ce point est hors du sphéroïde ou sur sa surface, il faudra étendre les intégrales λ, λ', etc. jusqu'à la surface même du sphéroïde.

(6). Cela posé, si on met dx à la place de $d\psi$ sin. ψ (car il est inutile de faire attention au signe), il faudra prendre les intégrales suivantes depuis $x = -1$, jusqu'à $x = +1$.

$$\int \lambda \, dx = 2\alpha, \frac{\int \lambda' X' dx}{2\alpha} = \zeta', \frac{\int \lambda'' X'' dx}{2\alpha} = \zeta'', \text{etc.}$$

Et on aura enfin

$$V = \frac{4\pi\alpha}{r} \left(1 + \frac{\zeta'}{r} P' + \frac{\zeta''}{r^2} P'' + \text{etc.} \right)$$

Observons que si le point attiré étoit situé sur l'axe à la même distance r du centre, on auroit $o = 0$, $p = 1$, et toutes les quantités P', P'', etc. se réduiroient à l'unité. Alors la valeur de V seroit

$$\frac{4\pi\alpha}{r} \left(1 + \frac{\zeta'}{r} + \frac{\zeta''}{r^2} + \frac{\zeta'''}{r^3} + \text{etc.} \right)$$

Cette valeur étant supposée connue, on en déduiroit la valeur de V à une distance quelconque de l'axe, en multipliant les termes successifs de cette suite par 1, P', P'', etc.

(7). Cherchons maintenant la valeur de V pour les couches

supérieures au point attiré. Alors il convient d'ordonner ainsi le développement de $\frac{dM}{R}$:

$$\frac{dM}{(z^2 - 2rz\cos.\mu + r^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{dM}{z}\left(1 + \frac{r}{z}Y^{\text{I}} + \frac{r^2}{z^2}Y^{\text{II}} + \frac{r^3}{z^3}Y^{\text{III}} + \text{etc.}\right)$$

Mettant au lieu de dM sa valeur $\Delta z^2\, dz\, d\theta\, dx$, et intégrant par rapport à θ, l'intégrale sera

$$2\pi\Delta z\, dz\, dx\left(1 + \frac{r}{z}P'X' + \frac{r^2}{z^2}P''X'' + \text{etc.}\right)$$

Observons maintenant qu'en vertu de cette formule, le premier terme de la valeur de (V) seroit $\int 2\pi\Delta z\, dz\, dx$: or, cette quantité ne renfermant ni r ni ω qui déterminent la position du point attiré, il est clair qu'on doit la regarder comme constante, et qu'elle disparoîtra entièrement dans la valeur des attractions déduites de la quantité (V). Donc il faut omettre cette constante superflue, et prendre simplement

$$(V) = \int 2\pi\Delta r\, dz\, dx\left(P'X' + \frac{r}{z}P^{\text{II}}X^{\text{II}} + \frac{r^2}{z^2}P^{\text{III}}X^{\text{III}} + \text{etc.}\right)$$

Pour effectuer les autres intégrations, soit

$$\int \Delta\, dz = v', \int \Delta \frac{dz}{z} = v'', \int \Delta \frac{dz}{z^2} = v''', \text{ etc.}$$

ces intégrales étant prises depuis la surface de la couche qui passe par le point attiré jusqu'à la surface extérieure du solide, ou bien pour plus d'uniformité, soit

$$v^{\text{I}} = N^{(1)} - \int \Delta\, dz, v^{\text{II}} = N^{(2)} - \int \Delta \frac{dz}{z}, v^{\text{III}} = N^{(3)} - \int \Delta \frac{dz}{z^2}, \text{etc.}$$

les constantes $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, $N^{(3)}$, etc. étant prises de manière que les quantités v^{I}, v^{II}, v^{III}, etc. s'évanouissent à la surface; on prendra ensuite les intégrales suivantes, depuis $x = -1$ jusqu'à $x = +1$.

$$2\zeta^{\text{I}} = \int v^{\text{I}}X^{\text{I}}dx, 2\zeta^{\text{II}} = \int v^{\text{II}}X^{\text{II}}dx, 2\zeta^{\text{III}} = \int v^{\text{III}}X^{\text{III}}dx, \text{etc.}$$

et on aura enfin

$$(V) = 4\pi r(\zeta^{\text{I}}P^{\text{I}} + r\zeta^{\text{II}}P^{\text{II}} + r^2\zeta^{\text{III}}P^{\text{III}} + \text{etc.})$$

Telles sont les formules générales de l'attraction : on voit qu'il a été facile d'y parvenir en suivant la même marche que nous avions tracée dans le tom. X des savans étrangers.

Equation générale de l'équilibre.

(8). Nous supposerons toujours que la planète dont on cherche la figure, est entièrement fluide, ou qu'au moins sa surface est recouverte d'une lame fluide en équilibre. Dans l'un et l'autre cas, nous devons rappeler les principes connus de l'équilibre des fluides.

Soit une masse fluide sollicitée en chacun de ses points par trois forces P, Q, R, dirigées dans le sens des coordonnées x, y, z ; imaginons cette masse partagée en une infinité de *couches de niveau*, qui doivent être en même-tems des couches de densité constante. L'équilibre de chaque couche exigera que la quantité $Pdx + Qdy + Rdz$ soit une différentielle exacte, et alors l'équation de la surface d'une couche quelconque sera

$$\int (P dx + Q dy + R dz) = \text{Const.}$$

Cette même équation convient donc aussi à la surface extérieure du sphéroïde, et il est clair qu'elle auroit lieu, quand même l'intérieur de la planète seroit solide. Quant à la pesanteur en un point quelconque d'une couche, elle sera toujours perpendiculaire à la surface de cette couche, et son expression sera $\sqrt{(P^2 + Q^2 + R^2)}$.

(9). La quantité $P dx + Q dy + R dz$ en tant qu'elle provient de l'attraction des parties du sphéroïde, est toujours intégrable, et son intégrale est la quantité que nous avons nommée $V + (V)$ pour un point intérieur, ou seulement V pour un point de la surface. Il faut de plus considérer la force centrifuge ; soit F cette force à la distance 1 de l'axe, elle sera $Fr \sin. \omega$ à la distance $r \sin. \omega$, qui est celle du point attiré. Multipliant cette force par l'élément de sa direction,

on aura $F r \sin.\omega\, d(r \sin.\omega)$, dont l'intégrale est $\frac{1}{2} F r^2 \sin.^2\omega$. Donc l'équation d'une couche quelconque d'un sphéroïde fluide en équilibre sera

$$V + (V) + \tfrac{1}{2} F r^2 \sin.^2\omega = \text{const.}$$

et si on appelle $V1$ ce que devient V à la surface, on aura pour l'équation de la surface

$$V1 + \tfrac{1}{2} F r^2 \sin.^2\omega = \text{const.}$$

celle-ci seule aura lieu dans le cas d'une planète solide dans l'intérieur, et fluide seulement à la surface.

Cela posé, nous allons discuter deux hypothèses principales; l'une d'une planète solide, dont toutes les couches seroient semblables entre elles, l'autre d'une planète entièrement fluide.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE.

Figure d'une planète dont l'intérieur est solide, et composé de couches semblables à la surface.

(10). Soit M la masse de la planète, b son axe ou son rayon polaire, la pesanteur à la surface sera à-peu-près $\frac{M}{b^2}$; donc, si l'on suppose que la force centrifuge à l'équateur soit une petite partie de la pesanteur, on pourra faire $F = \frac{nM}{b^3}$, n étant un petit coëfficient; substituant donc la valeur de V du n° 6, et observant qu'à la surface $4\pi\alpha = M$, l'équation de l'équilibre deviendra

$$\frac{1}{r} + \frac{\zeta}{r^2} P' + \frac{\zeta'}{r^3} P'' + \text{etc.} + \frac{n r^2}{2 b^3} \sin.^2\omega = \text{const.}$$

Dans cette équation où il n'y a de variable que r et ω, on peut, pour plus de simplicité, mettre θ à la place de ω, et z à la place de r; mais dans la supposition actuelle où toutes les couches sont semblables, si on fait $z = bv$,

6 étant l'axe d'une couche quelconque, v sera fonction de ψ seulement, et sera la même pour toutes les couches; de sorte qu'à la surface on aura $z = bv$, ou simplement $z = v$, en supposant, comme nous le ferons dorénavant, l'axe du sphéroïde égal à l'unité. Observons encore qu'à la place de $\sin.^2 \omega$, qui devient $\sin.^2 \psi$, on peut mettre pour plus d'uniformité $\frac{2}{3}(1 - X'')$; ainsi l'équation de la surface du sphéroïde ou celle de son méridien sera

$$\frac{1}{v} + \frac{\zeta'}{v^2} X' + \frac{\zeta''}{v^3} X'' + \text{etc.} + \frac{n}{3} v^2 (1 - X'') = \text{const.}$$

Pour déterminer les constantes ζ', ζ'', etc., on substituera $6v$ à la place de z dans les valeurs de λ, λ', λ'', etc., d'où il sera facile de conclure qu'en faisant

$$a' = \frac{\int \Delta 6^3 d6}{\int \Delta 6^2 d6},\ a'' = \frac{\int \Delta 6^4 d6}{\int \Delta 6^2 d6},\ a''' = \frac{\int \Delta 6^5 d6}{\int \Delta 6^2 d6},\ \text{etc.}$$

Ces intégrales étant prises depuis $6 = 0$, jusqu'à $6 = 1$, on aura

$$\zeta' = \frac{a' \int v^4 X' dx}{\int v^3 dx},\ \zeta'' = \frac{a'' \int v^5 X'' dx}{\int v^3 dx},\ \zeta''' = \frac{a''' \int v^6 X''' dx}{\int v^3 dx},\ \text{etc.}$$

Intégrales qui seront faciles à évaluer lorsqu'on aura la valeur du rayon vecteur v.

Soit donc $v = 1 + q$, q étant une quantité de l'ordre de la force centrifuge, il est aisé de voir que ζ', ζ'', etc. seront du même ordre, et qu'ainsi l'équation du méridien donnera, en négligeant les quantités du second ordre,

$$q = \text{const.} + \zeta' X' + (\zeta'' - \tfrac{n}{3}) X'' + \zeta''' X''' + \zeta^{\text{iv}} X^{\text{iv}} + \text{etc.}$$

Si on substitue pareillement $1 + q$ à la place de v dans les valeurs de ζ', ζ'', etc., on aura, en négligeant de même les quantités du second ordre

$$\zeta' = \frac{4a'}{2} \int q X' dx,\ \zeta'' = \frac{5a''}{2} \int q X'' dx,\ \zeta''' = \frac{6a'''}{2} \int q X''' dx,\ \text{etc.}$$

(11) Pour effectuer ces intégrations, nous allons démontrer qu'en général μ et ν étant différens, l'intégrale $\int X^{\mu} X^{\nu} dx$, prise depuis $x = -1$, jusqu'à $x = +1$, est nulle, et que dans le cas de $\mu = \nu$, on a

$$\int X^{\mu} . X^{\mu} dx = \frac{2}{2\mu + 1}.$$

En effet, si on remonte à l'origine des fonctions X', X'', etc. (nº 4), on pourra supposer

$$\frac{1}{\sqrt{(1 - 2rzx + r^2 z^2)}} = 1 + zr X' + z^2 r^2 X'' + z^3 r^3 X''' + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{2zx}{r} + \frac{z^2}{r^2}\right)}} = 1 + \frac{z}{r} X' + \frac{z^2}{r^2} X'' + \frac{z^3}{r^3} X''' + \text{etc.}$$

or, si on intègre la quantité

$$\frac{dx}{\sqrt{(1 - 2rzx + r^2 z^2)} . \sqrt{\left(1 - \frac{2zx}{r} + \frac{z^2}{r^2}\right)}}$$

depuis $x = -1$. jusqu'à $x = +1$, on trouvera pour intégrale $\frac{1}{z} \log . \frac{1+z}{1-z}$ ou

$$2 + \frac{2z^2}{3} + \frac{2z^4}{5} + \frac{2z^6}{7} + \text{etc.}$$

quantité indépendante de r. Cette intégrale est donc celle de la quantité

$$dx \left(1 + zr X' + z^2 r^2 X'' + \text{etc.}\right) \left(1 + \frac{z}{r} X' + \frac{z^2}{r^2} X'' + \text{etc.},\right)$$

et puisque r disparoît entièrement dans le résultat, il faut qu'on ait généralement, μ et ν étant différens, $\int X^{\mu} X^{\nu} dx = 0$. On voit en même-temps que μ et ν étant égaux, on aura $\int X^{\mu} X^{\mu} dx = \frac{2}{2\mu + 1}$. Ce résultat s'accorde avec ce que j'ai démontré dans mon Mémoire de 1784, pour le cas où les indices μ et ν seroient pairs.

Nous

Nous ajouterons qu'on a encore $\int X^{n} dx = 0$; c'est une autre conséquence de la même démonstration.

(12). Maintenant si dans les expressions de ζ^{I}, ζ^{II}, etc. on substitue la valeur de q, on aura, en vertu de la proposition qu'on vient de démontrer :

$$\zeta^{\text{I}} = 2a^{\text{I}}\zeta^{\text{I}} \int X^{\text{I}} X^{\text{I}} dx = \frac{4}{3} a^{\text{I}} \zeta^{\text{I}}$$

$$\zeta^{\text{II}} = \frac{5a^{\text{II}}}{2}\left(\zeta^{\text{II}} - \frac{n}{3}\right) \int X^{\text{II}} X^{\text{II}} dx = a^{\text{II}}\left(\zeta^{\text{II}} - \frac{n}{3}\right)$$

$$\zeta^{\text{III}} = 3a^{\text{III}}\zeta^{\text{III}} \int X^{\text{III}} X^{\text{III}} dx = \frac{6}{7} a^{\text{III}} \zeta^{\text{III}}$$

$$\zeta^{\text{IV}} = \frac{7}{9} a^{\text{IV}} \zeta^{\text{IV}}.$$

etc.

Il suit de ces équations qu'excepté le coëfficient ζ^{II}, tous les autres ζ^{I}, ζ^{III}, ζ^{IV}, etc. sont zéro, à moins qu'on ne puisse avoir $a^{\text{I}} = \frac{3}{4}$, ce qui laisseroit ζ^{I} indéterminé, ou qu'on n'ait $a^{\text{III}} = \frac{7}{6}$, $a^{\text{IV}} = \frac{9}{7}$, etc. Mais il est facile de s'assurer que ces dernières valeurs sont impossibles dans toute hypothèse de densité; car on a

$$a^{\text{III}} = \frac{\int \Delta 6^{5} d6}{\int \Delta 6^{2} d6}, \quad a^{\text{IV}} = \frac{\int \Delta 6^{6} d6}{\int \Delta 6^{2} d6}, \text{ etc.}$$

Or, à cause de $6 < 1$, chaque élément du numérateur est plus petit que l'élément correspondant du dénominateur, donc la fraction entière est plus petite que l'unité. On peut même démontrer qu'on a en général $a^{(n)} < \frac{3}{n+3}$, lorsque la densité est croissante depuis la surface jusqu'au centre, ce que nous supposerons toujours comme conforme aux loix de l'hydrostatique. En effet, si on intègre par parties, on aura $a^{(n)} = \frac{\int \Delta 6^{n+2} d6}{\int \Delta 6^{2} d6} = \frac{3}{n+3} \cdot \frac{\Delta 6^{n+3} - \int 6^{n+3} d\Delta}{\Delta 6^{3} - \int 6^{3} d\Delta}$, les parties hors du signe $\Delta 6^{n+3}$, $\Delta 6^{3}$ se réduisent à l'unité, en supposant à la surface $6 = 1$ et $\Delta = 1$; mais puisque $d\Delta$ est négatif, il est clair que $-\int 6^{n+3} d\Delta$ est positif et plus petit que

$-\int \theta^3 d\Delta$; donc $a^{(n)} < \frac{3}{n+3}$, il résulte de là que $a' < \frac{3}{4}$ et par conséquent que $\zeta' = 0$.

Dans le cas de l'homogénéité, on auroit exactement $a' = \frac{3}{4}$, d'où il sembleroit que le terme ζ' reste indéterminé; mais il faut considérer que dans ce cas on pourroit faire disparoître le terme $\zeta' \cos.\psi$, qui entreroit dans l'expression du rayon vecteur, en changeant la position du centre, de la quantité ζ'. Donc, dans tous les cas, le coëfficient ζ' est zéro.

Il ne reste que le coëfficient ζ'', qu'on déterminera par la formule

$$\zeta'' = \frac{n}{3(1-a'')};$$

ainsi la valeur de q se réduit aux seuls termes $q = \text{const.} - \frac{n}{3(1-a'')} X''$; la constante doit être telle que $x = 0$, donne $v = 1$ ou $q = 0$; donc on aura $q = \frac{n}{3(1-a'')}(1 - X'') = \frac{n}{2(1-a'')} \sin.^2\psi$. Donc en se bornant aux termes du premier ordre, l'équation du sphéroïde ou celle de son méridien sera

$$v = 1 + \frac{n}{2(1-a'')} \sin.^2\psi,$$

équation qui appartient à une ellipse dont l'axe est 1, et le rayon de l'équateur $1 + \frac{n}{2(1-a'')}$. Nous tombons donc encore dans le cas de l'hétérogénéité sur la figure elliptique, et nous sommes assurés, par notre analyse, que cette figure est la seule qui convienne à l'équilibre. Mais il y a cette différence entre le cas que nous traitons et celui de l'homogénéité, que dans ce dernier l'ellipse satisfait rigoureusement, au lieu qu'elle ne satisfait, dans le cas présent, qu'aux quantités près du second ordre. Nous allons voir, en poussant plus loin l'approximation, quelle est la différence entre l'ellipse et la vraie figure d'équilibre.

(13). Faisons pour abréger $\frac{-n}{3(1-n)} = e$, et supposons le rayon vecteur

$$v = 1 + e\,(X^{II} - 1) + q'$$

q' représentant la somme des termes du second ordre qui entrent dans la valeur de v, si on substitue cette valeur dans l'équation générale n° 10, et qu'on néglige les termes du troisième ordre, on aura

$$q' = -\left(e + \frac{n}{3}\right)(X^{II} - 1) + \left(e^2 - \frac{2en}{3}\right)(X^{II} - 1)^2 + \text{const.}$$
$$+ \zeta^{I} X^{I} + \zeta^{II} X^{II} \{1 - 3e(X^{II} - 1)\} + \zeta^{III} X^{III} + \zeta^{IV} X^{IV} + \zeta^{V} X^{V} + \text{etc.}$$

Négligeant de même les termes du troisième ordre dans les valeurs de ζ^{I}, ζ^{II}, etc; ces valeurs deviennent

$$\zeta^{I} = \frac{a^{I}}{2} \int \{4q' + 6e^2(X^{II} - 1)^2\} X^{I}\, dx$$

$$\zeta^{II} = \frac{a^{II} \int \{5e(X^{II} - 1) + 5q' + 10e^2(X^{II} - 1)^2\} X^{II}\, dx}{\int [1 + 3e(X^{II} - 1)]\, dx}$$

$$\zeta^{III} = \frac{a^{III}}{2} \int \{6q' + 15e^2(X^{II} - 1)^2\} X^{III}\, dx$$

$$\zeta^{IV} = \frac{a^{IV}}{2} \int \{7q' + 21e^2(X^{II} - 1)^2\} X^{IV}\, dx$$

$$\zeta^{V} = \frac{a^{V}}{2} \int \{8q' + 28e^2(X^{II} - 1)^2\} X^{V}\, dx$$

etc.

Pour évaluer ces intégrales, il faut d'abord mettre la quantité $(X^{II} - 1)^2$ sous une forme linéaire, or nous avons $X^{II} = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$, $X^{IV} = \frac{5.7}{2.4}x^4 - \frac{3.5}{2.4}2x^2 + \frac{1.3}{2.4}$; de là il est aisé de conclure

$$(X^{II} - 1)^2 = \frac{18X^{IV} - 60X^{II} + 42}{35}$$

Maintenant suivant la proposition du n° 11, la valeur de ζ^{I} se réduit à $\zeta^{I} = \frac{a^{I}}{2} \int 4q^{I} X^{I}\, dx$, et comme dans q^{I} le

seul terme affecté de X^{I} est $\zeta^{I} X^{I}$, on aura $\zeta^{I} = 2a^{I} \int \zeta^{I} X^{I} X^{I} dx = \frac{4a^{I}}{3} \zeta^{I}$, on auroit de même $\zeta^{III} = \frac{6}{7} a^{III} \zeta^{III}$, $\zeta^{V} = \frac{8}{11} a^{V} \zeta^{V}$, etc. d'où l'on conclura comme dans les termes du premier ordre, $\zeta^{I} = 0$, $\zeta^{III} = 0$, $\zeta^{V} = 0$, $\zeta^{VII} = 0$, etc. Il ne reste donc de ces coëfficiens que les quantités ζ^{II} et ζ^{IV}, et la valeur de q^{I} se réduit à cette forme,

$$q^{I} = \text{const.} - (e - [illegible]) (X^{II} - 1) + (e^{2} - [illegible]) (X^{II} - 1)^{2}$$
$$+ \zeta^{II} X^{II} - 3 e \zeta^{II} X^{II} (X^{II} - 1) + \zeta^{IV} X^{IV}$$

et comme on a $X^{II\,2} = \frac{18}{35} X^{IV} + \frac{10}{35} X^{II} + \frac{7}{35}$, la valeur de q^{I} peut se mettre sous une forme linéaire qui sera plus commode pour les intégrations, soit donc pour abréger

$$q^{I} = f + g X^{II} + h X^{IV},$$

on trouve aisément par l'intégration

$$\zeta^{II} = a^{II} (e + g - [illegible]\, e^{2})$$

$$\zeta^{IV} = a^{IV} ([illegible]\, h + [illegible]\, e^{2});$$

substituant ces valeurs dans celles de g et h qui sont

$$g = \zeta^{II} - e - [illegible] - [illegible] (e^{2} - [illegible]) - \frac{15}{7} e \zeta^{II}$$

$$h = (e^{2} - \frac{2 e n}{3}) \frac{18}{35} - 3 e \zeta^{II} . \frac{18}{35} + \zeta^{IV},$$

il ne restera plus d'inconnues que g et h, et on en tirera

$$g = - \frac{36}{7} e^{2}, \quad h = \frac{54}{35} e^{2} . \frac{9 - 15 a^{II} + 7 a^{IV}}{9 - 7 a^{IV}};$$

quant au coëfficient f il est égal à $- g - h$, puisque la valeur de q^{I} doit s'évanouir lorsque $x = 0$; soit pour abréger $\frac{9 - 15 a^{II} + 7 a^{II}}{9 - 7 a^{IV}} = k$, on aura le rayon vecteur

$$v = 1 + (e - \frac{36}{7} e^{2}) (X^{II} - 1) + \frac{54}{35} k e^{2} (X^{IV} - 1)$$

et si on remet au lieu de X^{II} et X^{IV} leurs valeurs en x, et

qu'à la place de e on remette $\frac{-n}{3(1-a'')}$, l'équation du méridien deviendra

$$v = 1 + \frac{n}{2(1-a'')}\sin.^2\psi + \frac{3n^2}{28(1-a'')^2}\sin.^2\psi\,(8 - k - 7k\cos.^2\psi)$$

(14). Si on appelle $1 + \varepsilon$ le rayon de l'équateur, l'équation précédente donnera

$$\varepsilon = \frac{n}{2(1-a'')} + \frac{3n^2}{28(1-a'')^2}(8-k).$$

On peut introduire l'ellipticité ε dans l'équation du méridien, ce qui donne une expression plus simple du rayon vecteur, savoir :

$$v = 1 + \varepsilon\sin.^2\psi - 3k\varepsilon^2\sin.^2\psi\cos.^2\psi.$$

Dans le cas de l'homogénéité on a $a'' = \frac{3}{5}$, $a^{\text{IV}} = \frac{3}{7}$, et par conséquent $k = \frac{1}{2}$; l'équation du méridien est alors $v = 1 + \varepsilon\sin.^2\psi - \frac{3}{2}\varepsilon^2\sin.^2\psi\cos.^2\psi$, équation qui s'accorde jusque dans les termes du second ordre avec l'équation rigoureuse de l'ellipse $\frac{1}{v^2} = 1 - \frac{(2\varepsilon+\varepsilon^2)\sin.^2\psi}{1+2\varepsilon+\varepsilon^2}$.

Arrêtons-nous un moment à la valeur trouvée pour l'ellipticité ε, et déterminons cette valeur, en supposant connu le le rapport de la force centrifuge à la pesanteur.

(15) Soit X l'attraction parallèle à l'axe, et Y l'attraction parallèle à l'équateur, pour un point quelconque, dont les coordonnées sont f et g, nous savons qu'on a $X = -\frac{dV}{df}$, $Y = -\frac{dV}{dg}$ ou $dV = -X\,df - Y\,dg$; mais on a $f = r\cos.\omega$, $g = r\sin.\omega$; donc $dV = -(X\cos.\omega + Y\sin.\omega)\,dr + (X\sin.\omega - Y\cos.\omega)\,r\,d\omega$; or, la valeur de V est en général

$$V = \frac{M}{r}\left(1 + \frac{r'}{r}P' + \frac{r''}{r}P'' + \text{etc.}\right)$$

Ainsi, en se souvenant que P', P'', etc. sont des fonctions

de cos. ω, qui a été appelé p, on aura pour déterminer X et Y ces deux équations.

$$X \cos. \omega + Y \sin. \omega = \frac{M}{r^2}\left(1 + \frac{2\xi'}{r} P' + \frac{3\xi''}{r^2} P'' + \text{etc.}\right)$$

$$X \sin. \omega - Y \cos. \omega = -\frac{M \sin. \omega}{r^2}\left(\frac{\xi'}{r} \cdot \frac{dP'}{dp} + \frac{\xi''}{r^2} \cdot \frac{dP''}{dp} + \text{etc.}\right)$$

Si on fait $\omega = 90°$, et qu'à la place de r on mette a, rayon de l'équateur, la première équation donnera Y ou l'attraction à l'équateur =

$$\frac{M}{a^2}\left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\xi''}{a^2} + \frac{3.5}{2.4} \cdot \frac{\xi^{\text{iv}}}{a^4} - \text{etc.}\right)$$

Dans cette formule on n'a pas mis les termes ξ', ξ''', etc. qui sont nuls dans l'application que nous voulons faire, et qui seront nuls toutes les fois que le méridien sera partagé par l'équateur en deux parties égales. Appelons A l'attraction précédente, φ la force centrifuge à l'équateur, A — φ sera la pesanteur dans le même lieu; et si on suppose que la force centrifuge soit à la pesanteur :: i : 1, on aura $\varphi = (A - \varphi)i$, ou $\varphi = \frac{Ai}{1+i}$. Mais la force centrifuge, à la distance 1 de l'axe de rotation, a été représentée ci-dessus par $\frac{nM}{b^3}$, elle est donc à l'équateur $\frac{nMa}{b^3}$, et de-là résulte

$$n = \frac{i}{1+i} \cdot \frac{b^3}{a^3}\left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\xi''}{a^2} + \frac{3.5}{2.4} \cdot \frac{\xi^{\text{iv}}}{a^4} - \text{etc.}\right)$$

Maintenant, si nous nous bornons aux quantités du second ordre, nous aurons

$$n = (i - i^2)(1 - 3\varepsilon)\left(1 + \frac{n a''}{2(1 - a'')}\right) = (i - i^2)\left(1 - \frac{3n}{2(1 - a'')} + \frac{n a''}{2(1 - a'')}\right);$$

D'où l'on tire



substituant cette valeur dans celle de l'ellipticité, on aura

$$\varepsilon = \frac{i}{2(1-a'')} + \frac{i^2}{28(1-a'')^2} \cdot (21a'' - 11 - 3k);$$

dans le cas de l'homogénéité, $a'' = \frac{3}{5}$, $k = \frac{1}{2}$, et on a par conséquent

$$\varepsilon = \frac{5}{4}\,i + \frac{5}{224}\,i^2.$$

(16) Proposons-nous maintenant de déterminer la loi de la pesanteur et celle des degrés du méridien. Soit L la latitude en un point quelconque, on aura par les formules connues

$$\text{tang.}\,L = \frac{d(v\sin.\psi)}{-d(v\cos.\psi)} = \cot.\psi\,\{1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2 + (3 - 6k)\varepsilon^2\cos.2\psi\}$$

d'où l'on tire

$$\psi = 90^\circ - L + \varepsilon\sin.2L - \frac{\varepsilon^2}{2}\sin.2L + \frac{6k-2}{4}\varepsilon^2\sin.4L.$$

Cette valeur étant substituée dans celle de v, donnera l'expression du rayon vecteur par le moyen de la latitude; savoir:

$$v = 1 + \varepsilon\cos.^2 L + (4 - 3k)\,\varepsilon^2\sin.^2 L\cos.^2 L.$$

Appelons s l'arc du méridien compté depuis l'équateur jusqu'au point dont la latitude est L, on aura $ds^2 = dv^2 + v^2\,d\psi^2$, d'où l'on tire, après avoir fait les substitutions

$$\frac{ds}{dL} = 1 + \varepsilon(3\sin.^2 L - 1) + (2 - 3k)\,\varepsilon^2(2 - 15\sin.^2 L\cos.^2 L)$$

de-là il seroit facile de tirer la longueur de l'arc s si on en avoit besoin. Mais observons que cette quantité $\frac{ds}{dL}$ n'est autre chose que le rayon de la développée au point dont la latitude est L. Appelant donc D le degré du méridien coupé en deux également par l'équateur, le degré dont le milieu répond à la latitude L sera sans erreur sensible.

$$D\,(1 + 3\varepsilon\sin.^2 L + 3\varepsilon^2\sin.^2 L - 15\,\varepsilon^2(2 - 3k)\sin.^2 L\cos.^2 L).$$

Pour avoir l'expression de la pesanteur, nous chercherons d'abord la force X qui agit en un point quelconque du méridien parallèlement à l'axe : or, si dans les formules du n° précédent, on omet les quantités ζ^{I}, ζ^{III}, etc. qui sont nulles lorsque les deux hémisphères sont égaux, on aura généralement

$$X = \frac{M}{r}\left(P^{\text{I}} + \frac{3\zeta^{\text{II}}}{r^2} P^{\text{III}} + \frac{5\zeta^{\text{IV}}}{r^4} P^{\text{V}} + \text{etc.}\right)$$

Mettant v au lieu de r, ψ au lieu de ω ou x au lieu de p, et divisant X par sin. L, on aura l'expression de la pesanteur que nous appellerons Π,

$$\Pi = \frac{M}{v^2 \sin. L}\left(X^{\text{I}} + \frac{3\zeta^{\text{II}}}{v^2} X^{\text{III}} + \frac{5\zeta^{\text{IV}}}{v^4} X^{\text{V}} + \text{etc.}\right)$$

laquelle, en faisant les substitutions convenables, deviendra

$$\Pi = M\{1 + (5a'' - 4)\varepsilon + (4 - 5a'')\varepsilon \sin.^2 L + \varepsilon^2 (a_1 \sin.^4 L + b_1 \sin.^2 L + c_1)\},$$

formule où l'on a fait pour abréger

$$a_1 = 9k - 5a''$$

$$b_1 = -10 - 6k + \frac{115}{7} a'' - \frac{15}{7} a'' k$$

$$c_1 = \frac{46}{7} + \frac{3k}{7} - \frac{45}{7} a'' + \frac{9}{7} a'' k$$

Prenons pour unité la pesanteur à l'équateur, la pesanteur à la latitude L sera

$$1 + (4 - 5a'')\varepsilon \sin.^2 L + (9k - 5a'')\varepsilon^2 \sin.^4 L + d_1 \varepsilon^2 \sin.^2 L,$$

le coëfficient d_1 étant mis pour la quantité $6 - 6k - \frac{108}{7} a'' + 15 a''^2 - \frac{15}{7} a'' k$, la pesanteur au pole sera donc

$$1 + (4 - 5a'')\varepsilon + (9k - 5a'' + d_1)\varepsilon^2;$$

Dans le cas de l'homogénéité la pesanteur au pole est rigoureusement

reusement $1 + \varepsilon$, c'est-à-dire qu'en appelant ϖ la quantité dont la pesanteur au pole surpasse la pesanteur à l'équateur, on a exactement $\varpi = e$, et c'est ce que confirme la formule précédente ; car en faisant $a'' = \frac{3}{5}$, $k = \frac{1}{2}$, on trouve

$$9k - 5a'' + d\,1 = 0;$$

dans le cas d'une densité variable au lieu d'avoir $\varpi = \varepsilon$, on a donc

$$\varpi = (4 - 5a'')\,i + (9k - 5a'' + d\,1)\,\varepsilon;$$

de là résulte

$$\varpi + \varepsilon = (5 - 5a'')\,i + (9k - 5a'' + d\,1)\,\varepsilon^2.$$

Mettant au lieu de ε sa valeur $\frac{i}{2(1 - a'')}$ + etc. trouvée n° 15, on aura

$$\varpi + \varepsilon = \frac{5}{2}\,i + \frac{i^2}{[illegible]} \cdot \frac{17a'' - 13 + 6k}{[illegible]}.$$

Or, le premier terme $\frac{5}{2}i$ est constant et indépendant de la loi des densités. Donc en négligeant les quantités du second ordre, *la quantité $\varpi + \varepsilon$ est constante et double de l'ellipticité $\frac{5}{4}i$ qui a lieu dans le cas de l'homogénéité.* Donc si ϖ est au-dessus de $\frac{5}{4}i$, ε doit être au-dessous précisément de la même quantité.

Ce théorème très-intéressant qui a lieu dans toutes les hypothèses où les couches sont elliptiques, est dû à M. Clairaut. On doit le regarder comme un des résultats les plus généraux de la théorie, et les plus utiles dans l'application.

Au reste il n'étoit pas nécessaire, pour y parvenir, de pousser l'approximation jusqu'au second ordre ; mais les termes du second ordre font voir combien il s'en faut que le théorème [illegible] de l'homogénéité, on auroit (n° 15) $\varpi + \varepsilon = 2\varepsilon = \frac{5}{2}i + [illegible]\,i^2$; cette

quantité étant nommée A, on aura, dans le cas d'une densité variable,

$$\varpi + \varepsilon = A + \frac{\varepsilon^2}{112}\cdot\frac{(5a''-3)(25-a'')+12(2\lambda-1)}{(1-a'')^2}.$$

(17). Nous avons déterminé la figure du méridien en poussant l'approximation jusqu'aux quantités du second ordre : il ne seroit pas difficile de la pousser plus loin, et on trouveroit que l'expression du rayon vecteur est en général de la forme suivante,

$$v = 1 + \varepsilon \sin.^2\psi - 5\lambda\varepsilon^2 \sin.^2\psi \cos.^2\psi + \varepsilon^3 \sin.^2\psi \cos.^2\psi (A + B\cos.^2\psi)$$
$$+ \varepsilon^4 \sin.^2\psi \cos.^2\psi (C + D\cos.^2\psi + E\cos^4\psi) + \text{etc.}$$

formule qui ne renferme que des puissances paires de cos. ψ, et qui prouve par conséquent que les deux hémisphères séparés par l'équateur doivent être égaux et semblables.

L'expression de la pesanteur et celle du rayon de la développée, approchées indéfiniment, sont de la même forme que le rayon vecteur. Nous en avons rapporté les termes du premier et du second ordre ; ceux du premier sont les mêmes que dans l'ellipse, et il en résulte par conséquent que l'augmentation de la pesanteur et celle des degrés en allant de l'équateur au pole, suivent, à très-peu-près, le rapport du quarré du sinus de la latitude. On ne peut donc admettre, ni dans l'hypothèse présente, ni dans celles dont nous devons nous occuper, que l'augmentation des degrés soit proportionnelle aux quarré-quarrés des sinus de latitude. Cette loi, purement analytique, n'avoit été imaginée par M. Bouguer, que pour concilier des degrés qui sont peut-être inconciliables.

IIe. HYPOTHÈSE.

Figure d'une planète, considérée dans l'état de fluidité.

(18). Nous avons vu (n° 9) que l'équation de la surface d'une couche quelconque est

$$V + (V) + \tfrac{1}{2} F r^2 \sin.^2 \omega = 0 :$$

A la place de F on peut mettre comme au n°. 10, $\frac{n M}{\beta^3}$ ou simplement n M ; et comme la masse M n'est autre chose que la quantité $4\pi\alpha$ (n° 6) dans laquelle on fait $\beta = 1$, supposons qu'alors α devienne $\alpha 1$, on aura $M = 4\pi\alpha 1$, et $F = 4\pi\alpha 1 n$. Il faut maintenant substituer les valeurs des quantités V et (V) des nos 6 et 7, l'équation de l'équilibre deviendra ainsi une équation entre les variables r et ω : changeons pour plus de simplicité ces variables en z et ψ, et au lieu de z mettons sa valeur βv, l'équation générale sera

$$\text{const.} = \frac{1}{v} + \frac{\zeta'}{\beta v^2} X' + \frac{\zeta''}{\beta^2 v^3} X'' + \frac{\zeta'''}{\beta^3 v^4} X''' + \text{etc.}$$
$$+ \frac{\beta^2 v \xi'}{\alpha} X' + \frac{\beta^3 v^2 \xi''}{\alpha} X'' + \frac{\beta^4 v^3 \xi'''}{\alpha} X''' + \text{etc.}$$
$$+ \frac{n \alpha 1}{3 \alpha} \beta^3 v^2 (1 - X'')$$

(19) J'observe que si les différentes couches étoient sphériques, ou si v étoit constant, les quantités ζ', ζ'', etc. ξ', ξ'', etc. seroient nulles : soit donc fait $v = 1 + q$, q étant considéré comme une quantité très-petite, et les coëfficiens seront de l'ordre de q. Ainsi en substituant la valeur de v dans l'équation précédente, et négligeant les quantités du second ordre, on aura

$$q = \text{const.} + \left(\frac{\zeta^{\text{I}}}{\beta} + \frac{\beta^2 \xi^{\text{I}}}{\alpha}\right) X^{\text{I}} + \left(\frac{\zeta^{\text{II}}}{\beta^2} + \frac{\beta^3 \xi^{\text{II}}}{\alpha} - \frac{n \alpha 1}{3 \alpha} \beta^3\right) X^{\text{II}}$$
$$+ \left(\frac{\zeta^{\text{III}}}{\beta^3} + \frac{\beta^4 \xi^{\text{III}}}{\alpha}\right) X^{\text{III}} + \left(\frac{\zeta^{\text{IV}}}{\beta^4} + \frac{\beta^5 \xi^{\text{IV}}}{\alpha}\right) X^{\text{IV}} + \text{etc.}$$

On peut donc faire pour abréger

$$q = A + BX^{I} + CX^{II} + DX^{III} + EX^{IV} + \text{etc},$$

les coëfficiens A, B, C, etc. étant des fonctions de 6 qu'on doit regarder comme très-petites du premier ordre. Le premier $A = -B - C - D -$, etc.; car la valeur de q doit se réduire à zéro, lorsque $\psi = 0$, auquel cas X^{I}, X^{II}, etc. sont égaux à l'unité.

La forme que nous venons de trouver pour la quantité q va nous permettre de déterminer très-facilement les coëfficiens ζ^{I}, ζ^{II}, etc. ξ^{I}, ξ^{II}, etc. et d'abord les valeurs de λ, λ^{I}, etc. (n° 5) donnent généralement

$$\lambda^{(n)} = \int \Delta a^{n+2}\, da = \frac{1}{n+3} \int \Delta\, d.a^{n+3} = \frac{1}{n+3} \int \Delta\, d.6^{n+3} \{1 + (n+3)\, q\},$$

ou en achevant le développement

$$\lambda^{(n)} = \int \Delta\, 6^{n+2} d6 + \int \Delta d.\, 6^{n+3} A + X^{I} \int \Delta d.\, 6^{n+3} B + X^{II} \int \Delta d.\, 6^{n+3} C + \text{etc}.$$

Substituant cette valeur dans celles de α, ζ^{I}, ζ^{II}, etc., l'intégration donnera

$$\alpha = \int \Delta\, 6^2 d6 + \int \Delta d.\, 6^3 A$$

$$\zeta^{I} = \frac{1}{3\alpha} \int \Delta d.\, 6^4 B,\ \zeta^{II} = \frac{1}{5\alpha} \int \Delta d.\, 6^5 C,\ \zeta^{III} = \frac{1}{7\alpha} \int \Delta d.\, 6^6 D, \text{ etc.}$$

Dans ces formules, on peut réduire α à son premier terme, puisque A est du premier ordre; ainsi faisant

$$\int \Delta\, 6^2 d6 = \sigma,$$

on aura simplement $\alpha = \sigma$, $\alpha 1 = \sigma 1$, et

$$\zeta^{I} = \frac{1}{3\sigma} \int \Delta d.\, 6^4 B,\ \zeta^{II} = \frac{1}{5\sigma} \int \Delta d.\, 6^5 C,\ \zeta^{III} = \frac{1}{7\sigma} \int \Delta d.\, 6^6 D, \text{etc.}$$

On trouvera d'une manière semblable les valeurs des coëfficiens ξ^{I}, ξ^{II}, etc. qui seront

$$\zeta^{\text{I}} = \tfrac{1}{3}\left(N^{(1)} - \int \Delta d.\, \beta B\right)$$

$$\zeta^{\text{II}} = \tfrac{1}{5}\left(N^{(2)} - \int \Delta d\, C\right)$$

$$\zeta^{\text{III}} = \tfrac{1}{7}\left(N^{(3)} - \int \Delta d.\, \tfrac{D}{\beta}\right)$$

$$\zeta^{\text{IV}} = \tfrac{1}{9}\left(N^{(4)} - \int \Delta d.\, \tfrac{E}{\beta^2}\right),$$

etc.

Les constantes qui accompagnent chaque intégrale sont les valeurs de ces intégrales lorsque $\beta = 1$, cas auquel toutes les quantités ζ^{I}, ζ^{II}, etc. doivent disparoître.

(20). On a fait pour abréger

$$B = \frac{\zeta^{\text{I}}}{\beta} + \frac{\beta\, \xi^{\text{I}}}{a}$$

$$C = \frac{\zeta^{\text{II}}}{\beta^2} + \frac{\beta^2 \xi^{\text{II}}}{a} - \frac{n a \text{I}}{3a}\, \beta^2$$

$$D = \frac{\zeta^{\text{III}}}{\beta^3} + \frac{\beta^3\, \xi^{\text{III}}}{a}$$

$$E = \frac{\zeta^{\text{IV}}}{\beta^4} + \frac{\beta^4 \xi^{\text{IV}}}{a},$$

etc.

Substituant dans ces expressions les valeurs de $\zeta^{\text{I}}, \zeta^{\text{II}}$, etc. $\xi^{\text{I}}, \xi^{\text{II}}$, etc., on aura les équations suivantes pour déterminer les coefficiens B, C, D, E, etc.

$$3\sigma\beta\, B = \int \Delta d.\, \beta^3 B + \beta^3 \left(N^{(1)} - \int \Delta d.\, \beta B\right)$$

$$5\sigma\beta\, C = \int \Delta d.\, \beta^5 C + \beta^5 \left(N^{(2)} - \int \Delta d\, C\right) - [illegible]\, \beta$$

$$7\sigma\beta^3 D = \int \Delta d.\, \beta^6 D + \beta^7 \left(N^{(3)} - \int \Delta d.\, \tfrac{D}{\beta}\right)$$

$$9\sigma\beta^4 E = \int \Delta d.\, \beta^7 E + \beta^9 \left(N^{(4)} - \int \Delta d.\, \tfrac{E}{\beta^2}\right)$$

etc.

Toutes ces équations sont de même forme, et la seconde même ne fait pas exception, parce qu'on peut regarder comme une seule constante $N^{(2)}$ — [illegible]. Avant de nous occuper de leur résolution générale, considérons en particulier la première de ces équations.

En la différentiant et mettant au lieu de $d\,\sigma$ sa valeur $\Delta\,\beta^2 d\beta$, il en résultera

$$\Delta\, d\,(\beta B) \int \Delta\,\beta^2 d\beta - \Delta\,\beta^2 d\beta\,(N^{(1)} - \int \Delta\, d.\,\beta B) = 0\,;$$

celle-ci est intégrale, et on a en ajoutant la constante H

$$(N^{(1)} - \int \Delta\, d.\,\beta B) \int \Delta\,\beta^2 d\beta = H.$$

Soit $\beta = 1$ dans le premier membre, alors la quantité $N^{(1)} - \int \Delta\, d.\,\beta B$ doit se réduire à zéro; donc on aura $H = 0$. De là résulte, quel que soit β, $N^{(1)} - \int \Delta\, d.\,\beta B = 0$; donc en différentiant $d.\,\beta B = 0$, et par conséquent $B = \frac{H'}{\varsigma}$, H' étant une nouvelle constante. Mais si on se rappele que le coëfficient B doit être très-petit, on verra que H' est zéro, sans quoi la valeur de B seroit infinie au centre: donc enfin $B = 0$. Ainsi le terme $B\,X'$ est exclu de la valeur du rayon vecteur; nous allons démontrer que tous les autres doivent l'être de même, à l'exception du seul terme $C\,X''$.

(21). Désignons par P le terme de la suite B, C, D, E etc., dont le rang est k, on aura en général

$$(2k+1)\,\varpi\,\beta^k P = \int \Delta\, d.\,\beta^{k+3} P + \beta^{2k+1}\left(N^{(k)} - \int \Delta\, d.\,\frac{P}{\varsigma^{k-2}}\right); \quad (a')$$

différentiant et réduisant on aura d'abord

$$\varpi.\,\frac{d.\,\varsigma^k P}{d\varsigma} = \beta^{2k}\left(N^{(k)} - \int \Delta\, d.\,\frac{P}{\varsigma^{k-2}}\right), \text{ ou}$$

$$\varpi\left(\beta^{-k}\frac{dP}{d\varsigma} + k\,\beta^{-k-1} P\right) = N^{(k)} - \int \Delta\, d.\,\frac{P}{\varsigma^{k-2}},$$

différentiant de nouveau, on aura

$$\sigma\left(\frac{ddP}{d\varsigma^2} - k.\overline{k+1}.\frac{P}{\varsigma^2}\right) + 2\Delta\varsigma^2\left(\frac{dP}{\varsigma\, d\varsigma} + \frac{P}{\varsigma^2}\right) = 0 \qquad (b').$$

Cette équation se simplifie un peu en faisant $P = \frac{Q}{\sigma}$, et alors on a

$$\frac{ddQ}{d\varsigma^2} - k.\overline{k+1}.\frac{Q}{\varsigma^2} - \frac{\varsigma^2 d\Delta}{\sigma d\varsigma}.Q = 0 \qquad (c').$$

Mais malgré cette simplification, il est impossible d'en donner la solution générale, qui dépend, comme on sait, de l'équation de Riccati

$$\frac{dz}{d\varsigma} + z^2 - \frac{k.\overline{k+1}}{\varsigma^2} - \frac{\varsigma^2 d\Delta}{\sigma d\varsigma} = 0.$$

Il paroit donc que nous sommes arrêtés ici, et que pour aller plus loin, il faudroit que la loi des densités fût connue, et qu'en outre cette loi rendît l'équation précédente intégrale.

Mais en examinant la chose avec plus d'attention, on peut se convaincre que, quelle que soit la loi des densités, tous les coëfficiens représentés par P sont nuls, excepté le coëfficient C, qui dépend de la force centrifuge. Cette proposition est d'autant plus essentielle à démontrer, que si elle n'avoit pas lieu, il faudroit admettre une infinité de figures d'équilibre. En effet, il est évident, par la nature de l'équation (a'), que si P pouvoit avoir une valeur quelconque qui ne fût pas nulle, cette valeur, multipliée par une constante arbitraire, satisferoit encore à l'équation (a'); d'où il suit que, pourvu que le produit restât d'une certaine petitesse, on pourroit le prendre pour P, et il y auroit par conséquent une infinité de figures d'équilibre : or, on conçoit d'autant moins cette infinité de figures dans le cas d'une densité variable, qu'elles n'ont pas lieu dans celui d'une densité constante, et qu'on ne voit pas pourquoi le passage d'un

cas à l'autre, qui peut se faire par les degrés les plus insensibles, on auroit tout d'un coup la multiplicité des solutions. Mais [illegible] qui prouve, de la manière la plus satisfaisante, que le coëfficient P est zéro, et qu'il n'existe qu'une seule figure d'équilibre.

(22). Considérons l'expression générale de la quantité Q, et voyons à quoi cette expression doit se réduire vers le centre du sphéroïde, lorsque θ est infiniment petit. Quelle que soit la loi des densités, comme nous les supposons croissantes de la surface au centre, on doit avoir, lorsque θ est infiniment petit, $\Delta = f\theta^{-m}$, m étant positif ou zéro.

Si m n'est pas zéro, la densité sera infinie au centre; mais l'hypothèse n'en est pas moins admissible, pourvu que la masse, sous un volume fini, soit une quantité finie : or la masse est proportionnelle à la quantité $\sigma = \int \Delta \theta^2 d\theta$, et en faisant $\Delta = f\theta^{-m}$, on a $\sigma = \frac{f\theta^{3-m}}{3-m}$, donc pourvu que m soit plus petit que 3, il n'y a aucun inconvénient à supposer $\Delta = f\theta^{-m}$.

En vertu de cette formule, on aura $\frac{\theta^2 d\Delta}{\sigma d\theta} = \frac{-m(3-m)}{\theta^2}$, donc l'équation ($c'$) du n° précédent deviendra

$$\frac{ddQ}{d\theta^2} - k.(k+1).\frac{Q}{\theta^2} + m(3-m)\frac{Q}{\theta^2} = 0:$$

or on satisfait généralement à cette équation, en prenant

$$Q = a'\theta^c + b'\theta^{1-c};$$

a' et b' étant deux constantes arbitraires, et le nombre positif c ayant pour valeur

$$c = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left\{(k+\tfrac{1}{2})^2 - m(3-m)\right\}}.$$

On voit donc que si l'intégrale complète de l'équation (c') est en général $Q = a'Q_1 + b'Q_2$, les quantités Q_1 et Q_2 doivent se réduire à θ^c et θ^{1-c}, lorsqu'on fait θ infiniment petit. Mais il est clair que si b' n'étoit pas zéro, la valeur

de Q,

de Q, et à plus forte raison celle de P, qui est $\frac{Q}{\sigma}$, deviendroient infinies vers le centre, ce qui détruiroit la supposition que P est une quantité toujours très-petite. Donc b' doit être zéro, et la valeur de Q se réduit au seul terme a' Q 1, qui devient vers le centre $a'\,\vartheta^{\sigma}$.

Il existe de plus une condition pour déterminer a'. En effet la valeur de P, tirée de l'équation différentielle (b') ou (c') doit satisfaire à l'équation (a'), quelle que soit la constante $N^{(k)}$. Or, $N^{(k)}$ est déterminé de manière que $N^{k} - \int \Delta d.\,\frac{P}{\vartheta^{k-2}}$ s'évanouisse lorsque $\vartheta = 1$; on aura donc une équation pour déterminer a'. Mais il est évident que dans cette équation tous les termes seront multipliés par a'; on en conclura par conséquent $a' = 0$. *Donc tous les coëfficiens représentés par* P *sont nuls, à l'exception du seul coëfficient* C. Et on voit aisément la raison de cette exception; c'est que l'équation qui détermine C (n° 20), contient, de plus que les autres, le terme $-\frac{5n\sigma 1}{5}\vartheta^{5}$, qui n'est pas multiplié par a'; on aura donc, dans ce cas, une valeur déterminée de a', et par conséquent une de C.

(23). La seule difficulté qu'on puisse faire à ce raisonnement, c'est que si tous les termes qui multiplient a' se détruisent, a' restera indéterminé, et il pourra y avoir par conséquent une infinité de figures d'équilibre. Je réponds d'abord qu'un cas si particulier et si peu probable, n'empêcheroit pas de tirer la conclusion générale. Mais nous pouvons démontrer que ce cas n'aura jamais lieu, en supposant, comme nous le faisons toujours, la densité continuellement croissante depuis la surface jusqu'au centre.

Pour cela, reprenons l'équation (a'), et chassons la constante $N^{(k)}$ par la différentiation, nous aurons

[illegible] $= (k [illegible] 1) 5 P \vartheta$ [illegible] $- \int \Delta d.\,\vartheta$ [illegible];

soit $\int \vartheta^{i} d\Delta = 0$, cette intégrale étant prise de manière

qu'elle s'évanouisse lorsque $\beta = 0$, on aura $\sigma =$ [illegible], et l'équation précédente pourra être mise sous cette forme :

$$[illegible] \ldots \sigma\beta^k P - \int \omega\, d.\beta^k P;$$

Je conclus de là que $\frac{dP}{P d\beta}$ est une quantité toujours positive.

En effet, comme il n'est plus question du coëfficient B, le premier dans la suite B, C, D, E, etc., on doit supposer $k - 2$ positif ou zéro ; ainsi le premier terme $\frac{k-2}{5}\sigma\beta^k$ est positif ou zéro. Venons au second terme $-\int \omega\, d.\beta^k P$.

Dans cette expression, le facteur ω est toujours négatif, puisque la densité diminue continuellement du centre à la surface. Reste à voir ce que devient $\frac{d.\beta^k P}{P}$. Or, en commençant au centre où P est de la forme $a'\beta^\mu$, μ étant une quantité positive, il est clair que $\frac{d.\beta^k P}{P}$, est égal à la quantité positive $(k + \mu)\beta^{k+\mu-1}$.

Ainsi pour m'exprimer en termes abregés, de ce que la première valeur de $\frac{dP}{P d\beta}$ est positive, il s'ensuit que la seconde, celle qui aura lieu à la distance $\beta + d\beta$, sera pareillement positive : on voit de même qu'en passant à la troisième valeur, l'expression $\frac{-\int \omega\, d.\beta^k P}{P}$ est composée de parties positives, et qu'ainsi la troisième valeur de $\frac{dP}{P d\beta}$ sera encore positive. Donc en général la valeur de $\frac{dP}{P d\beta}$ sera toujours positive, et c'est ce qu'il seroit facile de rendre encore plus sensible par des constructions de lignes courbes.

De là il suit que *tandis que la densité diminue continuellement du centre à la surface, la valeur du coëfficient* P *(abstraction faite de son signe) augmente successivement, et devient la plus grande à la surface.*

(24). Au moyen de cette proposition très-générale, il sera

facile de résoudre la difficulté dont nous nous occupons. Si l'équation (a^1) devient absolument identique, en y substituant la valeur de P, qui est multipliée par la constante arbitraire a^1, on peut faire $\beta = 1$, et l'identité aura toujours lieu. Appellons à l'ordinaire P 1, ce que devient P lorsque $\beta = 1$, nous aurons par conséquent,

$$(2k+1)\,P\,1 = \frac{\int \Delta\, d.\beta^{k+3} P}{\int \Delta \beta^2 d\beta}$$

ces deux intégrales étant prises depuis $\beta = 0$, jusqu'à $\beta = 1$. Mais si on intègre par parties, et qu'on appelle 1 la densité à la surface, on aura

$$\frac{(2k+1)}{3}\,P\,1 = \frac{P\,1 - \int \beta^{k+3} P\, d\Delta}{1 - \int \beta^3 d\Delta}$$

donc

$$\frac{2k-2}{3}\,P\,1 = \frac{P\,1 \int \beta^3 d\Delta - \int \beta^{k+3} P\, d\Delta}{1 - \int \beta^3 d\Delta}.$$

A la place de $\int \beta^{k+3} P\, d\Delta$ on peut mettre $P \beta^k \int \beta^3 d\Delta - \int (\int \beta^3 d\Delta).\, d.\, \beta^k P$, et observant toujours que les intégrales sont étendues jusqu'à la surface, on aura

$$\frac{2k-2}{3}\,P\,1 = \frac{\int \omega\, d.\beta^k P}{1-\omega};$$

or, nous avons déja vu que ω étoit toujours négatif, et $\frac{d.\beta^k P}{P}$ toujours positif; donc le premier membre de cette équation et le second, sont des signes contraires; donc cette équation ne peut avoir lieu tant que P n'est pas nul; donc il n'y a point d'exception à la règle générale, et on a toujours $a^1 = 0$, ou $P = 0$, tant que k surpasse 2.

(25). Il ne reste donc que le coëfficient C qui est la valeur de P, lorsque $k = 2$: pour déterminer C dans une hypothèse particulière de densité, il faudra résoudre l'équation

$$\frac{ddQ}{d\beta^2} - \frac{6Q}{\beta^2} - \frac{\beta^2 d\Delta}{\omega\, d\beta}\,Q = 0,$$

et on aura $C = \frac{Q}{r}$. On peut observer cependant qu'il n'est pas nécessaire d'avoir la solution générale de cette équation, et que des deux fonctions qui doivent lui satisfaire, il suffit d'avoir celle qui s'évanouit lorsque $\theta = 0$: circonstance qui pourra faciliter l'intégration.

La valeur de C étant trouvée avec une constante arbitraire a^2, pour déterminer cette constante, on pourra se servir de l'équation suivante, dans le premier membre de laquelle il faut faire $\theta = 1$ après la différentiation

$$\frac{[illegible]}{dz} = \frac{[illegible]}{3}.$$

Cela posé, l'expression du rayon vecteur sera $v = 1 + C(X'' - 1)$, ou

$$v = 1 - \frac{3}{2} C \sin.^2 \psi.$$

D'où il suit que toutes les couches du sphéroïde sont elliptiques, au moins tant qu'on néglige les quantités du second ordre. Mais ces couches ne sont pas semblables entre elles; nous savons, au contraire, par le théorême du n° 23, que leurs ellipticités $-\frac{3}{2}C$, augmentent continuellement depuis le centre jusqu'à la surface. Ainsi, en s'approchant du centre, les couches tendent de plus en plus à la sphéricité.

Il est inutile de dire que si on appelle C_1 ce que devient C lorsque $\theta = 1$, l'équation de la surface du sphéroïde sera $v = 1 - \frac{3}{2} C_1 \sin.^2 \psi$.

(26). Déterminons maintenant la loi de la pesanteur à la surface, et pour cela reprenons la formule du n° 16.

$$\Pi = \frac{M}{r^2 \sin. L} \left(X' + \frac{3 \xi''}{2r} X''' + \text{etc.} \right).$$

[illegible] sin [illegible] $\psi = 90° - L + \epsilon \sin. 2L$; d'ailleurs on a $X' = \cos. \psi$, $X''' = \frac{5}{2} \cos.^3 \psi - \frac{3}{2} \cos. \psi$, ainsi en faisant les substitutions,

et négligeant les quantités du second ordre, la pesanteur à la latitude L sera

$$\Pi = M\left(1 - 4\varepsilon \cos.^2 L + \frac{3\zeta''}{2}(5 \sin.^2 L - 3)\right).$$

Prenons pour unité la pesanteur à l'équateur, et nous aurons, à la latitude L . . .

$$\Pi = 1 + (4\varepsilon + \tfrac{15}{2}\zeta'')\sin.^2 L;$$

Mais si dans l'équation du n° 20

$$C = \frac{\zeta''}{\beta^2} + \frac{\varepsilon'\zeta''}{a} - \frac{n\,a^3}{3\,a}\,\beta^3$$

on fait $\beta = 1$, ce qui donne $C = C1$, $\zeta'' = 0$, $\alpha = \alpha 1$, on aura $C1 = \zeta'' - \frac{n}{3}$, d'où l'on tire $\zeta'' = \frac{n}{3} + C1 = \frac{n}{3} - \frac{2\varepsilon}{3}$, et $4\varepsilon + \frac{15}{2}\zeta'' = \frac{5}{2}n - \varepsilon$. Donc enfin

$$\Pi = 1 + (\tfrac{5}{2}\,n - \varepsilon)\sin.^2 L.$$

On voit donc que l'augmentation de la pesanteur, en allant de l'équateur au pole, est proportionnelle au quarré du sinus de la latitude. Et si on appelle $1 + \varpi$ la pesanteur au pole, on aura $\varpi = \frac{5}{2}n - \varepsilon$, ou $\varpi + \varepsilon = \frac{5}{2}n$, quantité constante et double de l'ellipticité du sphéroïde homogène.

Ainsi nous retombons de nouveau sur le théorème n° 16, et la conclusion est la même, quoique les deux hypothèses soient très différentes; c'est donc une vérité bien constante et bien générale dans cette théorie, que la différence des pesanteurs au pole et à l'équateur, jointe à la différence des axes, fait la même somme que dans le cas de l'homogénéité.

Il ne nous reste plus qu'à apporter quelques exemples où l'intégration de l'équation (c') soit possible et serve à confirmer les propositions précédentes.

EXEMPLE PREMIER.

(27). Le plus simple de tous les cas est celui de l'homogénéité : soit $\Delta = 1$, on aura $\sigma = \frac{\epsilon^3}{3}$, et l'équation ($c'$) deviendra

$$\frac{ddQ}{d\epsilon^2} - k(k+1)\frac{Q}{\epsilon^2} = 0;$$

son intégrale complette est $Q = a'' \epsilon^{k+1} + b'' \epsilon^{-k}$, rejettant la puissance négative, on aura $Q = a'' \epsilon^{k+1}$, et par conséquent $P = 3\,a'' \epsilon^{k-2}$ ou simplement $P = a' \epsilon^{k-2}$. Pour déterminer la constante a', il faut substituer cette valeur dans l'équation (a'), ou dans sa différentielle qui est, en faisant $\epsilon = 1$, $\frac{d.\epsilon^k P}{d\epsilon} = 0$. On aura donc $(2k - 2)a' = 0$, et par conséquent $a' = 0$. Cependant si on avoit $k = 1$, a' resteroit indéterminé ; mais nous avons déja résolu cette difficulté (n° 12.)

Lorsque $k = 2$, P devient C, et on a $C = a'$; ensuite pour déterminer a' l'équation $\frac{d(C\epsilon^2)}{d\epsilon} = -\frac{5n}{3}$, où il faut faire $\epsilon = 1$, donnera $a' = C = -\frac{5}{6}\,n$. Puisque C est constant, il s'ensuit que toutes les couches de niveau sont semblables à la surface.

EXEMPLE II.

(28). Soit la densité $\Delta = f\epsilon^{-m} + g\epsilon^{m-3}$, f et g étant deux constantes à volonté, et m un nombre positif $> \frac{3}{2}$. cette formule donnera

$$\sigma = \frac{f}{3-m}\epsilon^{3-m} + \frac{g}{m}\epsilon^{m}, \text{ et } \frac{\epsilon^2 d\Delta}{\sigma d\epsilon} = \frac{-m(3-m)}{\epsilon^2}.$$

Ainsi on aura l'équation

$$\frac{ddQ}{d\epsilon^2} - \frac{Q}{\epsilon^2}\left\{k(k+1) - m(3-m)\right\} = 0$$

dont l'intégrale est

$$Q = a' \beta^{e} + b' \beta^{1-e},$$

a' et b' étant les deux constantes arbitraires, et le nombre e ayant pour valeur

$$e = \tfrac{1}{2} + \sqrt{\left\{ (k + \tfrac{1}{2})^2 - m(3 - m) \right\}}$$

Rejettant la puissance négative de β, on aura simplement $Q = a' \beta^{e}$, et $P = \frac{a' \beta^{e}}{\sigma}$. Maintenant la constante a' se déterminera par l'équation $d. \frac{a' \beta^{k+e}}{\sigma} = 0$ dans laquelle on doit faire $\beta = 1$, ainsi on aura

$$(k + e) \left(\frac{f}{3 - m} + \frac{g}{m} \right) a' - (f + g)\, a' = 0$$

d'où l'on tire $a' = 0$, à moins qu'on ne puisse avoir

$$(k + e) \left(\frac{f}{3 - m} + \frac{g}{m} \right) = f + g\,;$$

or, il n'est pas douteux qu'on peut prendre le rapport de f à g, de manière que cette équation ait lieu ; mais alors la densité ne seroit plus continuellement décroissante du centre à la surface. Pour que cette condition soit remplie, il faut que g et $g + f$ soient positifs, et alors on verra aisément que l'équation précédente est impossible : donc on aura toujours $a' = 0$.

Lorsque $k = 2$, on aura $e = \frac{1}{2} + \sqrt{\left\{ \frac{25}{4} - m(3 - m) \right\}}$ et le coëfficient $C = \frac{a' \beta^{e}}{\sigma}$ Pour déterminer a', on fera usage de l'équation $\frac{d. C \beta^{5}}{d\beta} = -\frac{5n}{3}$, laquelle donnera, en faisant $\beta = 1$,

$$a' = \frac{-\,\text{[illegible]} \left(\frac{f}{3 - m} + \frac{g}{m} \right)}{(e + 2) \left(\frac{f}{3 - m} + \frac{g}{m} \right) - f - g}$$

a' étant connu, on aura l'ellipticité d'une couche quelconque

$$-\tfrac{1}{2}C = \frac{[illegible]}{\frac{g}{m} + \frac{f}{3-m}\,6^{3-2m}}$$

et l'ellipticité de la surface

$$-\tfrac{1}{2}C1 = \frac{\tfrac{5}{4}n}{2 + e - (3-m)\,[illegible]\frac{m(f+g)}{[illegible]}}$$

La forme que nous donnons à cette dernière quantité, fait voir qu'elle est toujours plus petite que $\frac{5}{4}\,n$; car on a $e > 3 - m$. Donc l'ellipticité de la surface est plus petite que dans le cas de l'homogénéité. Quant à l'ellipticité des couches, il est aisé de voir qu'elle décroît continuellement depuis la surface jusqu'au centre, où elle finit par être nulle; en effet, la différentielle de la quantité $-\tfrac{1}{2}C$, pour être positive, exige que l'expression $g(3-m)(e-m) + mf(e+m-3)\,6^{3-2m}$ le soit: or il est évident que celle-ci l'est, en la mettant sous la forme

$$[illegible]$$
$$+ m(f+g)(e+m-3)\,6^{3-2m}$$

dont tous les termes sont positifs. Ce résultat est donc entièrement conforme au théorème du n°. 23.

EXEMPLE III.

(29) Soit la densité $\Delta = [illegible]$: cette formule conviendroit à une densité constante, en prenant m infiniment petit; elle représentera une densité continuellement décroissante du centre à la surface, et toujours positive, en prenant m plus petit que la demi-circonférence dont le rayon est 1. Dans tous les cas, le rapport de la densité du centre à la densité de la surface, sera celui de m à sin. m : si on le suppose

supposé donné d'une grandeur quelconque, il sera facile d'en tirer la valeur de m, ce qui donnera lieu à un grand nombre d'applications.

D'après cette formule on a $\sigma = \frac{\sin. m\beta}{m^3} - \frac{\beta \cos. m\beta}{m}$, $\frac{\beta^2 dA}{\sigma d\beta} = -m^2$, et l'équation (c') deviendra

$$\frac{ddQ}{d\beta^2} - k.\overline{k+1}.\frac{Q}{\beta^2} + m^2 Q = 0.$$

Cette équation est toujours intégrable, tant que k est un nombre entier, comme il l'est dans la question présente; et l'intégrale sera l'expression suivante, qui contient toujours un nombre fini de termes, et dans laquelle a' et b' sont les deux constantes arbitraires :

$$Q = (a' \sin. m\beta + b' \cos m\beta)\left(1 - \frac{k.\overline{k^2-1}.\overline{k+2}}{2.4\, m^2\beta^2} + \frac{k.\overline{k^2-1}.\overline{k^2-4}.\overline{k^2-9}.\overline{k+4}}{2.4.6.8\, m^4\beta^4} - \text{etc.}\right)$$

$$+ (a' \cos. m\beta - b' \sin. m\beta)\left(\frac{k.\overline{k+1}}{2\, m\beta} - \frac{k.\overline{k^2-1}.\overline{k^2-4}.\overline{k+3}}{2.4.6\, m^3\beta^3} - \text{etc.}\right)$$

On peut donner à cette expression une autre forme en suite infinie qui sera

$$Q = a''\beta^{k+1}\left[1 - \frac{m^2\beta^2}{2(2k+3)} + \frac{m^4\beta^4}{2.4(2k+3)(2k+5)} - \text{etc.}\right]$$

$$+ b''\beta^{-k}\left[1 + \frac{m^2\beta^2}{2(2k-1)} + \frac{m^4\beta^4}{2.4(2k-1)(2k-3)} + \text{etc.}\right],$$

et il est clair qu'on doit avoir dans cette nouvelle forme $b'' = 0$; ainsi une des constantes a' et b' sera toujours nulle dans l'autre expression. Je laisse au lecteur à s'assurer, au moins dans les valeurs particulières de k, que la constante qui restera, sera nulle aussi d'après l'équation $d\left(\frac{Q\beta^k}{\sigma}\right) = 0$, où l'on fera $\beta = 1$. Je ne considérerai que le cas de $k = 2$

qui donne la valeur du coëfficient C. Alors la valeur de Q devient

$$Q = a' \left[\left(1 - \frac{3}{m^2 \beta^2} \right) \sin. m\beta + \frac{3}{m\beta} \cos. m\beta \right]$$

$$+ b' \left[\left(1 - \frac{3}{m^2 \beta^2} \right) \cos. m\beta - \frac{3}{m\beta} \sin. m\beta \right],$$

si on développe cette quantité suivant les puissances ascendantes de β, on trouvera

$$Q = a' \left[- \frac{1}{15} m^3 \beta^3 + \frac{1}{210} m^5 \beta^5 - \text{etc.} \right]$$

[illegible]

ainsi des deux coëfficiens a' et b', b' est celui qui affecte la puissance négative et qui doit être zéro, ce qui donnera

$$Q = a' \left[\left(1 - \frac{3}{m^2 \beta^2} \right) \sin. m\beta + \frac{3}{m\beta} \cos. m\beta \right].$$

La constante a' sera déterminée à l'ordinaire par l'équation $d \left(\frac{Q \beta}{\sigma} \right) = - \frac{5n}{3} d\beta$, dans laquelle il faut faire $\beta = 1$ après la différentiation, et de là on tirera

$$a' = \frac{\frac{5}{3} n \left(\frac{\sin. m}{m} - \cos. m \right)^2}{m^2 - 2 \sin.^2 m + m \sin. m \cos. m},$$

d'où résulte l'ellipticité d'une couche quelconque, $- \frac{1}{2}$ C ou ε,

$$[\text{illegible}] \frac{\left(1 - \frac{3}{m^2 \beta^2} \right) \sin. m\beta + \frac{3}{m\beta} \cos. m\beta}{\frac{\sin. m\beta}{m^2} - \frac{\beta \cos. m\beta}{m}};$$

donc l'ellipticité de la surface,

$$\frac{[\text{illegible}]}{m^2 - 2 \sin.^2 m + m \sin. m \cos. m}$$

et l'ellipticité au centre

$$\varepsilon\,o = \frac{\frac{1}{2}n\,(\sin. m - m\cos. m)^2}{m^4 - 2\sin.^2 m + m\sin. m\cos. m}.$$

(30). La formule de densité que nous avons supposée dans cet exemple est très-simple, et elle a l'avantage de ne pas devenir infinie vers le centre ; il en résulte pour les ellipticités des valeurs qui ne sont pas trop composées, et dont nous allons faire quelques applications à la figure de la terre.

On aura dans ce cas $n = \frac{1}{266}$: prenons $m = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire supposons que la densité décroisse dans la raison de 1 à 1, 57 depuis la surface jusqu'au centre. Alors on trouvera l'ellipticité de la surface $\varepsilon\,1 = \frac{5}{2}\,\frac{n}{m^2}\,\frac{3 - m^2}{m - 2} = \frac{1}{250}$, quantité plus petite que $\frac{1}{230}$; mais peu différente, parce que la densité varie assez peu. L'ellipticité vers le centre $\varepsilon\,o = \frac{3n}{m^2 - 2} = \frac{1}{267}$; ainsi on voit que les elliplicités croissent lentement du centre à la surface depuis $\frac{1}{269}$ jusqu'à $\frac{1}{230}$, ce qui est d'accord avec le théorème général n° 23.

Soit maintenant m = l'arc de $120° = \frac{2\pi}{3}$, la densité décroîtra du centre à la surface dans le rapport de $\frac{2\pi}{3}$ à $\frac{1}{2}$, ou à peu près dans le rapport de 4 à 1. Dans ce cas l'ellipticité de la surface sera $\varepsilon\,1 = \frac{1}{267}$, et l'ellipticité vers le centre $\varepsilon\,o = \frac{1}{312}$.

Soit encore $m = \frac{7}{8}\pi$, ce qui donne environ 7 à 1 pour le rapport de la densité au centre à la densité à la surface ; on trouvera l'ellipticité de la surface $= \frac{1}{317}$, et l'ellipticité vers le centre $= \frac{1}{424}$. Cette hypothèse donnetoit l'applatissement de la terre conforme à celui que nous adopterons d'après les mesures des pendules ; il fandreit alors que la densité moyenne du globe fût triple de la densité à la surface.

Enfin, si on supposoit $m = \pi$, ce qui rendroit la den-

Fff 2

sité nulle à la surface, on auroit l'ellipticité à la surface $= \frac{15}{2} \cdot \frac{n}{\tau^2} = \frac{1}{[illegible]}$, et l'ellipticité au centre $= \frac{1}{2} n = \frac{1}{576}$.

Ces exemples éclaircissent suffisamment les propositions générales que nous avons établies. Occupons-nous maintenant de déterminer la figure des couches du sphéroïde en ayant égard aux termes du second ordre.

(31). La valeur de v trouvée par la première approximation étant $v = 1 + C(X'' - 1)$; nous supposerons

$$v = 1 + C(X'' - 1) + q',$$

q' représentant la totalité des termes du second ordre qui entrent dans v. Cela posé il faudra substituer cette valeur dans l'équation générale (n° 18), et comme les quantités qui multiplient X^{I}, X^{III}, X^{IV}, etc., n'ont donné aucun terme du premier ordre, il suffira de faire dans ces termes $v = 1$; dans ceux qui sont affectés de X^{II}, il faudra faire $v = 1 + C(X^{II} - 1)$, et enfin dans le premier terme $\frac{1}{v}$, il faudra faire $\frac{1}{v} = 1 - C(X^{II} - 1) + C^2 (X^{II} - 1)^2 - q'$; ainsi on aura

$$q' = \text{const.} - C(X^{II} - 1) + C^2 (X^{II} - 1)^2 + \left(\frac{\xi'}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon^2 \xi'}{\alpha}\right) X'$$

$$+ \left(\frac{\xi''}{\varepsilon^3} - \frac{3\xi''}{\varepsilon^3} C(X'' - 1) + \frac{\varepsilon^2 \xi''}{\alpha} + \frac{2\varepsilon^2 \xi''}{\alpha} C(X'' - 1)\right) X''$$

$$+ \left(\frac{\xi'''}{\varepsilon^5} + \frac{\varepsilon^4 \xi'''}{\alpha}\right) X''' + \left(\frac{\xi^{IV}}{\varepsilon^4} + \frac{\varepsilon^2 \xi^{IV}}{\alpha}\right) X^{IV} + \text{etc.}$$

$$+ \frac{n}{3} \cdot \frac{\alpha^1}{\alpha} \, 6^3 \left\{ 1 + 2C(X'' - 1) \right\} (1 - X'').$$

Dans cette quantité il y a des termes affectés de X''^2; mais à la place de X'^2 on mettra $\frac{18}{35} X^{IV} + \frac{2}{7} X'' + \frac{1}{5}$, et la valeur de q' sera entièrement linéaire par rapport aux quantités X', X'', X''', etc. Soit donc pour abréger

$$q' = A' + B' X' + C' X'' + D' X''' + E' X^{IV} + \text{etc.}$$

Cette valeur va nous faire connoître celles des coëfficiens ζ', ζ'', etc. ξ', ξ'', etc., d'où résulteront les relations nécessaires pour déterminer entièrement ces coëfficiens.

(32). Il faut commencer par substituer au lieu de z sa valeur $\beta \{ 1 + C' (X'' - 1) + A' + B' X' + \text{etc.} \}$ dans les expressions des quantités λ, λ', λ'', etc. (nº 5). Mais on pourra omettre dans ces quantités les termes qui disparoissent dans les intégrations suivantes, et il suffira de conserver le terme constant ou indépendant de ψ dans λ, le terme affecté de X' dans λ', et ainsi de suite. Nous aurons en conséquence

$$\lambda = \int \Delta \beta^2 d\beta - \int \Delta d.\, \beta^3 C + \int \Delta d.\, \beta^3 A'$$
$$\lambda^{I} = X^{I} \int \Delta d.\, \beta^4 B^{I}$$
$$\lambda^{II} = X^{II} \int \Delta d.\, \beta^5 (C + C' - \tfrac{24}{7} C^2)$$
$$\lambda^{III} = X^{III} \int \Delta d.\, \beta^6 D^{I}$$
$$\lambda^{IV} = X^{IV} \int \Delta d.\, \beta^7 (E^{I} + \tfrac{54}{35} C^2)$$
$$\lambda^{V} = X^{V} \int \Delta d.\, \beta^8 F^{I}$$
$$\lambda^{VI} = X^{VI} \int \Delta d.\, \beta^9 G^{I}$$
etc.

Ensuite l'intégration par rapport à ψ donnera

$$\alpha = \sigma - \int \Delta d.\, \beta^3 C + \int \Delta d.\, \beta^3 A^{I}$$
$$\zeta^{I} = \frac{1}{3\sigma} \int \Delta d.\, \beta^4 B^{I}$$
$$\zeta^{II} = \frac{1}{5\sigma} \int \Delta d.\, \beta^5 (C + C' - \tfrac{24}{7} C^2)$$
$$\zeta^{III} = \frac{1}{7\sigma} \int \Delta d.\, \beta^6 D^{I}$$
$$\zeta^{IV} = \frac{1}{9\sigma} \int \Delta d.\, \beta^7 (E^{I} + \tfrac{54}{35} C^2)$$
$$\zeta^{V} = \frac{1}{11\sigma} \int \Delta d.\, \beta^8 F^{I}$$
$$\zeta^{VI} = \frac{1}{13\sigma} \int \Delta d.\, \beta^9 G^{I}$$
etc.

Dans tous ces coëfficiens on a substitué σ au lieu de α, excepté dans le coëfficient ζ'', qui contient des termes du premier ordre, et dans lequel il a fallu substituer, au lieu de α, la valeur plus approchée $\sigma - \int \Delta d.\, 6^2 C$.

Nous aurons pareillement, en faisant les substitutions, et ne conservant que les termes nécessaires (n° 7),

$$\nu' = \tfrac{2}{3}\,(N^{(1)} - \int \Delta d.\, 6\, B')$$

$$\nu'' = \tfrac{2}{5}\,\{N^{(2)} - \int \Delta d.\, (C + C' + \tfrac{6}{7} C^2)\}$$

$$\nu''' = \tfrac{2}{7}\,(N^{(3)} - \int \Delta d.\, \tfrac{D'}{\varsigma}$$

$$\nu^{\text{iv}} = \tfrac{2}{9}\,(N^{(4)} - \int \Delta d.\, \tfrac{1}{\varsigma^2}(E' - \tfrac{27}{35} C^2))$$

$$\nu^{\text{v}} = \tfrac{2}{11}\,(N^{(5)} - \int \Delta d.\, \tfrac{F'}{\varsigma^3})$$

etc.

D'où résultera

$$\zeta' = \tfrac{1}{3}\,(N^{(1)} - \int \Delta d.\, 6\, B')$$

$$\zeta'' = \tfrac{1}{5}\,\{N^{(2)} - \int \Delta d.\, (C + C' + \tfrac{6}{7} C^2)\}$$

$$\zeta''' = \tfrac{1}{7}\,(N^{(3)} - \int \Delta d.\, \tfrac{D'}{\varsigma})$$

$$\zeta^{\text{iv}} = \tfrac{1}{9}\,(N^{(4)} - \int \Delta d.\, \tfrac{1}{\varsigma^2}\,(E' - \tfrac{27}{35} C^2))$$

ζ [illegible] $(N$ [illegible] $- \int \Delta d.$ [illegible]$)$

$$\zeta^{\text{vi}} = \tfrac{1}{13}\,(N^{(6)} - \int \Delta d.\, \tfrac{G'}{\varsigma^4})$$

etc.

Or, on a fait pour abréger,

E' [illegible] $\frac{\zeta'}{\varsigma}$ [illegible] $\frac{\varsigma' \zeta}{a}$

$$D' = \frac{\zeta'''}{\varsigma^2} + \frac{\varsigma' \zeta'''}{a}$$

$$F' = \frac{\zeta^{\text{v}}}{\varsigma^3} + \frac{\varsigma' \zeta^{\text{v}}}{a}$$

$$G' = \frac{\zeta^{\text{vi}}}{\varsigma^4} + \frac{\varsigma' \zeta^{\text{vi}}}{a}$$

[illegible]

Il est donc évident qu'on aura, pour déterminer B', D', F', G', etc. les mêmes équations qu'on avoit dans la première approximation (n° 20) pour déterminer B, D, F, G, etc. et c'est ce qu'il étoit facile de voir *à priori*. On en conclura pareillement que tous ces coëfficiens sont nuls, et qu'ainsi la valeur de q' se trouve réduite aux seuls termes

$$q' = A' + C'X'' + E'X^{IV},$$

et comme on doit avoir $q' = 0$ lorsque $\psi = 0$, ce qui donne $A' = -C' - E'$, tout se réduit à déterminer les deux coëfficiens C' et E'. On aura pour cela les deux équations

$$C' = -C - \frac{12}{[illegible]}C^2 + (1 + \frac{15}{[illegible]}C) \cdot \frac{1}{[illegible]} \cdot \frac{\int \Delta d.6^5 (C + C' - \frac{2}{5}C^2)}{[illegible]}$$

$$+ (1 - \frac{10}{7}C)\frac{6^5}{5} \cdot \frac{[illegible] - \int \Delta d.[illegible](C + C' + \frac{2}{5}C^2)}{\sigma - \int \Delta d.6^3 C}$$

$$- [illegible](1 - \frac{24}{7}C) \cdot \frac{6^3}{\sigma - \int \Delta d.6^3 C} \qquad (a'')$$

$$E' = [illegible] - [illegible] \frac{\int \Delta [illegible]}{5\,6^5\sigma} + [illegible](N'' - \int \Delta d [illegible])$$

$$+ [illegible] \int \Delta d.6 [illegible] - \frac{6}{[illegible]}[illegible] - \int \Delta [illegible]$$

$$- \frac{6}{35} \cdot \frac{n \alpha 1}{\sigma} 6^3 C.$$

Les termes du premier ordre qui se trouvent dans l'équation (a'') doivent se détruire mutuellement; mais avant de les [effacer], il faut observer qu'à la rigueur la densité Δ n'est pas une fonction donnée de 6 : Δ dépend en partie de la figure que nous cherchons. Car si toutes les couches devenoient [illegible] densit[illegible] est Δ [illegible] regarder comme son état [initial], et Δ seroit une fonction connue de ρ. [Mais] la masse sphérique $4\pi \int \Delta \rho^2 d\rho$, doit toujours être égale à la masse du sphéroïde, terminée par la surface dont la densité est pareillement Δ. Celle-ci a pour

expression $4\pi\alpha$ ou $4\pi\int\Delta 6^2 d6 - 4\pi\int\Delta d.\, 6^3 C$, en se bornant aux quantités du premier ordre. Ainsi on aura $\int\Delta\rho^2 d\rho = \int\Delta 6^2 d6 - \int\Delta d.6^3 C$, d'où l'on tire $\rho = 6 - 6C$; donc si la densité est une fonction de ρ désignée par $\Delta : \rho$ ou Δ, cette même densité exprimée en 6 sera $\Delta : (6 - 6C)$, ou $\Delta - 6C\frac{d\Delta}{d6}$, ou enfin $\Delta - 6C\Delta'$, en faisant $\frac{d\Delta}{d6} = \Delta'$, et on se souviendra que Δ n'est pas la densité sur la couche du sphéroïde dont l'axe est 6, mais celle de la surface sphérique dont le rayon est 6 dans l'état initial du fluide. Il faut donc à la place de Δ, dans nos formules, substituer $\Delta - 6C\Delta'$; mais il n'y a que les termes du premier ordre dans l'équation (a'') où cette substitution soit nécessaire, par-tout ailleurs on peut laisser Δ tel qu'il est. Remarquons que σ ou $\int\Delta 6^2 d6$ devient $\int\Delta 6^2 d6 - \int 6^3 C d\Delta$, et qu'ainsi la quantité $\sigma - \int\Delta d.\, 6^3 C$, qui divise plusieurs termes de l'équation (a''), se réduit à $\sigma - \Delta 6^3 C$. Cela posé, voici le résultat de la substitution entière dans l'équation (a'').

$$C' = -C - [illegible] \{ \int\Delta d.\, 6\, C - \int\Delta' 6 C d.\, 6 C + \int\Delta d.\, 6 [illegible] \}$$
$$+ ([illegible] C + \frac{\Delta [illegible]}{\sigma}) \cdot \frac{[illegible]}{5\, 6^2 \sigma} + [illegible] (N^{[illegible]} - \int\Delta d C [illegible]$$
$$+ [illegible] - \int\Delta d. [illegible] C' + [illegible] C [illegible] 6 C d [illegible]$$
$$- [illegible] (N [illegible] - \int\Delta d C)$$
$$- [illegible] \}.$$

Au lieu de la constante $N^{(2)}$ on a mis $N^{(2,1)} + N^{(2,2)} + N^{(2,3)}$, la première étant du premier ordre et les deux autres du second, afin de faire disparoître séparément, lorsque $6 = 1$, les trois quantités $N^{(2,1)} - \int\Delta d C$, $N^{(2,2)} - \int\Delta d C'$, $N^{(2,3)} + \int\Delta' 6 C d C - \frac{[illegible]}{[illegible]}\int\Delta C d C$. De même à la place de $\alpha\, 1$, il convient de mettre $\alpha'\, 1 + \alpha''\, 1$, le premier terme étant du

du premier ordre et l'autre du second. Nous pouvons maintenant séparer la partie du premier ordre qui se trouve dans l'équation précédente, et qui doit se détruire d'elle même; et en effet on a

$$C = \frac{1}{5\beta^3\sigma}\int\Delta d.\,\beta^5 C + \frac{\beta^3}{5\sigma}(N^{(2,1)} - \int\Delta dC) - \frac{n\alpha'1}{6\sigma}.\,\beta^3.$$

Il reste, pour déterminer C', l'équation suivante, dont tous les termes sont du second ordre :

$$C' = \frac{1}{5\beta^3\sigma}\int\Delta d.\,\beta^5 C' + \frac{\beta^3}{5\sigma}(N^{(2,2)} - \int\Delta dC') + H \ldots (c'')$$

H étant une quantité connue, dont la valeur est

$$H = -\frac{12}{7}C^2 - \frac{1}{5\beta^3\sigma}(\int\Delta'\beta C d.\,\beta^5 C + \frac{1}{7}\int\Delta d.\,\beta^5 C^2)$$
$$+ \frac{1}{5\beta^3\sigma}(\frac{15}{7}C + \frac{\Delta\beta^3 C}{\sigma})\int\Delta d.\,\beta^5 C$$
$$+ \frac{\beta^3}{5\sigma}(N^{(2,3)} + \int\Delta'\beta C dC - \frac{12}{7}\int\Delta C dC)$$
$$+ (\frac{\Delta\beta^3 C}{\sigma} - \frac{1}{7}C)\frac{\beta^3}{5\sigma}(N^{(2,1)} - \int\Delta dC)$$
$$+ \frac{n\alpha'1}{\sigma}.\,\frac{\beta^3}{\sigma}(\frac{24}{7}C - \frac{\Delta\beta^3 C}{\sigma}) - \frac{n\alpha 1}{6}.\,\frac{\beta^3}{\sigma}.$$

Si on fait pareillement

$$K = \frac{18}{35}C^2 - \frac{51}{35}C.\frac{\int\Delta d.\,\beta^5 C}{5\beta^3\sigma} + \frac{36}{35}C.\frac{\beta^3}{5\sigma}(N^{(2,1)} - \int\Delta dC)$$
$$+ \frac{6}{35}.\,\frac{\int\Delta d.\,\beta^7 C^2}{\beta^4\sigma} - \frac{3\beta^3}{35\sigma}(N^{(4,2)} - \int\Delta d.\frac{C^2}{\beta^2}) - \frac{6}{35}.\,\frac{n\alpha'1}{\sigma}\beta^3 C,$$

on aura pour déterminer E' l'équation

$$E' = \frac{1}{9\beta^4\sigma}\int\Delta d.\,\beta^7 E' + \frac{\beta^3}{9\sigma}(N^{(4,1)} - \int\Delta d.\frac{E'}{\beta^2}) + K \ldots (d'')$$

(33). Ces équations, aux derniers termes près, sont absolument semblables à celles que nous avons trouvées (n° 20), pour déterminer C et E dans le premier ordre. On parvien-

dra donc à des résultats semblables en chassant les signes d'intégration. Soit $C' = \frac{Q_2}{\sigma}$, $E' = \frac{Q_4}{\sigma}$, et on aura

$$\frac{ddQ_2}{d\varsigma^2} - \frac{2.3\,Q_2}{\varsigma^2} - \frac{\varsigma^2 d\Delta}{\sigma d\varsigma} Q_2 - \frac{\varsigma^2 d.\varsigma^{-4} d.\varsigma^5 \sigma H}{d\varsigma^2} = 0$$

$$\frac{ddQ_4}{d\varsigma^2} - \frac{4.5\,Q_4}{\varsigma^2} - \frac{\varsigma^2 d\Delta}{\sigma d\varsigma} Q_4 - \frac{\varsigma^2 d.\varsigma^{-8} d.\varsigma^7 \sigma K}{d\varsigma^2} = 0$$

Soient q_2 et q_4 des valeurs particulières de Q_2 et Q_4 qui satisfassent à ces équations sans contenir de constantes arbitraires : on fera $Q_2 = Z_2 + q_2$, $Q_4 = Z_4 + q_4$, et il est clair qu'on aura, pour déterminer Z_2 et Z_4 des équations renfermées dans la formule générale (c'), n° 21. Or nous avons démontré que l'une des constantes donnée par l'intégration générale de ces équations, doit être nulle ; donc les valeurs de Z_2 et Z_4, et par conséquent celles de Q_2 et de Q_4, ne renfermeront chacune qu'une constante arbitraire. On déterminera ensuite cette constante par la substitution des valeurs de C' et E' dans les équations (c') et (d''). Nous concluons de là que la figure d'équilibre d'une planète supposée fluide, est absolument unique, et n'offre rien d'indéterminé, quelque loin qu'on pousse l'approximation. Quant à l'expression du rayon vecteur, elle est de même forme que celle du n° 17 : il ne s'y trouve que des puissances paires de cos. ψ, et par conséquent les deux hémisphères séparés par l'équateur sont égaux et semblables.

(34). Pour donner une application des formules précédentes, nous considérerons le cas de l'homogénéité, dans lequel on sait que toutes les couches d'égale pression doivent être elliptiques et semblables à la surface.

Soit donc $\Delta = 1$, on aura $\sigma = \frac{\varsigma^3}{3}$, $\alpha = \frac{2}{3}\varsigma^3 - 2\varsigma^3 C$, $\alpha\,1 = \frac{2}{3} - 2C$, $\alpha'\,1 = \frac{2}{3}$, $\alpha''\,1 = -2C$; substituant ces valeurs dans celle de H, et observant que $C = -\frac{1}{3}n$, on aura $H = -\frac{22}{35}C^2$. Or sans recourir à l'équation différentielle du n° 33, les signes d'intégration disparoissent d'eux-

mêmes dans l'équation (c''), e cette équation donne, en appellant $C'\,1$ la valeur de C' à la surface,

$$C' = [illegible]\,C' + [illegible]\,(C'\,1 - C') - [illegible]\,C\;;$$

puisqu'il ne reste aucune variable dans cette équation, on en conclura que C' est constant, et qu'on a $C' = -\frac{36}{7}C^2$.

Venons à la valeur de E'. Les substitutions faites dans l'expression de K, donnent

$$K = \frac{18}{[illegible]}C^2 - [illegible]\,(C^2 - [illegible])$$

Ensuite l'équation (d''), débarrassée des signes d'intégration, devient

$$E' = \frac{1}{3}E' + \frac{6^2}{3}\left(E'\,1 - \frac{E'}{6^2}\right) + K\,;$$

substituant la valeur de K on aura

$$E' = [illegible]\,6^2\left(E'\,1 - \frac{27}{35}C^2\right) + \frac{27}{35}C^2.$$

Soit $6 = 1$, on trouve $E'\,1 = \frac{27}{35}C^2$, donc aussi $E' = \frac{27}{35}C^2$. Donc les valeurs de C' et E' sont constantes. Il est facile de s'assurer en outre que la figure de chaque couche continue d'être elliptique dans les termes du second ordre; car l'expression du rayon vecteur sera, en vertu des valeurs précédentes,

$$v = 1 + C(X'' - 1) + \frac{27}{35}C^2(X^{\text{IV}} - 1) - \frac{36}{7}C^2(X'' - 1)\,;$$

mettant au lieu de X'' et X^{IV} leurs valeurs en cos. ψ, et faisant $\varepsilon = -\frac{3}{2}C + \frac{405}{56}C^2$, on aura

$$v = 1 + \varepsilon\,\sin.^2\psi - \frac{3}{2}\varepsilon^2\,\sin.^2\psi\,\cos.^2\psi,$$

ce qui est la forme du rayon vecteur elliptique, telle qu'on la déduiroit du développement de l'équation rigoureuse $\frac{1}{v^2} = 1 - \left(\frac{2\varepsilon + \varepsilon^2}{1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2}\right)\sin.^2\psi$.

La complication des valeurs de H et de K ne nous permet pas de faire l'application de nos formules aux deux hypothèses de densité variable que nous avons discutées dans la première approximation. Mais la forme générale des résultats est ce qui nous intéresse principalement, et à cet égard nous n'avons plus rien à désirer. Quant aux applications à la figure de la terre et des planètes, les termes du premier ordre donneront toujours une approximation suffisante.

IIIme. HYPOTHÈSE.

Figure d'une planète dont l'intérieur est solide et composé de couches elliptiques, dont les ellipticités suivent une loi quelconque.

(35). Nous avons trouvé *à priori* que si les couches sont semblables entre elles, elles doivent être elliptiques. Nous avons également trouvé que les couches sont elliptiques lorsque la figure de la planète est la même que dans le cas d'une entière fluidité. Il suit de là que l'hypothèse des couches elliptiques est très-générale et qu'elle mérite une discussion particulière.

Considérons une planète solide, recouverte d'une lame fluide très-mince, et supposons que les ellipticités de ses couches suivent une loi quelconque, indépendante de celle des densités. Soit ε l'ellipticité d'une couche, ε_1 l'ellipticité de la surface; l'équilibre à la surface donnera une équation qui sera la même que la seconde du n° 20, en faisant dans celle-ci $\beta = 1$, et $-\frac{1}{2} C = \varepsilon$. Ainsi on aura

$$\varepsilon_1 - \frac{1}{2} n = \frac{\int \Delta d.(\varepsilon \beta^5)}{5 \int \Delta \beta^2 d\beta},$$

ces deux intégrales étant prises depuis $\beta = 0$, jusqu'à $\beta = 1$.

Telle est la condition pour qu'une loi prise à volonté pour les ellipticités, et une autre pour les densités, satis-

fassent à l'équilibre de la surface. Les deux hypothèses déjà traitées seront comprises dans celle ci ; savoir, la première, en supposant l'ellipticité constante, et la seconde, en supposant la loi des ellipticités, telle qu'elle doit être pour l'équilibre des couches intérieures, considérées dans l'état de fluidité.

La loi de la pesanteur se trouvera exactement comme au n° 26 ; mais le résultat en sera plus général, puisqu'on ne suppose maintenant d'autre relation entre la loi des densités et celle des ellipticités que l'équation précédente. Nous aurons donc, comme à l'art. cité, la pesanteur à la latitude L

$$\Pi = 1 + \left(\tfrac{5}{2}\, n - \varepsilon\, 1 \right) \sin^2.\ L\,,$$

d'où il suit que de l'équateur au pole l'augmentation de la pesanteur suit la raison du quarré du sinus de la latitude ; celle des degrés du méridien la suit également par la nature de l'ellipse. De plus on aura toujours comme aux n°s 16 et 26

$$\varpi + \varepsilon = \tfrac{5}{2}\, n.$$

Examinons maintenant les conséquences que ces résultats présentent par rapport à la figure de la terre.

(36). Les observations de la longueur du pendule, quoiqu'elles n'ayent pas été faites par-tout avec la même exactitude, s'accordent assez bien avec la loi de l'augmentation proportionnelle aux quarrés des sinus de latitude. M. de la Place qui a fait cette comparaison dans les mémoires de l'Académie, année 1783, page 23, ne trouve d'erreur que ce qu'on peut raisonnablement attribuer aux observations. Il résulte de ces mêmes observations que la quantité ϖ, dont la pesanteur au pole surpasse la pesanteur à l'équateur, est à-très-peu-près $\frac{1}{180}$; elle excède la quantité $\frac{1}{230}$ qui auroit lieu dans le cas de l'homogénéité, et il est bien certain que l'excès existe ; car le dénominateur 180 ne peut être

en erreur que d'un très-petit nombre d'unités. Nous conclurons de là que l'applatissement est moindre que $\frac{1}{[illegible]}$, et qu'il est environ $\frac{1}{[illegible]}$ — $\frac{1}{[illegible]}$ ou $\frac{1}{[illegible]}$.

Cette manière de mesurer l'applatissement paroît plus sûre que de la déduire de la mesure des degrés, car il semble que la précision n'a pas encore été poussée assez loin dans ces opérations; cependant si on compare le degré de France avec celui du Pérou, il en résulte un applatissement de $\frac{1}{[illegible]}$, ce qui s'accorde suffisamment bien avec le résultat précédent. Il n'en seroit pas de même si on faisoit entrer dans la comparaison le degré du cercle polaire, alors l'applatissement surpasseroit $\frac{1}{[illegible]}$. Mais il y a bien des raisons qui rendent ce degré suspect, et qui font désirer que l'opération soit vérifiée de nouveau.

On trouve, par expérience, la quantité ϖ plus grande que $\frac{1}{[illegible]}$. Ce résultat s'accorde avec ce que donne la théorie dans le cas d'une entière fluidité; il s'accorde aussi avec le résultat de notre première hypothèse; car les couches étant semblables, on a $\varepsilon = \varepsilon 1$, et la condition de l'équilibre donne ε [illegible]: mais nous savons que la quantité [illegible] est toujours plus petite que [illegible]; ainsi on aura $\varepsilon <$ [illegible] n, et par conséquent $\varpi >$ [illegible] n. On voit donc que dans les hypothèses les plus plausibles la théorie s'accorde avec l'expérience pour donner ϖ plus grand que [illegible], et par conséquent l'applatissement plus petit. L'applatissement de Jupiter vient à l'appui de ces considérations; on sait qu'il est plus petit [illegible], qu'il ne seroit en supposant la planète homogène. [illegible] d'une plus grande densité vers le centre.

Il est facile d'imaginer des hypothèses de densité et d'ellipticité qui donneroient à la terre un applatissement de $\frac{1}{[illegible]}$. Supposons que toutes les couches sont semblables entre elles, et que les densités sur un rayon quelconque croissent en progression arithmétique de la surface au centre. Soit 1 la densité à la surface, m la densité au milieu du rayon, on

aura $A = 2m - 1 - 2\,6\,(m - 1)$, et $\frac{\int \Delta c\, dc}{\int \Delta c\, dc} = \frac{3}{5} \cdot \frac{m+2}{m+1}$; donc l'applatissement $\varepsilon = \frac{5}{4}\, n . \frac{2m+2}{2m+1}$. Faisant $n = \frac{1}{289}$, et supposant $m = 8$, on trouvera $\varepsilon = \frac{1}{[illegible]}$. La densité moyenne sur un rayon doit donc être environ huit fois celle de la surface; la densité moyenne du globe ne seroit pas si considérable, elle seroit seulement $\frac{m+1}{2}$ ou $4\frac{1}{2}$, ce qui paroît fort admissible. Mais d'autres hypothèses pourroient donner le même applatissement avec une densité moyenne beaucoup moindre : c'est ce que nous avons vu n° 30.

(37). Il importe maintenant de faire voir comment on peut accorder la figure de la terre avec les phénomènes de la précession des équinoxes et de la nutation. Soit E l'obliquité de l'écliptique, i l'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire, σ et ν les temps des révolutions du soleil et du nœud comptés en jours sydéraux, L le rapport de la force perturbatrice de la lune à celle du soleil, et enfin soit, pour abréger, $A = \frac{\int \Delta\, d. c^5}{\int \Delta\, d. c^3}$; les formules connues donneront

$$\text{la préc. moy. ann.} = \tfrac{3}{2} A . \frac{\cos. E}{\sigma} (1 + L) . 1296000''$$

$$\text{et la nutation} = \tfrac{3}{2} A . \frac{[illegible]}{[illegible]} . L . 206265''$$

si on substitue dans ces formules les valeurs des élémens sur lesquelles il n'y a aucun doute, on aura la précession $= A\,(1 + L)\,.\,4869''$, et la nutation $= A\,L\,.\,1500''$. Examinons d'abord ce qui arriveroit dans l'hypothèse des couches semblables.

Alors A seroit précisément égal à l'applatissement ε : ainsi on peut faire $A = \frac{1}{318}$. Si on suppose ensuite, avec Daniel Bernoulli, $L = 2\frac{1}{2}$, on trouvera la précession $= 53'',6$, et la nutation $= 10'',22$. Ces deux quantités sont déja bien près de la vérité; mais elles sont trop grandes l'une et l'autre, d'où il suit qu'il faut diminuer A ou L, et peut-être toutes les deux à la fois. Mais comme l'erreur est plus grande sur la nutation, il semble que la correction doit tomber princip

lement sur la quantité L. Or on sait que cette quantité n'a pas été déterminée d'une manière assez précise pour qu'on n'y puisse pas faire quelque léger changement. Supposons $L = 2,3$, on aura la précession $= 50'',3$, et la nutation $= 9,4$, quantités qui s'accordent suffisamment bien avec l'observation. Voyons maintenant ce qui auroit lieu en ne faisant aucune hypothèse sur la loi des ellipticités et des densités.

Comme il n'y a presque aucune incertitude sur la valeur de la précession, nous pouvons faire $A(1 + L) . 4869 = 50,3$. De-là il résultera $A = \frac{0,01033}{1 + L}$; et par conséquent la nutation $= \frac{L}{1 + L} . 13'',43$. Soit $L = 2\frac{1}{2}$, la nutation deviendra $9'',6$, ce qui est peut-être un peu trop grand; soit $L = 2,3$, on aura la nutation $= 9'',36$. On voit que nous sommes extrêmement près de la valeur de tous ces élémens ; et comme ce dernier résultat n'est fondé sur aucune hypothèse de densité, nous pouvons en conclure, 1°. que la valeur de L fixée à $2\frac{1}{2}$ par les observations des marées, est un peu trop grande, et qu'on peut la réduire à $2\frac{1}{3}$ ou $2,3$; 2° que la quantité de la nutation, fixée à $9''$ par Bradley, est un peu trop petite, et qu'on pourroit l'augmenter d'un tiers ou d'une demi-seconde. C'est ce qu'il sera possible de vérifier dans la suite, avec le cercle entier de trois pieds de diamètre, qui sera établi incessamment à l'observatoire de Paris.

Nous venons de trouver $A = \frac{0,01033}{3,3} = \frac{1}{319}$: c'est la valeur de l'ellipticité, lorsque les couches sont semblables, et on voit que cette valeur, déduite des phénomènes de la précession et de la nutation, s'accorde parfaitement avec celle qui résulte des observations du pendule.

Mais si on ne suppose pas les couches semblables, la quantité A est en général $\frac{\int \Delta d . c^5 \varepsilon}{\int \Delta d . c^5}$, ou $(\varepsilon 1 - \frac{1}{2} n) \frac{\int \Delta c^2 dc}{\int \Delta c^4 dc}$; ainsi on aura

$$\varepsilon 1 = \frac{1}{[illegible]} + \frac{1}{[illegible]} . \frac{\int \Delta c^4 dc}{[illegible]} ;$$

or,

or, nous savons qu'en supposant la densité croissante de la surface au centre, on a $\frac{\int \Delta c^4 dc}{\int \Delta c^2 dc} <$ [illegible], donc on aura $\epsilon_1 <$ [illegible]. On ne peut pas déterminer de cette manière l'applatissement, mais au moins on trouve qu'il doit être bien au-dessous de [illegible]. Ainsi tout concourt à prouver que cet applatissement est tel que le donnent les observations du pendule, et on voit que les phénomènes de la précession des équinoxes et de la nutation, qu'il étoit impossible de concilier avec la figure de la terre, lorsqu'on supposoit l'applatissement trop grand, s'accordent maintenant avec cette figure de la manière la plus satisfaisante. Voyez sur le même objet le mémoire de M. de la Place, volume de 1783, et celui de M. de la Lande, volume de 1785.

La solution des problèmes, dont nous nous sommes occupés jusqu'à présent, est fondée sur l'hypothèse que la figure de la planète est un solide de révolution. Cette hypothèse est sans doute très-vraisemblable, mais on pourroit desirer que la question fût envisagée dans toute sa généralité, et que la figure de révolution, si elle doit avoir lieu, fût un résultat du calcul, et non une hypothèse.

Pour obtenir une telle solution, il seroit indispensable de rendre les formules de l'attraction absolument générales et applicables à toutes sortes de figures : or, il ne paroît pas qu'on puisse établir de pareilles formules, à cause des trois variables qui se rencontrent dans le rayon vecteur, et qui ne permettent d'exécuter aucune intégration. Mais on peut donner au rayon vecteur une forme qui s'étende à un très-grand nombre de figures, et qui permette d'effectuer tout d'un coup deux intégrations : on obtiendra ainsi des formules d'attractions à-peu-près aussi simples que dans le cas des solides de révolution. D'un côté ces formules seront plus générales que celles des solides de révolution, en ce qu'elles s'appliqueront à d'autres figures; d'un autre côté, elles le seront moins, en ce que les dernières formules ne sup-

posent absolument aucune forme au rayon vecteur, et que les autres en supposent une qui n'est pas toujours possible. Quoi qu'il en soit, l'exposition de cette nouvelle méthode seroit utile, ne fût ce que pour confirmer les propositions déjà démontrées : nous allons y procéder, après avoir détaillé diverses propriétés des fonctions Y′, Y″, etc., et d'un autre genre de fonctions, qui ne diffère de celles-là que par les coëfficiens. Plusieurs de ces théorêmes sont dûs à M. de la Place, qui en a donné la démonstration dans son Mémoire de 1782, fondée sur une équation aux différences partielles à laquelle les fonctions doivent satisfaire. J'adopterai ici le fondement de ces démonstrations, mais on verra que j'ai considéré cet objet sous un point de vue différent, et que je suis parvenu à des résultats entièrement nouveaux.

Démonstration de plusieurs théorêmes d'analyse.

(38). Nous avons fait (n° 4) $y = \cos.\,\omega \cos.\,\psi + \sin.\,\omega \sin.\,\psi \cos.\,\theta$; à la place de θ il convient maintenant de mettre $\theta - \phi$, ϕ désignant la longitude du méridien sur lequel se trouve le point attiré, et θ la longitude d'un autre méridien quelconque ; ainsi on aura désormais $y = \cos.\,\omega \cos.\,\psi + \sin.\,\omega \sin.\,\psi \cos.\,(\theta - \phi)$. Les quantités Y′, Y″, etc. sont toujours des fonctions de la variable y, telles que

$$\frac{1}{\sqrt{(r^2 - 2rzy + z^2)}} = \frac{1}{r} + \frac{z}{r^2}Y' + \frac{z^2}{r^3}Y'' + \frac{z^3}{r^4}Y''' + \text{etc.}$$

L'expression générale de Y^m se trouvera donc en cherchant le coëfficient de z^m dans le développement de $(1 - 2zy + z^2)^{-\frac{1}{2}}$, ou dans la suite $1 + \frac{1}{2}(2zy - z^2) + \frac{1.3}{2.4}(2zy - z^2)^2 + \text{etc.}$ Or les termes qui renferment z^m sont, à commencer de la plus haute puissance

$$\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{2.4.6\ldots\ldots 2m}(2zy - z^2)^m + \frac{1.3\ldots 2m-3}{2.4\ldots 2m-2}(2zy - z^2)^{m-1} + \text{etc.}$$

De-là il est facile de conclure

$$\mathrm{Y}^m = \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots\ldots m} y^m - \frac{1.3\ldots 2m-3}{1.2\ldots m-2} \cdot \frac{y^{m-2}}{2} + \frac{1.3\ldots 2m-5}{1.2\ldots m-4} \frac{y^{m-4}}{2.4} - \text{etc.}$$

Cela posé, si on appelle T la quantité $(r^2 - 2rzy + z^2)^{-\frac{1}{2}}$, et qu'on fasse à l'ordinaire $\cos.\psi = x$, on trouvera que T satisfait à cette équation aux différences partielles

$$\frac{d\cdot(1-xx)d\mathrm{T}}{dx^2} + \frac{1}{1-xx} \cdot \frac{dd\mathrm{T}}{d\theta^2} + r\frac{dd.\,r\mathrm{T}}{dr^2} = 0\,;$$

c'est ce qu'on peut vérifier par la différentiation. Si à présent on met dans cette équation, à la place de T, sa valeur développée $\frac{1}{r} + \frac{z}{r^2}\mathrm{Y}' + \frac{z^2}{r^3}\mathrm{Y}'' +$ etc. on verra aisément que chacun des coëfficiens Y', Y'', etc. est assujetti à une condition particulière, et qu'on a en général

$$\frac{d.(1-xx)d.\mathrm{Y}^m}{dx^2} + \frac{1}{1-xx} \cdot \frac{dd\mathrm{Y}^m}{d\theta^2} + m(m+1)\mathrm{Y}^m = 0\ldots(1)$$

Substituons dans la quantité Y^m la valeur de y, et supposons qu'on réduise les puissances de cosinus en cosinus d'arcs simples, la quantité Y^m qui sera une fonction des deux variables ψ et θ aura la forme suivante :

$$\mathrm{Y}^m = \mathrm{V}^{m,0} + \mathrm{V}^{m,1}\cos.(\theta-\phi) + \mathrm{V}^{m,2}\cos.(2\theta-2\phi)\ldots + \mathrm{V}^{m,m}\cos.(m\theta - m\phi).$$

Substituant cette valeur dans l'équation (1), on trouvera en général cette équation aux différences ordinaires

$$\frac{d.(1-xx)d\mathrm{V}^{m,k}}{dx^2} - \frac{k^2}{1-xx}\mathrm{V}^{m,k} + m(m+1)\mathrm{V}^{m,k} = 0\ldots(2)$$

(39). Pour prendre une idée exacte des quantités Y^m ainsi développées, il sera bon de jeter un coup-d'œil sur leurs premières valeurs; en voici le tableau :

$$\mathrm{Y}' = \cos.\omega\cos.\psi + \sin.\omega\sin.\psi(\cos.\phi\cos.\theta + \sin.\phi\sin.\theta)$$

$$\mathrm{Y}'' = (\tfrac{3}{2}\cos.^2\omega - \tfrac{1}{2})(\tfrac{3}{2}\cos.^2\psi - \tfrac{1}{2}) + 3\cos.\omega\cos.\psi\sin.\omega\sin.\psi(\cos.\phi\cos.\theta + \sin.\phi\sin.\theta)$$
$$+ \tfrac{3}{4}\sin.^2\omega\sin.^2\psi(\cos.2\phi\cos.2\theta + \sin.2\phi\sin.2\theta)$$

$$Y''' = \left(\tfrac{5}{2}\cos.^3\omega - \tfrac{3}{2}\cos.\omega\right)\left(\tfrac{5}{2}\cos.^3\psi - \tfrac{3}{2}\cos.\psi\right)$$

$$+ \tfrac{3}{8}(5\cos.^2\omega - 1)(5\cos.^2\psi - 1)\sin.\omega\sin.\psi(\cos.\varphi\cos.\theta + \sin.\varphi\sin.\theta)$$

$$+ \tfrac{15}{4}\cos.\omega\cos.\psi\sin.^2\omega\sin.^2\psi(\cos.2\varphi\cos.2\theta + \sin.2\varphi\sin.2\theta)$$

$$+ \tfrac{5}{8}\sin.^3\omega\sin.^3\psi(\cos.3\varphi\cos.3\theta + \sin.3\varphi\sin.3\theta);$$

$$Y^{IV} = \left(\tfrac{5.7}{2.4}\cos.^4\omega - \tfrac{3.5}{2.4}2\cos.^2\omega + \tfrac{1.3}{2.4}\right)\left(\tfrac{5.7}{2.4}\cos.^4\psi - \tfrac{3.5}{2.4}2\cos.^2\psi + \tfrac{1.3}{2.4}\right)$$

$$+ \tfrac{5}{8}(7\cos.^3\omega - 3\cos.\omega)(7\cos.^3\psi - 3\cos.\psi)\sin.\omega\sin.\psi(\cos.\varphi\cos.\theta + \sin.\varphi\sin.\theta)$$

$$+ \tfrac{5}{16}(7\cos.^2\omega - 1)(7\cos.^2\psi - 1)\sin.^2\omega\sin.^2\psi(\cos.2\varphi\cos.2\theta + \sin.2\varphi\sin.2\theta)$$

$$+ \tfrac{35}{8}\cos.\omega\cos.\psi\sin.^3\omega\sin.^3\psi(\cos.3\varphi\cos.3\theta + \sin.3\varphi\sin.3\theta)$$

$$+ \tfrac{35}{64}\sin.^4\omega\sin.^4\psi(\cos.4\varphi\cos.4\theta + \sin.4\varphi\sin.4\theta).$$

Ce qu'il y a de plus frappant dans ce tableau, c'est que chaque terme contient deux facteurs semblables, l'un de ω, l'autre de ψ : propriété très intéressante, et que nous allons démontrer d'une manière générale.

Il est visible que le coefficient $V^{m,k}$, en général, sera de la forme

$$V^{m,k} = (1 - xx)^{\frac{k}{2}}\,(a'x^{m-k} + b'x^{m-k-2} + c'x^{m-k-4} + \text{etc.})$$

Or, si on substitue cette valeur dans l'équation (a), on trouvera que tous les coefficiens b', c', etc. se déterminent par le moyen du premier a' de la manière suivante :

$$b' = -\frac{(m-k)(m-k-1)}{2(2m-1)}a', \quad c' = -\frac{(m-k-2)(m-k-3)}{4(2m-3)}b', \text{etc}$$

Désignons donc par $F^k(x)$ ou F^k la fonction de x que voici :

$$F^k(x) = (1-xx)^{\frac{k}{2}}\left(x^{m-k} - \frac{(m-k)(m-k-1)}{2(2m-1)}x^{m-k-2}\right.$$
$$\left. + \frac{(m-k)(m-k-1)(m-k-2)(m-k-3)}{2.4(2m-1)(2m-3)}x^{m-k-4} - \text{etc.}\right)$$

Et nous aurons $V^{m,k} = a'F^k(x)$, a' étant une constante ; mais comme ω et ψ entrent de la même manière dans Y^m, et par conséquent dans $V^{m,k}$, il est clair que si $V^{m,k}$ est divisible par $F^k(x)$, il doit l'être aussi par $F^k(p)$, en faisant

$\cos. \omega = p$; donc aura $Y^{m,k} = a' F^k(p)$. $F^k(x)$, a' étant alors un coefficient numérique qui ne dépendra plus que de m et de k. Ainsi il est démontré que chaque terme du développement de Y^m se partage réellement en deux facteurs, dont l'un est fonction de p, et l'autre une semblable fonction de x.

(40). Soit $F^k(x) = (1 - xx)^{\frac{k}{2}} G^k(x)$, la fonction $G^k(x)$ sera toujours rationnelle, et il est aisé de voir qu'on a généralement $G^{k+1}(x) = \frac{1}{m-k} \cdot \frac{d.G^k(x)}{dx}$. Mais lorsque $k = 0$, on a

$$G^0(x) = F^0(x) = x^m - \frac{m.m-1}{2(2m-1)} x^{m-2} + \frac{m.m-1.m-2.m-3}{2.4(2m-1)(2m-3)} x^{m-4} - \text{etc.}$$

D'où l'on voit qu'en appellant X^m la quantité que nous avons coutume de désigner ainsi, c'est-à-dire la même fonction de x que Y^m est de y, fonction dont l'expression générale a été donnée n° 38, on aura

$$X^m = \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m} F^0(x).$$

Cette fonction $F^0(x)$, ou F^0, qui a un rapport si simple avec X^m, donnera successivement par la différentiation

$$F^1(x) = \frac{(1-xx)^{\frac{1}{2}}}{m} \cdot \frac{dF^0}{dx}$$

$$F^2(x) = \frac{(1-xx)^{\frac{2}{2}}}{m.m-1} \cdot \frac{ddF^0}{dx^2}$$

$$F^3(x) = \frac{(1-xx)^{\frac{3}{2}}}{m.m-1.m-2} \cdot \frac{d^3F^0}{dx^3}$$

Et en général

$$F^k(x) = \frac{(1-xx)^{\frac{k}{2}}}{m.m-1\ldots m-k+1} \cdot \frac{d^kF^0}{dx^k}.$$

Il ne reste plus qu'à déterminer la constante a' pour que la valeur de $Y^{m,k}$ soit entièrement connue. Nous pouvons

pour cela nous servir d'un cas particulier : si nous faisons cos. $\omega = 0$, et sin. $\omega = 1$, l'inspection des valeurs de Y', Y'', etc. nous fait voir que les termes alternatifs disparoissent, et qu'il reste ceux dans lesquels $m + \lambda$ est pair; on aura dans ce cas $y = \sin. \psi \cos. (\theta - \phi)$: faisons de plus x ou cos. ψ infini, ce qui est possible analytiquement, sin. ψ sera pareillement infini et se réduira à $(-x^2)^{\frac{1}{2}}$; donc la valeur de Y^m deviendra $\frac{1.3..2m-1}{1.2...m}(-x^2)^{\frac{m}{2}} \cos.^m (\theta - \phi)$, et si dans la formule connue

$$2^{m-1} \cos.^m (\theta - \phi) = \cos. m (\theta - \phi) + m \cos. (m-2)(\theta - \phi) + \frac{m.m-1}{2} \cos. (m-4)(\theta - \phi) + \text{etc.}$$

on prend le coëfficient du terme cos. $\lambda (\theta - \phi)$, on trouvera que ce coëfficient est

$$\frac{m.m-1.m-2\ldots\frac{m+\lambda}{2}+1}{1.2\ldots\frac{m-\lambda}{2}} \cdot \frac{1}{2^{m-1}}$$

quantité qui doit être réduite à moitié, par la nature de la formule, lorsque $\lambda = 0$; cela posé on aura avec cette seule exception

$$Y^{m,\lambda} = \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m} \cdot \frac{m.m-1\ldots\frac{m+\lambda}{2}+1}{1.2\ldots\frac{m-\lambda}{2}} \cdot \frac{(-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^{m-1}};$$

d'un autre côté $Y^{m,\lambda} = a^{\lambda} F^{\lambda}(0) F^{\lambda}(x)$, et on trouve aisément en faisant $x = 0$,

$$F^{\lambda}(0) = \frac{1.2.3\ldots m-\lambda}{2.4.6\ldots m-\lambda} \cdot \frac{(-1)^{\frac{m-\lambda}{2}}}{2m-1.2m-3\ldots m+\lambda+1}:$$

on trouve de même en faisant $x = \infty$, $F^{\lambda}(x) = (-1)^{\frac{\lambda}{2}} x^m$, donc

$$V^{m,k} = a'. \frac{1.2.3\ldots m-k}{2.4.6\ldots m-k} . \frac{(-1)^{\frac{m}{2}} x^m}{2m-1.2m-3\ldots m+k+1};$$

égalant ces deux valeurs de $V^{m,k}$, il en résultera

$$a' = 2. \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{2.4.6\ldots m+k} . \frac{2m-1.2m-3.2m-5\ldots m+k+1}{1.2.3\ldots m-k},$$

et seulement la moitié lorsque $k = 0$, ce qui donne alors par le moyen d'une réduction

$$a' = \left(\frac{m+1.m+3\ldots 2m-1}{2.4.6\ldots 2m}\right)^2 = \left(\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m}\right)^2.$$

Ces formules n'ont lieu, comme nous l'avons déja dit, que lorsque $m+k$ est pair. Pour avoir la valeur de a' lorsque $m+k$ est impair, voici le moyen qu'on peut mettre en usage.

L'inspection des valeurs de Y', Y'', etc. fait voir qu'en prenant la différentielle $\frac{d.Y^m}{d\omega}$ et faisant ensuite cos. $\omega = 0$, tous les termes où $m+k$ est pair disparoissent, et ceux où $m+k$ est impair restent. Je me contente d'indiquer cette voie, on se conduira d'ailleurs comme dans le cas précédent; on fera de même à l'infini, et de la comparaison des deux valeurs de $\frac{d.V^{m,k}}{dp}$, il résultera

$$a' = 2. \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{2.4\ldots m-k-1} . \frac{2m-1.2m-3\ldots m+k+2}{1.2.3\ldots m-k}.$$

Les deux valeurs de a' paroissent donc de forme différente lorsque $m+k$ est pair, ou lorsqu'il est impair; mais en les examinant avec plus d'attention, on trouve qu'elles peuvent être représentées toutes les deux par cette formule générale où il n'y a plus de distinctions à faire

$$a' = 2. \left(\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m}\right)^2 \frac{m.m-1\ldots m-k+1}{m+1.m+2\ldots m+k}$$

lorsque $k = 0$, on aura seulement la moitié de cette valeur qui sera $\left(\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m}\right)^2$.

(10.) On voit maintenant que la valeur complette de Y^m peut se développer ainsi

$$Y^m = \left(\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m}\right)^2 \left(F^0(p)\,F^0(x) + 2\,\frac{m}{m+1}\,F^1(p)\,F^1(x)\cos.(\theta-\phi)\right.$$

$$\left. + 2\,\frac{m.\,m-1}{m+1.\,m+2}\,F^2(p)\,F^2(x)\cos.(2\theta-2\phi) + \text{etc.}\right)$$

Mais nous avons déjà observé qu'on avoit $X^m = \frac{1.3.5\ldots 2m-1}{1.2.3\ldots m}\,F^0(x)$, $F^1 x = \frac{(1-xx)^{\frac{1}{2}}}{m}\cdot\frac{d\,F^0(x)}{d\,x}$, $F^2(x) = \frac{(1-xx)}{m.\,m-1}\,\frac{dd\,F^0(x)}{d\,x^2}$, etc. On peut donc mettre la valeur de Y^m sous cette forme très-simple, où nous indiquons par P^m la même fonction de p que X^m est de x :

$$Y^m = P^m X^m + \frac{2}{m.\,m+1}\cdot\frac{d\,P^m}{d\,p}\cdot\frac{d\,X^m}{d\,x}\sin.\omega\sin.\psi\cos.(\theta-\phi)$$

$$+ \frac{2}{m-1.\,m.\,m+1.\,m+2}\cdot\frac{d^2P^m}{d\,p^2}\cdot\frac{d^2X^m}{d\,x^2}\sin.^2\omega\sin.^2\psi\cos.(2\theta-2\phi)$$

$$+ \frac{2}{m-2.\,m-1.\,m.\,m+1.\,m+2.\,m+3}\cdot\frac{d^3P^m}{d\,p^3}\cdot\frac{d^3X^m}{d\,x^3}\sin.^3\omega\sin.^3\psi\cos.(3\theta-3\phi)$$

$+$ etc.

Nous observerons que le développement de la même quantité, tel qu'il est indiqué dans l'ouvrage cité de M. de la Place article XI, n'est pas exact, et qu'il ne donneroit que les termes de la valeur de Y^m dans lesquels $m + k$ est pair. L'erreur vient de ce que M. de la Place n'a pas fait attention qu'en faisant ce qu'il appelle $\cos.\,\theta^1 = 0$, tous les termes où $m + k$ est impair disparoissent.

Au reste, la formule précédente donne immédiatement $\int Y^m d\theta = 2\pi\,P^m X^m$: c'est la proposition du nº 4 que j'ai

j'ai démontrée autrefois, mais d'une manière bien plus laborieuse dans le tome X des savans étrangers.

(42). La valeur que nous venons de trouver satisfait à l'équation (1); mais comme chaque terme de cette valeur satisfait séparément, il s'ensuit qu'avec des coëfficiens constans quelconques, on pourra former une valeur de Y^m beaucoup plus générale que la précédente, et qui satisfera toujours à l'équation (1). Cette valeur, que je représente par Υ^m pour la distinguer, sera

$$\Upsilon^m = a\,X^m + \frac{dX^m}{dx}\sin.\psi\,(b'\cos.\theta + c'\sin.\theta) + \frac{ddX^m}{dx^2}\sin.^2\psi\,(b''\cos.2\theta + c''\sin.2\theta)$$
$$+ \frac{d^3X^m}{dx^3}\sin.^3\psi\,(b'''\cos.3\theta + c'''\sin.3\theta) + \text{etc.}$$

Considérons une autre fonction Z^n formée suivant la même loi, de sorte qu'on ait

$$Z^n = \alpha\,X^n + \frac{dX^n}{dx}\sin.\psi\,(\beta'\cos.\theta + \gamma'\sin.\theta)$$
$$+ \frac{ddX^n}{dx^2}\sin.^2\psi\,(\beta''\cos.2\theta + \gamma''\sin.2\theta) + \text{etc},$$

nous allons démontrer qu'on a en général $\int \Upsilon^m Z^n\, d\theta\, dx = 0$, m et n étant différens, et l'intégrale étant prise depuis $\theta = 0$, jusqu'à $\theta = 360°$, et depuis $x = -1$, jusqu'à $x = +1$.

D'abord il est visible qu'en effectuant l'intégration par rapport à θ, l'intégrale est

$$2\pi\,dx \Big\{ a\alpha\,X^m X^n + \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dX^m}{dx}\cdot\frac{dX^n}{dx}(1-x^2)(b'\beta' + c'\gamma')$$
$$+ \tfrac{1}{4}\cdot\frac{ddX^m}{dx^2}\cdot\frac{ddX^n}{dx^2}(1-x^2)^2(b''\beta'' + c''\gamma'') + \text{etc.}\Big\}$$

Et parce que les constantes sont toutes arbitraires, la proposition énoncée ne sauroit avoir lieu, à moins qu'on n'ait $\int X^m X^n\,dx = 0$, $\int \frac{dX^m}{dx}\cdot\frac{dX^n}{dx}(1-x^2)\,dx = 0$, etc, et en général

$$\int \frac{d^rX^m}{dx^r}\cdot\frac{d^rX^n}{dx^r}(1-x^2)^r\,dx = 0.$$

Ainsi la question est réduite aux propriétés des fonctions que nous avons [illegible] fréquemment dans ce Mémoire : la première formule $\int X^m X^n dx = 0$, nous est déja connue. Voici la démonstration des autres.

En intégrant par parties, on a $\int \frac{d^r X^m}{dx^r} \cdot \frac{d^r X^n}{dx^r} (1 - x^2)^r dx$

$$= \frac{d^{r-1} X^m}{dx^{r-1}} \cdot \frac{d^r X^n}{dx^r} (1 - x^2)^r - \int \frac{d^{r-1} X^m}{dx^{r-1}} d. \frac{d^r X^n}{dx^r} (1 - x^2)^r.$$

Or l'equation (1) du n° 58 donne en faisant $y = x$,

$$\frac{d. (1 - xx) dX^m}{dx^2} + m (m + 1) X^m = 0.$$

De-là il est facile de déduire $\frac{d. (1 - x^2)^r d^r X^n}{dx^r} = (r^2 - r - n^2 - n)$ $\frac{d^{r-1} X^n}{dx^{r-1}} (1 - x^2)^{r-1} dx$; substituant dans l'intégrale par parties, et observant que la partie hors du signe est nulle lorsque $x = -1$, et lorsque $x = +1$, on aura simplement

$$\int \frac{d^r X^m}{dx^r} \cdot \frac{d^r X^n}{dx^r} (1 - x^2)^r dx = (n + r)(n - r + 1) \int \frac{d^{r-1} X^m}{dx^{r-1}} \cdot \frac{d^{r-1} X^n}{dx^{r-1}} (1 - x^2)^{r-1} dx.$$

La formule qui est sous le signe du second membre n'est autre chose que celle qui est sous le signe du premier dans laquelle on diminueroit r d'une unité, ainsi de ce que la première intégrale $\int X^m X^n dx$ est nulle, on peut conclure que toutes les autres le sont. Il est visible aussi qu'à la place du coëfficient $(n + r)(n - r + 1)$ que nous avons dans le second membre, on peut mettre $(m + r)(m - r + 1)$; mais on ne peut avoir $(n + r)(n - r + 1)\, H = (m + r)(m - r + 1)\, H$, sans que $H = 0$; car on ne peut supposer dans le cas présent ni $m = n$, ni $m = - n - 1$; il s'ensuit donc directement que toutes les intégrales proposées sont nulles.

(13). Lorsque $n = m$, nous savons qu'on a $\int X^m X^m dx = \frac{2}{2m+1}$; de-là résulte suivant la formule précédente :

$$\int \frac{dX^m}{dx} \cdot \frac{dX^m}{dx} (1 - x^2)\, dx = \frac{2}{2m+1} \cdot m(m+1)$$

$$\int \frac{ddX^m}{dx^2} \cdot \frac{ddX^m}{dx^2} (1 - x^2)^2\, dx = \frac{2}{2m+1} (m-1)\, m\, (m+1)(m+2)$$

etc.

Et en général

$$\int \frac{d^r X^m}{dx^r} \cdot \frac{d^r X^m}{dx^r} (1 - x^2)^r\, dx = \frac{2}{2m+1} (m+r)(m+r-1) \ldots (m-r+1)$$

donc en faisant $n = m$, ce qui ne suppose pas les fonctions Y^m et Z^m égales, puisque les coëfficiens sont à volonté, on aura l'intégrale.

$$\int Y^m Z^m dx\, d\theta = \frac{4\pi}{2m+1} \left\{ a\alpha + \tfrac{1}{2} m(m+1)(b'\beta' + c'\gamma') + \tfrac{1}{2}(m-1)\, m\, (m+1)(m+2)(b''\beta'' + c''\gamma'') + \text{etc.} \right\}$$

Cette intégrale dépend, comme on voit, des termes semblables qui se trouvent dans Y^m et Z^m : elle seroit nulle si aucun des termes de Y^m n'étoit contenu dans Z^m.

(14) Supposons $Z^m = Y^m$, ce qui donnera $\alpha = P^m$, $\beta = \frac{dP^m}{dp} \cos.\varphi . \frac{2\sin.\omega}{m.m+1}$, $\gamma = \frac{dP^m}{dp} \sin.\varphi . \frac{2\sin.\omega}{m.m+1}$, $\beta' = \frac{ddP^m}{dp^2} \cos.2\varphi . \frac{2\sin.^2\omega}{m-1.m.m+1.m+2}$, etc, on aura

$$\int Y^m Y^m dx\, d\theta = \frac{4\pi}{2m+1} \left\{ a P^m + \frac{dP^m}{dp} \sin.\omega\, (b' \cos.\varphi + c' \sin.\varphi) + \frac{ddP^m}{dp^2} \sin.^2\omega\, (b'' \cos.2\varphi + c'' \sin.2\varphi) + \text{etc.} \right\}$$

Mais la quantité renfermée en parenthèses n'est autre chose que la fonction Y^m dans laquelle on auroit mis p à la place

de x, et φ à la place de θ ; cette fonction qui avant le changement pouvoit s'indiquer par $Y^m(\psi, \theta)$, sera après le changement $Y^m(\omega, \varphi)$. Ainsi nous aurons cette formule très-remarquable

$$\int Y^m Y^m \, d\theta \, dx = \frac{4\pi}{2m+1} Y^m(\omega, \varphi),$$

(45). Soit $Y^m = Y^m$, il sera aisé de voir ce que devient $Y^m(\omega, \varphi)$; car Y^m est une fonction de y : or si dans la valeur de y qui est $\cos. \omega \cos. \psi + \sin. \omega \sin. \psi \cos. (\theta - \varphi)$, on fait $\psi = 0$, et $\theta = \varphi$; il est clair qu'on aura $y = 1$, donc aussi $Y^m = 1$, et parconséquent

$$\int Y^m Y^m \, d\theta \, dx = \frac{4\pi}{2m+1},$$

il ne sera pas inutile de faire voir comment on peut parvenir à cette formule par une autre route. Proposons nous d'abord d'intégrer entre les limites données la quantité $y^{2m} \, d\theta \, dx$, nous aurons en intégrant par rapport à θ.

$$\int y^{2m} d\theta = \int \{ \cos. \omega \cos. \psi + \sin \omega \sin. \psi \cos. (\theta - \varphi) \}^{2m} d\theta$$
$$= 2\pi \{ \cos.^{2m} \omega \cos.^{2m} \psi$$

$$+ \frac{2m. 2m-1}{1. 2} \cos.^{2m-2} \omega \cos.^{2m-2} \psi \sin.^2 \omega \sin.^2 \psi . \frac{1}{2}$$

$$+ \frac{2m. 2m-1. 2m-2. 2m-3}{1. 2. 3. 4} \cos.^{2m-4} \omega \cos.^{2m-4} \psi \sin.^4 \omega \sin.^4 \psi . \frac{1.3}{2.4} + \text{etc.} \}$$

Pour intégrer ensuite par rapport à ψ, observons qu'on a entre les mêmes limites.

$$\int \cos.^{2m} \psi . d\psi \sin. \psi = \frac{2}{2m+1}$$

$$\int \cos.^{2m-2} \psi . d\psi \sin.^3 \psi = \frac{2}{2m+1} \cdot \frac{2}{2m-1}$$

$$\int \cos.^{2m-4}\psi.\,d\psi \sin.^5\psi = \frac{2}{2m+1}\cdot\frac{2.\,4}{2m-1.\,2m-3}$$

etc.

$$\text{Donc} \int y^{2m}\,d\theta\,dx = \frac{4\pi}{2m+1}\Big[\cos.^{2m}\omega + \frac{2m.\,2m-1}{1.\,2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2m-1}\cos.^{2m-2}\omega\sin.^2\omega$$

$$+ \frac{2m.\,2m-1.\,2m-2.\,2m-3}{1.\,2.\,3.\,4}\cdot\frac{1.\,3}{2.\,4}\cdot\frac{2.\,4}{2m-1.\,2m-3}\cos.^{2m-4}\omega\sin.^4\omega + \text{etc.}\Big]$$

$$= \frac{4\pi}{2m+1}(\cos.^2\omega + \sin.^2\omega)^m = \frac{4\pi}{2m+1};$$

ce résultat très-simple peut se mettre sous la forme

$$\int y^{2m}\,d\theta\,dx = 2\pi\int y^{2m}\,dy$$

l'intégrale par rapport à y devant être prise depuis $y = -1$, jusqu'à $y = +1$. On auroit également pour une puissance impaire $\int y^{2m+1}\,d\theta\,dx = 2\pi\int y^{2m+1}\,dy$; car alors l'un et l'autre membre est zéro. Soit donc P un polynome quelconque en y, et on aura généralement $\int P\,d\theta\,dx = 2\pi \int P\,dy$. Il suit de-là que $\int Y^m Y^m\,d\theta\,dx = 2\pi\int Y^m Y^m\,dy = \frac{4\pi}{2m+1}$, ce qui s'accorde avec les formules précédentes.

(46). Si l'on a à intégrer la formule $Q\,Y^m\,d\theta\,dx$, Q étant une fonction entière et rationnelle de $\cos.\psi$, $\sin.\psi\cos.\theta$, $\sin.\psi\sin.\theta$, il faudra réduire Q à la forme $Y^0 + Y' + Y'' + \text{etc}$, et alors l'intégrale sera ramenée aux formules précédentes: or voici comment on pourra opérer cette réduction.

On commencera par changer dans la fonction Q les puissances des sinus et cosinus de θ, en sinus et cosinus d'arcs multiples de θ, et alors Q sera de cette forme

$$Q = F^0 + F'\sin\psi\cos.\theta + F''\sin.^2\psi\cos.2\theta + \ldots + F^m\sin.^m\psi\cos.m\theta$$

$$+ G'\sin.\psi\sin.\theta + G''\sin.^2\psi\sin.2\theta + \ldots + G^m\sin.^m\psi\sin.m\theta$$

Il ne s'agira plus que de donner à chacun des termes de cette expression la forme demandée. Considérons en général le terme $F^k \sin.^k \psi \cos. k\theta$, la quantité F^k sera une fonction rationnelle de x qu'on peut représenter ainsi :

$$F^k = A x^n + B x^{n-2} + C x^{n-4} + \text{etc.}$$

Mais la forme générale de Y^m est comme on sait (n° 42)

$$a X^m + \frac{d X^m}{d x} \sin.\psi (b' \cos.\theta + c' \sin.\theta) + \frac{d d X^m}{d x^2} \sin.^2\psi (b'' \cos. 2\theta$$
$$+ c'' \sin. 2\theta) + \text{etc.}$$

Et il est facile de voir qu'en faisant $m = n + k$, le coëfficient de $\sin.^k \psi \cos. k\theta$ dans cette formule renfermera x^n pour la plus haute puissance de x. Ainsi $F^k \sin.^k \psi \cos. k\theta$ pourra être supposé de la forme $Y^{n+k} + Y^{n+k-2} + Y^{n+k-4}$ + etc, et pour l'y réduire en effet, il faudra déterminer les coëfficiens α, 6, γ, etc, de sorte qu'on ait

$$A x^n + B x^{n-2} + C x^{n-4} + \text{etc.} = \alpha \frac{d^k X^{n+k}}{d x^k} + 6 \frac{d^k X^{n+k-2}}{d x^k}$$
$$+ \gamma \frac{d^k X^{n+k-4}}{d x^k} + \text{etc.}$$

C'est ce qui n'a aucune difficulté puisque la forme générale de X^m est connue ; mais il sera encore plus simple de prendre au lieu de chaque terme $\frac{d^k X^{n+k}}{d x^k}$ sa valeur développée, qui est en supprimant le coëfficient constant (n°s 39 et 40)

$$x^n - \frac{n . n-1}{2(2n+2k-1)} x^{n-2} + \frac{n . n-1 . n-2 . n-3}{2.4(2n+2k-1)(2n+2k-3)} x^{n-4} - \text{etc.}$$

Connoissant tous les termes qui doivent composer la quantité cherchée, il ne restera plus qu'à les rassembler en

la manière convenable pour en faire un tout de la forme $Y^{\circ} + Y' + Y'' +$ etc.

(47). Pour donner un exemple des formules que nous venons de développer, proposons-nous de déterminer les solides homogènes ou hétérogènes dans lesquels tous les axes passant par le centre de gravité sont des axes de rotation uniforme.

Soient x', y', z', les trois coordonnées de la molécule dM, dirigées suivant les trois axes principaux qui existent dans tout corps de figure quelconque. On pourra supposer $x' = z \cos. \psi$, $y' = z \sin. \psi \cos. \theta$, $z' = z \sin. \psi \sin. \theta$, et on aura toujours $dM = \Delta z^2 dz\, d\theta\, dx \sin. \psi$, ensuite la propriété des axes principaux donnant $\int x' y'\, dM = 0$, $\int x' z'\, dM = 0$, $\int y' z'\, dM = 0$; il faudra satisfaire à ces trois conditions :

$$\int \Delta z^4 dz\, d\theta\, dx. \cos. \psi \sin. \psi \cos. \theta = 0, \quad \int \Delta z^4 dz\, d\theta\, dx. \cos. \psi \sin. \psi \sin. \theta = 0, \quad \int \Delta z^4 dz\, d\theta\, dx. \sin.^2 \psi \sin. 2\theta = 0.$$

Supposons que pour une couche quelconque de la densité Δ on ait

$$z^5 = Y^{\circ} + Y' + Y'' + Y''' + \text{etc.}$$

les coëfficiens étant fonctions de 6, axe de la couche, on aura, en différentiant par rapport à 6,

$$5 z^4 dz = dY^{\circ} + dY' + dY'' + \text{etc.}$$

Mais pour évaluer les intégrales précédentes, il suffit de prendre $z^4 dz = \frac{1}{5} d\, Y''$; soit donc

$$Y'' = C\, X'' + \frac{dX''}{dx} \sin. \psi \,(C' \cos. \theta + C'' \sin. \theta) + \frac{ddX''}{dx^2} \sin.^2 \psi \,(C''' \cos. 2\theta + C^{IV} \sin. 2\theta).$$

(On se rappellera que $X'' = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$, ce qui donne $\frac{dX''}{dx} = 3x$, $\frac{ddX''}{dx^2} = 3$); et en intégrant par rapport à 6, depuis 6 = o, jusqu'à 6 = 1, on aura

$$\int \Delta z^4 dz = \tfrac{1}{5} X'' \int \Delta\, d\,C + \tfrac{1}{5}\, \frac{dX''}{dx} \sin.\psi \cos.\theta \int \Delta\, d\,C' + \tfrac{1}{5}\, \frac{dX''}{dx} \sin.\psi \sin.\theta \int \Delta\, d\,C''$$

$$- [illegible]\, \frac{ddX''}{dx^2} \sin.^2\psi \cos.2\theta \int \Delta\, dC''' + [illegible]\, \frac{ddX''}{dx^2} \sin.^2\psi \sin.2\theta \int \Delta\, dC^{\text{iv}}:$$

Cela posé, pour que les trois intégrales ci-dessus soient nulles, il faut qu'on ait, suivant la formule du n° 43,

$$\int \Delta\, d\,C' = o,\ \int \Delta\, d\,C'' = o,\ \int \Delta\, d\,C^{\text{iv}} = o.$$

Maintenant on sait que les momens d'inertie, par rapport à tous les axes passant par l'origine des rayons, seront égaux, si on a $\int x'x'\,dM = \int y'y'\,dM = \int z'z'\,dM$. Considérons en général la formule $\int dM\,(\alpha x'x' + \beta y'y' + \gamma z'z')$, dans laquelle α, β, γ sont trois constantes; cette formule devient, en faisant les substitutions,

$$\int \Delta z^4 dz\, d\theta\, dx\, (\alpha \cos.^2\psi + \beta \sin.^2\psi \cos.^2\theta + \gamma \sin.^2\psi \sin.^2\theta).$$

Or, il est aisé de voir qu'on a $\alpha \cos.^2\psi + \beta \sin.^2\psi \cos.^2\theta + \gamma \sin.^2\psi \sin.^2\theta = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{3} + \frac{2\alpha-\beta-\gamma}{3} X'' + \frac{\beta-\gamma}{6} \cdot \frac{ddX''}{dx^2} \sin.^2\psi \cos.2\theta$, quantité de la forme $Y^{o} + Y''$. Il faut donc pareillement dans $\int \Delta z^4 dz$ ne conserver que les termes de la forme $Y^{o} + Y''$; et alors on trouvera par la formule du n° 43, $\int dM\,(\alpha x'x' + \beta y'y' + \gamma z'z')$

$$= \frac{4\pi}{15} (\alpha + \beta + \gamma) \int \Delta\, d\,Y^{o} + [illegible]\, (2\alpha - \beta - \gamma) \int \Delta\, d\,C$$

$$+ \frac{2\pi}{25} (\beta - \gamma) \int \Delta\, d\,C'''.$$

Il faut maintenant que cette quantité demeure la même, en supposant à volonté l'une des constantes α, β, γ, égale à l'unité, et les deux autres nulles. C'est ce qui donne

$$\int \Delta\, dC = 0,\ \int \Delta\, dC''' = 0.$$

Ces deux conditions, et les trois déja trouvées, sont comprises dans la condition unique

$$\int \Delta \frac{dY''}{d\epsilon}\, d\theta = 0;$$

l'intégrale étant prise depuis $\theta = 0$, jusqu'à $\theta = 1$. Mais cette condition ne suffit pas; il faut encore que l'origine des rayons soit le centre de gravité du solide; il faut donc qu'on ait, quelles que soient les constantes, α, β, γ,

$$\int \Delta z^3 dz\, d\theta\, dx (\alpha \cos.\psi + \beta \sin.\psi \cos.\theta + \gamma \sin.\psi \sin\theta) = 0.$$

De-là il est facile de conclure que si l'on fait

$$z^4 = Z^0 + Z' + Z'' + Z''' + \text{etc.}$$

Z^0, Z', Z'', etc, étant des fonctions de même nature que Y^0, Y', Y'', etc; il faut qu'on ait

$$\int \Delta \frac{dZ'}{d\epsilon}\, d\theta = 0.$$

Ainsi tous les solides qui jouissent de la propriété demandée, sont tels, qu'en faisant pour une couche quelconque

$$z^5 = Y^0 + Y' + Y'' + Y''' + \text{etc.}$$

$$z^4 = Z^0 + Z' + Z'' + Z''' + \text{etc.},$$

on a $\int \Delta \frac{dY''}{d\epsilon}\, d\theta = 0$, et $\int \Delta \frac{dZ'}{d\theta}\, d\theta = 0$. Ces conditions

ayant lieu le moment d'inertie pour tout axe passant par le centre de gravité sera $\frac{8\pi}{15}\int \Delta\, d\text{Y}^{\text{o}}$.

Si on fait $\text{Y}'' = 0$ et $Z' = 0$, la propriété requise aura lieu non-seulement pour le solide entier, mais pour chacune de ses couches.

Si le solide est homogène il faudra qu'on ait $\text{Y}'' = 0$ et $Z' = 0$. M. de la Place a considéré ce cas dans les Mémoires de l'Académie, année 1783, page 39; mais il n'a donné que la condition $\text{Y}'' = 0$, ce qui n'est pas suffisant.

Les deux conditions que nous avons trouvées sont faciles à accorder entr'elles, et pour en donner un exemple très-général, excluons de la valeur de z^5 tous les termes où cos. ψ et cos. θ seroient de dimensions impaires, le centre des rayons sera le centre de gravité, et nous aurons pour l'équation de la surface du solide et de chacune de ses couches.

$$z^5 = \text{A} + \text{BX}^{\text{IV}} + \text{B}' \frac{dd\text{X}^{\text{IV}}}{dx^2} \sin.^2\psi \cos. 2\theta + \text{B}'' \frac{d^4\text{X}^{\text{IV}}}{dx^4} \sin.^4\psi \cos. 4\theta$$

$$+ \text{CX}^{\text{VI}} + \text{C}' \frac{dd\text{X}^{\text{VI}}}{dx^2} \sin.^2\psi \cos. 2\theta + \text{C}'' \frac{d^4\text{X}^{\text{VI}}}{dx^4} \sin.^4\psi \cos. 4\theta$$

$$+ \text{C}''' \frac{d^6\text{X}^{\text{VI}}}{dx^6} \sin.^6\psi \cos. 6\theta$$

$$+ \text{etc.}$$

D'où l'on voit que le plus simple des solides qui satisfont après la sphère, est un solide de révolution, qui a pour équation $z^5 = \text{A} + \text{BX}^{\text{IV}}$, ou plus simplement $z^5 = a + b\,(7x^4 - 6x^2)$.

Formules de l'attraction, applicables à une infinité de figures qui ne sont pas des solides de révolution.

(48). Reprenons l'élément $\frac{d\text{M}}{\text{R}}$ ou

$$\frac{[\text{illegible}]}{r}\left(1 + \frac{z}{r}\,\text{Y}' + \frac{z^2}{r^2}\,\text{Y}'' + \text{etc.}\right)$$

Dans le cas où le sphéroïde n'est pas un solide de révolution, le rayon vecteur z d'une couche quelconque n'est plus simplement fonction de 6 et de ψ; il dépend en outre de la longitude θ. On ne peut donc rien statuer en général sur l'intégrale de la quantité précédente; mais on peut donner au rayon vecteur une forme qui, sans être absolument générale, sera d'une grande étendue, et permettra d'exécuter à la fois les deux intégrations par rapport à θ et ψ, d'où résulteront des formules à peu-près aussi simples que dans le cas des solides de révolution.

Supposons qu'une puissance quelconque du rayon vecteur soit exprimée par la formule

$$z^m = 6^m(1 + mY^\circ m + mY' m + mY'' m + \text{etc.}),$$

les quantités $Y^\circ m$, $Y' m$, $Y'' m$, etc., étant des fonctions de même nature que Y°, Y', Y'', etc., et les coëfficiens qui entrent dans chacune de ces quantités étant des fonctions de 6, on aura

$$z^2 dz = 6^2 d6 + d.6^3 Y^\circ 3 + d.6^3 Y' 3 + d.6^3 Y'' 3 + \text{etc.}$$

$$z^3 dz = 6^3 d6 + d.6^4 Y^\circ 4 + d.6^4 Y' 4 + d.6^4 Y'' 4 + \text{etc.}$$

$$z^4 dz = 6^4 d6 + d.6^5 Y^\circ 5 + d.6^5 Y' 5 + d.6^5 Y'' 5 + \text{etc.}$$

etc.

Nous observerons qu'en général $\frac{d.6^m Y^n m}{d6}$ est une fonction de même nature que Y^n, car l'opération indiquée s'exécute sur les coëfficiens qui ne constituent pas la nature de la fonction. Soit donc représenté par $Z^n m$, ce que devient la fonction $Y^n m$ lorsqu'on change ψ et θ en ω et φ, et le théorème du n° 44 donnera $\int Y^n d\theta\, dx . \frac{d.6^m Y^n m}{d6}$ [illegible] 4π [illegible] $\frac{d.6^m Z^n m}{d6}$

De-là résulte

$$\int z^2 dz\, d\theta\, dx = 4\pi\,(\theta^2 d\theta + d.\,\theta^3 Z\,3)$$

$$\int z^3 dz.\, Y' d\theta\, dx = \frac{4\pi}{3}\, d.\,\theta^4 Z'\,4$$

$$\int z^4 dz.\, Y'' d\theta\, dx = \frac{4\pi}{5}\, d.\,\theta^5 Z''\,5$$

etc.

La valeur de V pour une couche quelconque sera donc

$$\frac{4\pi\Delta}{r}\left\{\theta^2 d\theta + d.\,\theta^3 Z\,3 + \tfrac{1}{3}\, d.\,\theta^4 Z'\,4 + \tfrac{1}{5}\, d.\,\theta^5 Z''\,5 + \text{etc.}\right\}$$

Soient prises les intégrales suivantes de manière qu'elles s'évanouissent lorsque $\theta = 0$,

$$\alpha = \int \Delta\, \theta^2 d\theta + \int \Delta\, d.\,\theta^3 Z\,3,$$

$$\Gamma' = \frac{1}{3\alpha} \int \Delta\, d.\,\theta^4 Z'\,4$$

$$\Gamma'' = \frac{1}{5\alpha} \int \Delta\, d.\,\theta^5 Z''\,5$$

etc.

les fonctions Γ', Γ'', etc. seront toujours de même nature que Y', Y'' etc, et on aura indéfiniment

$$V = \frac{4\pi\alpha}{r}\left[1 + \frac{1}{r}\Gamma' + \frac{1}{r^2}\Gamma'' + \frac{1}{r^3}\Gamma''' + \text{etc.}\right]$$

Venons à la valeur de (V), elle dépend, comme on sait, de l'intégrale de la formule

$$\Delta r\, dz\, d\theta\, dx\left(Y' + \frac{r}{z} Y'' + \frac{r^2}{z^2} Y''' + \text{etc.}\right)$$

Or, en suivant toujours la même marche on fera

$$\Pi^{\text{I}} = \tfrac{1}{3}\left(N^{(1)} - \int \Delta\, d.6\, Z^{\text{I}}\, 1\right)$$

$$\Pi^{\text{II}} = \tfrac{1}{5}\left(N^{(2)} - \int \Delta\, d.\, Z^{\text{II}}\, 0\right)$$

$$\Pi^{\text{III}} = \tfrac{1}{7}\left(N^{(3)} - \int \Delta\, d.\, \frac{Z^{\text{III}}(-1)}{6}\right)$$

$$\Pi^{\text{IV}} = \tfrac{1}{9}\left(N^{(4)} - \int \Delta\, d.\, \frac{Z^{\text{IV}}(-2)}{6}\right)$$

etc.,

chacune de ces formules renfermant une constante au moyen de laquelle elle doit s'évanouir lorsque $6 = 1$; les quantités Π', Π'', etc, seront toujours de même forme que Y', Y'', etc, et on aura

$$(V) = 4\pi r \{\Pi' + r\,\Pi'' + r\,\Pi''' + \text{etc.}\}$$

Ces résultats sont aussi simples qu'on peut le désirer, et il ne paroît pas qu'on puisse pousser plus loin la généralité dans les formules de l'attraction, lorsque les figures ne sont pas de révolution.

Application à la figure d'une planète supposée entièrement fluide.

(49) L'équation de la surface d'une couche quelconque, est à l'ordinaire $V + (V) + \frac{n M}{2} r^2 \sin.^2 \omega = \text{const.}$ Changeons les variables r, ω, φ en z, ψ, 0; et observons qu'alors les quantités désignées par $Z^n\, m$ dans les formules de l'attraction, redeviennent $Y^n\, m$, nous aurons, en faisant les substitutions,

$$\text{Const.} = \frac{1}{z} + \frac{\Gamma'}{z^2} + \frac{\Gamma''}{z^3} + \frac{\Gamma'''}{z^4} + \text{etc.} - \frac{n\alpha 1}{3\alpha} z^2 (X'' - 1)$$

$$+ \frac{z\Pi'}{\alpha} + \frac{z^2\Pi''}{\alpha} + \frac{z^3\Pi'''}{\alpha} + \text{etc.}$$

C'est l'équation générale de l'équilibre ; faisons maintenant $z = 6(1 + q)$, q étant une quantité du premier ordre, et donnons à q la forme

$$q = Y^{\circ} + Y' + Y'' + Y''' \text{ etc.},$$

on aura en se bornant aux termes du premier ordre $z^m = 6^m(1 + mq)$; ainsi la quantité appellée $Y^n m$ dans les formules du n°. 48, se réduira à Y^n, quelque soit m. De plus, en faisant la substitution, mettant $\sigma = \int \Delta 6^2 d6$, à la place de α, et négligeant les termes du second ordre, l'équation de l'équilibre donnera

$$q = \text{const.} + \frac{\Gamma'}{6} + \frac{\Gamma''}{6^2} + \frac{\Gamma'''}{6^3} + \text{etc.}$$

$$+ \frac{6^2\Pi'}{\alpha} + \frac{6^2\Pi''}{\alpha} + \frac{6^3\Pi'''}{\alpha} + \text{etc.}$$

$$- \frac{n\alpha 1}{3\alpha} 6^3 X''.$$

Il faut maintenant comparer cette valeur de q avec la précédente. Or je dis que dans cette comparaison on doit égaler les termes de la même espèce. En effet, les termes d'une espèce, par exemple, les termes de l'espèce Y'', ne sont point semblables aux termes d'une autre espèce, comme Y''', Y^{iv}, etc., et dans la même espèce, les termes qui composent Y'', ne sont point semblables entr'eux. Mais si on veut un raisonnement plus positif, prouvons qu'on a, par exemple, $Y'' = \frac{\Gamma''}{6^2} + \frac{6^2\Pi''}{\alpha} - \frac{n\alpha 1}{3\alpha} 6^3 X''$. Soit y'' un des termes qui composent le premier membre, et $k\,y''$ le terme semblable dans le second membre ; multiplions les deux valeurs de q chacune par $y''\,d\theta\,dx$, et

intégrons entre les limites accoutumées. Suivant les formules démontrées, l'intégrale sera d'un côté $\int y'' y'' \, d\theta \, dx$, et de l'autre $k \int y'' y'' \, d\theta \, dx$, il faut donc qu'on ait $k = 1$, et qu'ainsi les deux membres de notre équation soient identiques.

Il suit de-là qu'en substituant les valeurs de Γ', Π', etc., dans lesquelles il faut, comme nous avons dit, changer Z en Y, on aura les équations suivantes pour déterminer les quantités Y', Y'', etc.

$$3\sigma 6\, Y^{\mathrm{I}} = \int \Delta d.\, 6^4 Y^{\mathrm{I}} + 6^3 \{ N^{(1)} - \int \Delta d.\, 6 Y^{\mathrm{I}} \},$$

$$5\sigma 6^2 Y^{\mathrm{II}} = \int \Delta d.\, 6^5 Y^{\mathrm{II}} + 6^5 \{ N^{(2)} - \int \Delta d.\, Y^{\mathrm{II}} \} - \frac{5n\sigma 1}{3} 6^5 X''$$

$$7\sigma 6^3 Y^{\mathrm{III}} = \int \Delta d.\, 6^6 Y^{\mathrm{III}} + 6^7 \left(N^{(3)} - \int \Delta d.\, \frac{Y^{\mathrm{III}}}{6} \right)$$

$$9\sigma 6^4 Y^{\mathrm{IV}} = \int \Delta d.\, 6^7 Y^{\mathrm{IV}} + 6^9 \left(N^{(4)} - \int \Delta d.\, \frac{Y^{\mathrm{IV}}}{6^2} \right)$$

etc.

Or, si à la place de Y^{I}, Y^{II}, Y^{III}, Y^{IV}, etc. on met B, CX'', D, F, etc.; ces équations reviendront précisément à celles du n° 20. On en conclura également que toutes ces quantités sont nulles, à l'exception de C qui sera entièrement déterminée. Donc on aura comme à l'article cité $z = 6(1 + Y' + Y'')$ $= 6\{1 + C(X'' - 1)\}$, d'où il suit que la figure trouvée dans l'hypothèse qu'elle est un solide de révolution, est la seule qui convienne à l'équilibre, et il n'y a pas de doute que cette conclusion ne fût la même, si on poussoit l'approximation jusqu'aux quantités du second ordre et au-delà.

Application à l'équilibre d'une planète solide recouverte d'une lame fluide très-mince.

(50). Sans faire un calcul particulier pour le cas présent on doit voir que les équations du problème seront les mêmes

que celles qu'on a dans le cas de la planète fluide pour déterminer l'équilibre de la surface. Ainsi, il suffira de faire $\theta = 1$ dans les formules du n° précédent ; soit toujours $z = \theta\,(1 + Y^{\circ} + Y' + Y'' + \text{etc.})$ le rayon vecteur d'une couche quelconque, et $z = 1 + Y^{\circ}\,1 + Y'\,1 + Y''\,1 + \text{etc.}$ le rayon vecteur de la surface, tous les deux approchés jusqu'au premier ordre seulement, on aura les formules suivantes où les intégrales sont prises depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 1$;

$$5\,Y^{\text{I}}\,1 \int \Delta\,\theta^2\,d\theta = \int \Delta\,d.\,\theta^4\,Y^{\text{I}}$$

$$5\,Y^{\text{II}}\,1 \int \Delta\,\theta^2\,d\theta = \int \Delta\,d.\,\theta^5\,Y^{\text{II}} - \tfrac{5n}{3}\,X'' \int \Delta\,\theta^2\,d\theta$$

$$7\,Y^{\text{III}}\,1 \int \Delta\,\theta^2\,d\theta = \int \Delta\,d.\,\theta^6\,Y^{\text{III}},$$

$$9\,Y^{\text{IV}}\,1 \int \Delta\,\theta^2\,d\theta = \int \Delta\,d.\,\theta^7\,Y^{\text{IV}}$$

etc.

Ces équations sont les seules que fournisse la condition de l'équilibre à la surface ; elles ne suffisent pas pour déterminer les termes Y', Y'', etc ; et la solution du problème ne peut être complette qu'à la faveur de quelque hypothèse particulière sur la figure des couches.

(51). Considérons, par exemple, l'hypothèse des couches semblables ; alors les quantités Y', Y'', etc., seront indépendantes de θ ; on aura donc $Y' = Y'\,1$, $Y'' = Y'''$, etc., et on pourra écrire ainsi les équations précédentes ;

$$Y^{\text{I}}\left\{5\int \Delta\,\theta^2\,d\theta - 4\int \Delta\,\theta^3\,d\theta\right\} = 0$$

$$Y^{\text{II}}\left\{5\int \Delta\,\theta^2\,d\theta - 5\int \Delta\,\theta^4\,d\theta\right\} = -\tfrac{5n}{3}\,X'' \int \Delta\,\theta^2\,d\theta$$

$$Y^{\text{III}}\left\{7\int \Delta\,\theta^2\,d\theta - 6\int \Delta\,\theta^5\,d\theta\right\} = 0$$

$$Y^{\text{IV}}\left\{9\int \Delta\,\theta^2\,d\theta - 7\int \Delta\,\theta^6\,d\theta\right\} = 0$$

etc.

Mais

Mais il est clair que dans toute hypothèse de densité, les quantités qui multiplient Y''', Y^{iv}, etc., à l'infini, sont positives ; donc toutes ces quantités Y''', Y^{iv}, etc., sont nulles. On a pareillement $Y' = 0$; car $3\int\Delta\beta^2 d\beta - 4\int\Delta\beta^3 d\beta = -\int\beta^3(1-\beta)\,d\Delta$, quantité qui ne peut être zéro, si la densité croît continuellement de la surface au centre, ou du centre à la surface ; mais quand même il en seroit autrement, et que l'intégrale précédente fût nulle, on n'en auroit pas moins $Y' = 0$, par une raison que nous donnerons bientôt.

Il ne reste donc que le terme Y'', et on voit qu'en faisant $\frac{\int\Delta\beta^5 d\beta}{\int\Delta\beta^3 d\beta} = a''$, on aura $Y'' = \frac{-n}{3(1-a'')}X''$. C'est le résultat trouvé ci-dessus, nº 12 ; d'où l'on voit que la figure de la planète doit être un solide de révolution, et que la solution déja donnée a toute la généralité nécessaire.

(52). Revenons aux équations générales du nº 50, et démontrons d'abord que le terme $Y'1$ est zéro. En effet, une condition dont nous n'avons pas parlé jusqu'à présent, mais qu'il devient nécessaire de rappeller, c'est que le centre de gravité doit être situé sur l'axe de rotation ; et on peut même supposer qu'il est confondu avec le centre des rayons vecteurs. De-là résultent trois conditions qui seront généralement remplies (nº 47) si on a $\int\Delta d.\beta^4 Y' = 0$: car dans le cas présent on a $z^4 = \beta^4(1 + 4Y^0 + 4Y' + 4Y'' + \text{etc.})$; ainsi, ce qui a été appelé Z' à l'article cité, est maintenant $4\beta^4 Y'$. Puisqu'on a $\int\Delta d.\beta^4 Y' = 0$, la première de nos équations donnera $Y'1 = 0$. Il est nécessaire aussi pour la stabilité de l'équilibre, que l'axe de rotation soit un des axes principaux du sphéroïde, de-là résultent deux conditions ; et si on fait passer le plan fixe d'où l'on compte les longitudes θ par l'un des deux autres axes principaux, on aura une troisième condition. Or la forme de Y'' est en général (nº 42).

$$Y'' = CX'' + \frac{dX''}{dc}\sin.\psi\,\{C'\cos.\theta + C''\sin.\theta\}$$
$$+ \frac{ddX''}{dc^2}\sin.^2\psi\,\{C'''\cos.2\theta + C^{iv}\sin.2\theta\}.$$

Et comme la quantité appelée Y'' au nº 47 est maintenant $6^3 Y''$, les trois conditions dont il s'agit donneront

$$\int \Delta d.\, 6^5 C' = 0, \int \Delta d.\, 6^5 C'' = 0, \int \Delta d.\, 6^5 C^{IV} = 0.$$

Mais en vertu de la seconde de nos équations on doit avoir

$$5 C'\, 1 \int \Delta\, 6^2\, d6 = \int \Delta d.\, 6^5 C'$$

$$5 C''\, 1 \int \Delta\, 6^2\, d6 = \int \Delta d.\, 6^5 C''$$

$$5 C^{IV}\, 1 \int \Delta\, 6^2\, d6 = \int \Delta d.\, 6^5 C^{IV}.$$

Donc les trois quantités $C'\,1$, $C''\,1$, $C^{IV}\,1$ sont nulles, et la valeur de Y'' pour la surface se réduit à cette forme

$$Y''\,1 = C\,1\, X'' + D\,1 \sin.^2 \psi \cos.\, 2\theta.$$

Quant aux coëficiens $C\,1$ et $D\,1$ qui dans l'expression de Y'' sont C et D; ils doivent satisfaire à ces conditions,

$$C\,1 = \frac{\int \Delta d.\, 6^5 C}{5 \int \Delta\, 6^2\, d6} - \frac{1}{3}$$

$$D\,1 = \frac{\int \Delta d.\, 6^5 D}{5 \int \Delta\, 6^2\, d6}.$$

A l'égard des quantités Y''', Y^{IV}, etc. nous n'avons d'autres conditions à leur imposer que celles qui sont comprises dans les équations ci-dessus. En général un terme quelconque de ces quantités peut se représenter par $A^{m,k} \cdot \frac{d^k X^m}{dx^k} (1 - xx)^{\frac{k}{2}} \begin{matrix}\cos. \\ \sin.\end{matrix}\, k\theta$, et son coëfficient $A^{m,k}$ fonction de 6 doit être zéro ou satisfaire à cette condition

$$(2m+1)\, A^{m,k}\, 1 = \frac{\int \Delta d.\, 6^{m+3} A^{m,k}}{\int \Delta\, 6^{m+2}\, d6}.$$

D'où il est aisé de conclure que le coëfficient $A^{m,k}$ ne pourra jamais être constant, ni même tel que $\frac{d.\,c^m\,A^{m,k}}{A^{m,k}\,dr}$ soit positif. On peut varier à volonté les valeurs de m et de k; savoir m depuis 3 jusqu'à l'infini, et k depuis 0 jusqu'à m; si donc on désigne par $\Sigma A^{m,k} \frac{d^k X^k}{dx^k}(1-xx)^{\frac{k}{2}} \begin{matrix}\cos.\\ \sin.\end{matrix} k\theta$ la somme de tous les termes qui satisfont à la condition précédente sans être nuls, somme à laquelle on ajoutera une fonction de θ telle que le tout s'évanouisse lorsque $x = 0$, le rayon vecteur de la surface aura pour expression

$$z = 1 + C1(X'' - 1) + D1(1 - xx)\cos. 2\theta + \Sigma A^{m,k}\,1.\,\frac{d^k X^m}{dx^k}(1 - xx)^{\frac{k}{2}} \begin{matrix}\cos.\\ \sin.\end{matrix} k\theta$$

Remarquez que les trois premiers termes appartiendroient à un sphéroïde, dont les méridiens et l'équateur seroient elliptiques; le rayon moyen de l'équateur seroit $1 - \frac{1}{2}C1$, et son ellipticité $2D1$.

(53). On voit qu'il s'en faut beaucoup que la figure de la planète ne soit déterminée *à priori*, comme elle l'est dans le cas d'une entière fluidité. Nous trouvons seulement des conditions pour que la figure des couches, prises à volonté, s'accorde avec l'équilibre de la surface; mais ces conditions qui font disparoître quelques coëfficiens de l'équation d'une couche, lorsqu'elle devient l'équation de la surface, ne déterminent d'ailleurs entièrement aucun des coëfficiens restans.

Dans ce cas, par conséquent, il n'est pas question de pousser l'approximation au-delà du premier ordre, puisque rien n'est déterminé dans le premier. On pourroit seulement supposer comme une valeur de z, qui seroit ou rigoureusement exacte, ou approchée jusqu'à un certain ordre, et alors la substitution dans l'équation de l'équilibre, donneroit pour les ordres successifs, toutes les équations de condition nécessaires; ce seroit donc toujours

une vérification de la figure supposée, et non une détermination *à priori*.

Il est essentiel d'observer que tous les termes qui entrent dans l'expression du rayon vecteur, excepté le terme $C_1(X''-1)$, n'existent qu'à la faveur d'une égalité rigoureuse, qui n'auroit pas lieu, si la densité recevoit quelque part la plus légère altération. On est en droit, ce me semble, d'en conclure qu'il est bien peu probable que la figure de la terre et des autres planètes offre de pareils termes; et qu'avant de les admettre, il faut être bien sûr de l'exactitude des observations et de l'impossibilité de les concilier avec l'hypothèse elliptique.

Si cependant il étoit démontré par des mesures très-exactes de la longueur du pendule et des degrés du méridien, que la figure de la terre n'est point elliptique, alors il faudroit recourir à la forme du rayon vecteur que nous venons de rapporter, et on auroit abondamment dequoi satisfaire aux observations. Mais cette forme très-vague ne fournit aucune conséquence remarquable, si ce n'est que la quantité de la précession et de la nutation seroient les mêmes que dans l'hypothèse elliptique, le rayon vecteur étant simplement de la forme $z = 6\{1 + C(X''-1)\}$. En effet, quelle que soit la figure de la planète, la précession et la nutation sont représentées par les formules du n° 57 en prenant $A = \frac{1}{2} - \frac{\int z^2 dM \cos^2\psi}{\int z^2 dM \sin^2\psi}$: or il est clair que ces deux intégrales ne dépendent pas de la valeur complette de z, mais seulement de la partie qu'on vient de rapporter. Ainsi on aura les mêmes formules qu'au n° cité, et on en conclura également $A = \frac{1}{3\,1\,7}$ et $-\frac{1}{2}C_1 < \frac{1}{3\,0\,6}$. De cette manière la quantité C_1 n'est pas encore tout-à-fait déterminée; mais on peut la prendre comme au n° 57, et et alors la partie $1 + C_1(X''-1)$ du rayon vecteur, en satisfaisant aux phénomènes de la précession et de la nutation, satisfera aussi à-peu-près aux observations du

pendule. Donc si le rayon vecteur contient d'autres termes, la totalité de ces termes ne peut être qu'assez petite, et on s'en servira pour expliquer, soit les petites différences qu'il y auroit entre les longueurs des pendules observées et calculées par le formule elliptique, soit les différences plus considérables qu'on suppose qu'il y auroit entre les degrés mesurés et calculés par la même formule.

L'équateur n'étant plus un cercle dans cette hypothèse, la quantité de l'applatissement ne seroit plus constante, mais à cause de la petitesse des termes qui suivroient $1 + C_1 (X'' - 1)$, l'applatissement moyen seroit peu différent de la quantité $-\frac{3}{2} C_1$ qui est environ $\frac{1}{319}$.

(54). Quant à la pesanteur ou à la longueur du pendule qui lui est proportionnelle, voici comment on en trouveroit l'expression. Reprenons l'équation de l'équilibre $V + \frac{n}{2} M z^2 \sin.^2 \psi = \text{const.}$, et appellons Z le premier membre ; on sait que Z n'est autre chose que l'intégrale de la quantité $A\, df + B\, dg + C\, dh$; A, B, C étant les forces qui agissent sur une molécule de la surface dans le sens de ses trois coordonnées rectangles f, g, h. La pesanteur qui est la résultante de ces trois forces sera $\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}$, et si on substitue à la place de f, g, h, les valeurs $z \cos. \psi$, $z \sin. \psi \cos. \theta$, $z \sin. \psi \sin. \theta$; on trouvera aisément que la même quantité $= \sqrt{\left[\left(\frac{dZ}{dz}\right)^2 + \frac{1}{z^2}\left(\frac{dZ}{d\psi}\right)^2 + \frac{1}{z^2}\left(\frac{dZ}{d\theta}\right)^2 \right]}$. C'est l'expression rigoureuse de la pesanteur ; en négligeant les quantités du second ordre, elle se réduit à $-\frac{dZ}{dz}$: or on a

$$Z = M \left[\frac{1}{z} + \frac{r'}{z^2} + \frac{r''}{z^3} + \text{etc.} - \frac{n}{3} z^2 (X'' - 1) \right];$$

de-là résulte

$$-\frac{dZ}{dz} = M \left[\frac{1}{z^2} + \frac{2 r'}{z^3} + \frac{3 r''}{z^4} + \frac{4 r'''}{z^5} + \text{etc.} + \frac{2n}{3} z (X'' - 1) \right]$$

Substituant au lieu de z sa valeur $1 + Y^{\circ}1 + Y'1 + Y''1 + Y'''1 +$ etc., et observant qu'en vertu des équations de l'équilibre (nº 50), on a $\Gamma' = Y'1 = 0$, $\Gamma'' = Y''1 + \frac{n}{3}X''$, $\Gamma''' = Y'''1$, $\Gamma^{\text{iv}} = Y^{\text{iv}}1$, etc., l'expression de la pesanteur deviendra, en négligeant les quantités du second ordre

$$M\left\{1 - 2Y^{\circ}1 + Y''1 + 2Y'''1 + 3Y^{\text{iv}}1 + \text{etc.}\right\}$$
$$+ \frac{2n}{3}(X'' - 1) + nX''.$$

Soit donc 1 la pesanteur à l'équateur, et la pesanteur à la distance ψ du pole pourra se mettre sous cette forme analogue à celle du rayon vecteur

$$1 + \left(\frac{5}{2}n + \frac{3}{2}C1\right)\cos.^2\psi - D1\cos.^2\psi\cos.2\theta$$
$$+ \Sigma\,(m-1).A^{(m)}1 \text{ [illegible] } 1 - a\,x \text{ [illegible]},$$

où il faut observer que la somme désignée par Σ doit être diminuée de ce que devient cette somme lorsque $x = 0$.

On voit donc qu'en supposant la somme Σ et le coëfficient D1 beaucoup plus petits que $\frac{5}{2}n + \frac{3}{2}C1$, la partie variable de la pesanteur seroit à-peu-près proportionnelle au quarré du sinus de la latitude, et l'excès de la pesanteur au pole sur la pesanteur à l'équateur, joint à l'ellipticité moyenne, donneroit une somme peu différente de la quantité invariable $\frac{5}{2}n$.

Nous devons observer que M. de la Place, dans son Mémoire de 1782, est parvenu à l'équation du nº 52, par une méthode totalement différente de la nôtre. On peut voir dans le volume de 1785 les conséquences qu'il en a tirées par rapport à la figure de la terre, et la manière dont il explique les anomalies des degrés ; mais, nous le répétons, la figure elliptique est la plus vraisemblable, et il ne faudra l'abandonner que lorsqu'on aura la démonstration complète de son insuffisance.

SEPTIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNETISME.

PAR M. COULOMB.

Du Magnétisme.

I.

Dans les six mémoires qui précèdent, imprimés successivement dans les volumes de l'Académie, depuis 1784, j'ai eu principalement en vue de soumettre au calcul les différens phénomènes de l'électricité. Le mémoire que je présente aujourd'hui a pour objet de déterminer, par l'expérience et par le calcul théorique, les loix du magnétisme.

Il est nécessaire, pour les opérations qui vont suivre, de rappeller quelques résultats que j'ai déjà donné, soit dans un mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le neuvième volume des Savans étrangers, soit dans un mémoire imprimé dans notre volume de 1785.

Dans le premier de ces mémoires, j'ai prouvé, pag. 168, « que si une aiguille aimantée est suspendue par son centre » de gravité, autour duquel elle puisse se mouvoir librement dans tous les sens, et que l'on l'éloigne du méridien » magnétique, elle y est toujours ramenée, par une force » constante, quelque soit l'angle de direction que l'aiguille » forme avec le méridien magnétique. »

Dans ce mémoire, j'ai rapporté quelques expériences de

différens auteurs, d'où j'avois déduit le résultat qui précède; mais *en* 1785, *volume de l'Académie, page* 603 *et suivantes*, je l'ai confirmé au moyen de ma balance de torsion, par une expérience qui paroît décisive. voici en quoi elle consiste; l'on place dans la balance magnétique, telle qu'elle est décrite dans ce mémoire, une aiguille aimantée suspendue horisontalement par un fil de cuivre, de manière que lorsque l'aiguille se trouve dans la direction du méridien magnétique, l'angle de torsion du fil de suspension soit nul : l'on tord ensuite le fil de suspension, au moyen du micromètre décrit dans les différens Mémoires qui précèdent, l'on observe pour différens angles de torsion, de combien l'aiguille s'éloigne de son méridien, et l'on trouve que la force de torsion nécessaire pour retenir une aiguille à une distance quelconque de son méridien, est très-exactement proportionnelle au sinus de l'angle que la direction de l'aiguille forme avec ce méridien, d'où il résulte évidemment que la résultante des forces qui ramènent l'aiguille à son méridien, est une quantité constante parallèle au méridien, qui passe toujours par le même point de l'aiguille.

J'ai prouvé encore, *neuvième volume des Savans étrangers, page* 170, que les forces magnétiques du globe de la terre qui sollicitent les différens points d'une aiguille aimantée, agissent dans deux sens opposés; que la partie de l'aiguille qui se dirige dans nos climats à-peu-près vers le Nord, est attirée vers le Nord, tandis que la partie australe de l'aiguille est attirée vers le Sud; mais de quelque manière que l'aiguille ait été aimantée, soit même qu'après avoir été aimantée, l'on en coupe une moitié où une portion quelconque, la somme des forces qui sollicite vers le Nord l'aiguille où la portion que l'on en détache, est exactement égale à la somme des forces qui sollicite l'aiguille ou sa portion coupée vers le Sud du méridien magnétique. J'ai déduit ce résultat de plusieurs expériences, dont la plus simple est qu'une aiguille pesée avant et après avoir été aimantée, a dans l'un et l'autre

cas,

cas, très-exactement le même poids. M. Bouguer, dans son *voyage au Pérou*, *page* 85 *et suivantes*, avoit prouvé avant moi, par des expériences décisives, cette égalité d'actions opposées.

C'est encore un fait d'expérience, comme nous l'avons déjà dit dans les mémoires cités, que les aiguilles aimantées ne sont susceptibles que d'un certain degré de magnétisme qu'elles ne peuvent outre-passer quelque forts que soient les aimans dont on se sert successivement pour les aimanter.

Enfin nous avons prouvé, *Mémoires de* 1786, que les actions attractives et répulsives des molécules magnétiques, étoient en raison directe de l'intensité magnétique et de l'inverse du carré de leurs distances.

Tous ces faits étant connus, voici les principaux objets que j'ai cherché à déterminer dans le mémoire que je présente.

1°. Le rapport des forces directrices qui ramènent au méridien magnétique des aiguilles de différentes dimensions, mais de même nature, lorsqu'elles sont aimantées à saturation. 2° L'intensité magnétique de chaque point d'une aiguille. 3°. Dans quelles limites il faut renfermer les hypothèses d'attraction et de répulsion des fluides aimantaires, pour que ces hypothèses puissent cadrer avec l'expérience. 4°. Les moyens pratiques les plus avantageux indiqués par l'expérience et la théorie, pour aimanter les aiguilles à saturation et pour former des aimants artificiels d'une grande force.

I I.

Je me suis servi, *fig.* 2, dans la plus grande partie des exp[illegible] torsion [illegible] blable à la balance électrique décrite dans les différens mémoires que j'ai déjà donnés, *volume de* 1787, il n'y a que le [illegible] partie

lière, et telle que l'exige le nouveau genre d'expériences auxquelles il est destiné.

Dans le dessin de ce support, *fig.* 1, *ab*, représente la pince qui saisit par sa partie supérieure le fil de suspension *ag*; ce fil, ainsi que nous l'avons dit dans les mémoires sur l'électricité, est pris à son extrémité supérieure par une autre pince qui fait partie du micromètre, (*voyez volume de l'Académie*, 1785, *page* 569 : 1787, *page* 421,) la pince *ab*, saisit par son extrémité inférieure *b*, un étrier, 1 2 3 4, formé avec une lame de cuivre très-légère. Dans cet étrier l'on place un petit plan de carton PL, couvert, dans sa surface supérieure, d'un enduit de cire d'Espagne, sur lequel l'on donne l'empreinte du fil d'acier que l'on veut soumettre aux expériences, ce qui donne la facilité, dans les essais successifs, de placer toujours le fil dans le même endroit : sous le milieu de cet étrier, l'on soude par son extrémité supérieure *f*, un fil de cuivre *ef*, dont l'extrémité inférieure *e*, est également soudée à un plan de cuivre D C R, très-large et très-leger. Ce plan vertical D C R, est submergé dans un vase V A, rempli d'eau, de manière que la surface de l'eau soit au moins de cinq ou six lignes, au-dessus du sommet *e* du plan. La résistance de l'eau contre le plan, est destinée à arrêter promptement les oscillations de l'aiguille *su*; mais il faut, comme nous venons de le dire, que le plan soit entièrement plongé dans l'eau, autrement dans les oscillations de l'aiguille, la surface de l'eau, s'élevant inégalement et adhérant à la surface du plan, pourroit faire varier la direction magnétique de l'aiguille (1).

(1) Dans le volume de l'Académie de 1785, j'ai donné la description d'une boussole destinée à observer les variations diurnes; dans ce mémoire j'ai proposé de souder un petit plan à l'aiguille. Les moyens exposés ici indiquent qu'il faut que ce petit plan soit soudé à un fil de cuivre, qui soit dans la même verticale que le fil de suspension, qu'il faut en outre que le plan soit entièrement submergé.

La *fig.* 2 représente l'appareil que nous venons de décrire, placé dans la balance magnétique. L'on pose cette balance de maniere que son côté *ab* soit dirigé suivant le méridien magnétique : la petite bande 45,0, 45, tracée sur le côté de la balance perpendiculairement au méridien magnétique, est la tangente d'un cercle qui auroit son centre dans le fil de suspension, ensorte qu'un plan vertical, passant par ce fil de suspension et le point *o*, milieu de la tangente, représente le méridien magnétique, la tangente, 0,45, est divisée suivant les degrés du cercle : pour opérer, l'on place d'abord horisontalement, dans l'étrier E, un fil de cuivre, et le micrometre étant sur le point *o*, l'on fait ensorte que la torsion étant nulle, le fil de cuivre se dirige dans le méridien magnétique. Nous avons donné dans nos Mémoires pour 1787, des méthodes qui rendent cette opération très-facile ; lorsque la balance est ainsi disposée, l'on substitue à l'aiguille de cuivre une aiguille aimantée ; ensuite, au moyen du micromètre de torsion, l'on éloigne cette aiguille de 20 à 30 degrés du méridien, et l'on observe la force de torsion nécessaire pour retenir l'aiguille à une pareille distance : lorsque l'on veut comparer ensuite la force directrice de cette aiguille avec celle d'une autre aiguille, l'on substitue cette deuxième à la précédente, et l'on a soin d'éloigner la deuxième du méridien magnétique, précisément d'autant de degrés que l'on en a éloigné la première ; il en résulte que les deux aiguilles, formant dans les deux expériences, le même angle avec le méridien magnétique, la force de torsion mesurera nécessairement les *momentum* de leurs forces directrices. Lorsque les angles de direction avec le méridien magnétique ne sont pas les mêmes dans les deux expériences, il est facile de les évaluer par le calcul, d'après les principes de l'article premier.

Il faut prévenir que, dans les expériences, pour donner de la précision aux résultats, il faut toujours proportionner la force de torsion des fils de suspension à la force aimantaire des aiguilles, de manière qu'en éloignant

les aiguilles à 30 degrés de leur méridien, la force de torsion des fils de suspension qui la retiennent à cette distance, soit toujours au moins de 25 à 30 degrés : c'est d'après cette observation que je me suis servi quelquefois de fil de cuivre de clavecin, tels qu'on les trouve sous différens numéros dans le commerce, et quelquefois de fils d'argent : dans les aiguilles d'un magnétisme très-foible, où le fil d'argent ne m'auroit donné que 2 ou 3 degrés de torsion, je suspendois les aiguilles à un fil de soie très-fin, et comptant le nombre d'oscillations qu'elles faisoient dans un temps donné, je calculois leur force directrice, au moyen des formules du mouvement oscillatoire que j'ai détaillé, *Mémoire cité neuvième volume des Savans étrangers.*

III.

Le rapport des forces de torsion de deux fils de suspension, inégaux en force, est facile à déterminer, soit par les formules et les expériences que nous avons donné, volume de l'Académie de 1784, soit plus simplement en suspendant successivement dans une position horisontale la même aiguille aimantée aux deux fils, au moyen du micromètre de torsion ; car si l'on éloigne pour les deux suspensions l'aiguille aimantée à une même distance de son méridien, les angles de torsion nécessaires pour tordre les deux fils, mesurent nécessairement le rapport de leur force de torsion, puisqu'ils retiennent l'un et l'autre à ce degré de torsion, la même aiguille aimantée, à la même distance de son méridien.

Dans les expériences qui vont suivre, je me suis principalement servi, pour les suspensions, d'un fil de cuivre numéroté 12, le plus fin que l'on trouve dans le commerce, et d'un fil d'argent beaucoup plus fin et dont la force de torsion, à même longueur, n'est que la trentième partie du fil de cuivre ; mais toutes les expériences, de quelqu'espèce

de suspension dont nous nous soyons servi, ont été rapportées par le calcul à celles qui auroient eu lieu avec un même fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce, de 14 pouces de longueur : ce fil pèse 0,83 grains, le pied de longueur.

IV.

Comparaison des momentum magnétiques de différentes aiguilles d'acier, du même diamètre et de différentes longueurs.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Fil d'acier pesant 38 *grains le pied.*

Le fil d'acier dont on s'est servi dans cette expérience, ainsi que dans toutes celles qui vont suivre, est du fil d'acier d'Angleterre, passé à la filière, d'un diamètre, par conséquent, égal dans toute sa longueur.

L'on place l'aiguille aimantée à saturation, dans l'étrier de suspension, le long d'une empreinte dirigée dans le méridien magnétique. L'on tord ensuite, dans tous les essais, le fil de suspension, jusqu'à ce que la direction de l'aiguille fasse un angle de 30 degrés avec le méridien magnétique, l'on observe l'angle de torsion : coupant ensuite l'aiguille d'acier successivement à différentes longueurs, et l'aimantant à chaque fois à saturation, l'on observe pour chaque aiguille, l'angle de torsion qui les retient à 30 degrés de leur méridien,

L'on s'est servi dans cette expérience, pour la suspension, d'un fil d'argent très fin et dont la force de torsion n'étoit que le trentième du fil de cuivre numéroté 12 ; mais en divisant par 30 l'angle de torsion trouvé par l'expérience, l'on a réduit les résultats aux nombres de degrés qui auroient été observés si l'on s'étoit servi du fil de cuivre numéroté 12. Il est bon d'avertir encore, que cette réduction a eu lieu dans toutes les expériences qui vont suivre, et l'on a eu :

1er. *Essai.* La longueur du fil d'acier aimanté, étant de 12 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de.	11,50	Degrés.
2e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 9 pouces de longueur	8,50	
3e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 6 pouces . .	5,30	
4e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 3 pouces . .	2,30	
5e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 2 pouces . .	1,30	
6e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 1 pouce . .	0,35	
7e. *Essai.* Avec un fil d'acier de ½ pouce . .	0,07	
8e. *Essai.* Avec un fil d'acier de ¼ pouce . .	0,02	

V.

Deuxième expérience.

Fil d'acier, pesant 865 grains le pied de longueur, ou ayant à-peu-près 2 lignes de diamètre.

1er *Essai.* La longueur du fil d'acier, aimanté à saturation, étant de 18 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de	288,00	Degrés.
2e. *Essai.* Pour une longueur de 12 pouces .	172,00	
3e. *Essai.* Pour une longueur de 9 pouces .	115,00	
4e. *Essai.* Pour une longueur de 6 pouces .	59,00	
5e. *Essai.* Pour une longueur de 4½ pouces .	34,00	
6e. *Essai.* Pour une longueur de 3 pouces .	13,00	
7e. *Essai.* Pour une longueur de 1½ pouce .	3,00	
8e. *Essai.* Pour une longueur de 1 pouce .	1,46	
9e. *Essai.* Pour une longueur de ½ pouce .	0,32	

VI.

Résultat de ces deux Expériences.

Dans la première expérience, on a trouvé qu'en éloi-

gnant l'aiguille d'acier, dont les 12 pouces de longueur pèsent 38 grains, à 30 degrés du méridien magnétique, la force de torsion, qui la ramenoit vers ce méridien, étoit mesurée par 11,50 degrés; que pour une longueur de 9 pouces, cette force [illegible] n'étoit [illegible] degrés; ainsi, dans ces deux essais, la diminution de la force directrice a été de 3 degrés ou d'un degré par pouce. En continuant cette opération, l'on trouve que de 9 pouc. à 6 pouc. la diminution de la force directrice a été de 3,2 pouces, encore très-approchant d'un degré par pouce; de 6 pouces à 3 pouces, la diminution a encore été de 3 degrés; et de 3 pouces à 1 pouce elle a été de deux degrés, c'est-à-dire, toujours d'un degré par pouce de diminution, d'où il est facile de conclure que jusqu'à ce que l'aiguille pesant 38 grains, soit réduite à un pouce de longueur, l'on trouve un rapport constant entre les quantités dont les aiguilles sont diminuées et celles dont les forces directrices diminuent; mais en comparant les longueurs de la même aiguille au-dessous d'un pouce, il paroitroit, d'après cette première expérience, que les *momentum*, depuis 1 pouce jusqu'à un quart de pouce, sont à-peu-près comme le carré des longueurs des aiguilles.

Dans la deuxième expérience, l'on trouve un résultat analogue à celui de la première. Car, comparant dans cette expérience le premier essai avec le deuxième, l'on trouve qu'une diminution de 6 pouces dans l'aiguille de 18 pouces de longueur, produit dans le *momentum* de la force directrice, une diminution de 116 degré, ou de 19 un tiers de degré par pouce.

En réduisant ensuite cette même aiguille de 12 pouces à 6 pouces, l'on trouvera encore dans les *momentum* une diminution de 19 degrés par pouce: mais de 6 pouces de longueur à 4 pouces et demi, le *momentum* de la force directrice ne diminue que de 16,6 degrés par pouce. Au-dessous de 4 pouces et demi jusqu'à un demi-pouce, il paroi-

troit que les *momentum* suivent à-peu-près le carré des longueurs des aiguilles ; ensorte que l'on peut, sans grande erreur, supposer dans cette deuxième expérience, que le *momentum* des aiguilles d'acier de 2 lignes de diamètre, depuis 0 pouce jusqu'à 5 pouces de longueur, sont à-peu-près comme le carré de leurs longueurs ; et que pour une plus grande longueur d'aiguille, les accroissemens des *momentum* sont à-peu-près proportionnels aux accroissemens des longueurs. Je dis à-peu-près, car lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation, l'on trouve que les accroissemens des momentum sont presque toujours un peu [illegible] que les accroissemens des longueurs, mais cette variation est généralement trop peu considérable pour être appreciée par des expériences du genre des deux qui précédent.

VII.

Du momentum *de la force directrice des aiguilles, relativement à leur diamètre.*

Nous venons de voir la marche que suivent les *momentum* des forces directrices de deux aiguilles de différentes longueurs, mais de même diamètre : nous allons actuellement chercher à déterminer les rapports des *momentum* de la force directrice de deux aiguilles aimantées à saturation, de différens diamètres : mais je dois commencer par prévenir que dans le courant des expériences, j'ai bientôt reconnu qu'il étoit presqu'impossible de se procurer deux aiguilles d'acier de différens diamètres, qui eussent exactement le même degré de ressort, et qui fussent d'une nature homogène : ainsi, pour avoir les lois du magnétisme dans les aiguilles de différens diamètres, j'ai été obligé de former des faisceaux d'aiguilles très-fines et tirées du même fil. Ce qui a beaucoup facilité cette opération, c'est qu'en tordant autour de son axe un fil de fer de demi-ligne à-peu-près de diamètre, et tel qu'on en trouve dans le commerce, j'ai vu que par

cette

cette torsion il prenoit de l'écrouissement et du ressort, et qu'il étoit susceptible, presque, du même degré de magnétisme, qu'un fil d'acier du même diamètre : d'après cette observation, j'ai choisi un fil de fer très-pur, tel qu'il sort de la filière avant d'être recuit; il avoit à-peu-près 120 pieds de longueur; je l'ai coupé en différentes parties, que j'ai tordu autour de leur axe en les tenant pour les redresser dans un état de tension; j'en ai formé des faisceaux de différens diamètres et de différentes longueurs, que j'ai aimantés à saturation. Plaçant ensuite ces faisceaux dans la balance magnétique, il a résulté d'un très-grand nombre d'expériences, dont nous allons en rapporter quelques-unes, que dans deux aiguilles de même nature, et dont les dimensions sont homologues, les *momentum* des forces directrices sont entr'eux comme le cube des dimensions homologues. Si, par exemple, je prends une aiguille d'une ligne de diamètre et de 6 pouces de longueur, et une autre aiguille de 2 lignes de diamètre et 12 pouces de longueur, dont les dimensions homologues sont, par conséquent, comme 1 : 2, les momens magnétiques de ces deux aiguilles aimantées, l'une et l'autre à saturation, seront entr'eux comme 1 est à 8, rapport des cubes de leurs dimensions homologues.

VIII.

Troisième Expérience.

L'on a tordu autour de leur axe, 36 fils de fer d'un pied de longueur, pesant 48 grains chacun; l'on a formé un faisceau de ces 36 aiguilles réunies et liées avec du fil; l'on a aimanté ce faisceau à saturation. En le suspendant ensuite horisontalement dans l'étrier de la balance magnétique, l'on a trouvé qu'il falloit un angle de torsion de 512 degrés pour retenir ce faisceau à 30 degrés du méridien magnétique.

IX.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'on a formé un second faisceau avec 9 aiguilles de 6 pouces chacune de longueur, mais de même nature et du même diamètre que celles qui ont servi dans l'expérience précédente, l'on a trouvé que pour retenir ce faisceau à 60 degrés du méridien magnétique, il falloit une force de torsion de 42 degrés.

X.

Résultat des deux expériences précédentes.

Dans les deux expériences qui précèdent, l'on s'est servi d'un fil de fer, tel qu'il sort de la filière, le plus pur que l'on ait pu se procurer; toutes les aiguilles ont été coupées à la même pièce, l'on est donc sûr qu'elles sont de même nature et de même diamètre, mais les deux faisceaux avoient leurs côtés homologues proportionels, dans le rapport de 2 à 1 les diamètres étant comme la racine carrée du nombre des aiguilles : ainsi les cubes des diamètres sont entr'eux comme 8 : 1; mais nous venons de trouver que les *momentum* des forces directrices des deux faisceaux, sont comme 342 : 42 :: 8,14 : 1,00, rapport qui diffère très-peu de celui de 8 à 1, ou de la masse des deux corps : l'on a répété les deux expériences qui précèdent, avec des faisceaux dont les dimensions homologues étoient comme 3 à 1, et comme 4 à 1; et l'on a toujours trouvé le même résultat, c'est-à-dire, les forces directrices proportionnelles aux cubes des diamètres des deux faisceaux.

XI.

Remarque.

Le résultat qui précède, qui nous a appris que les mo-

mens de la force directrice de deux aiguilles, dont les dimensions sont homologues, étaient comme le cube de ces dimensions, joint au premier résultat pour les aiguilles de même diamètre, mais de différentes longueurs, qui nous a fait connoître que, pourvu que les aiguilles eussent 40 à 50 fois leur diamètre de longueur, les momens de la force directrice croissoient ensuite proportionnellement à l'augmentation des longueurs, peuvent donner tout de suite le *momentum* magnétique de tous les fils d'acier, d'une même nature et au même degré de trempe, d'un diamètre et d'une longueur quelconque, pourvu que l'on connoisse le *momentum* de la force directrice d'une seule de ces aiguilles, ainsi que l'accroissement de son *momentum*, relativement aux accroissemens de sa longueur.

Je suppose, par exemple, que l'on veuille déterminer le *momentum* de la force directrice d'une aiguille de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre, mais de même acier et au même degré de trempe que celle de la deuxième expérience, qui avoit 2 lignes de diamètre; la question consiste à chercher dans la deuxième expérience, la longueur d'une aiguille de 2 lignes de diamètre, qui auroit des dimensions homologues avec celle de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre; l'on trouveroit que l'aiguille de 2 lignes de diamètre auroit 16 pouces de longueur; mais nous trouvons dans la deuxième expérience, que le *momentum* magnétique d'une aiguille de 2 lignes de diamètre et 16 pouces de longueur, auroit pour mesure 250 degrés, et puisque les dimensions homologues des deux aiguilles que l'on veut comparer, sont comme 5 est à 1, leurs cubes sont :: 27 à 1, ensorte que le *momentum* de la force directrice de l'aiguille de 6 lignes de diamètre et de 48 pouces de longueur, seroit représentée par $250 \times 27 = 6750$ degrés.

XII.

De l'action des différents points d'une aiguille aimantée, suivant que ces points sont plus ou moins éloignés de l'extrémité de l'aiguille.

Les expériences qui précèdent, et celles que nous avons données en 1785, dans les Mémoires de l'Académie, suffisent pour prouver que dans les fils d'acier, dont le diamètre est peu considérable, relativement à la longueur, les signes d'action du fluide magnétique sont concentrés vers les extrémités : l'expérience première et deuxième prouve même, comme nous le verrons tout à l'heure, que quelque soit la longueur des fils d'acier, pourvu qu'ils aient au moins 40 à 50 fois la longueur de leur diamètre, la courbe qui représente l'action magnétique de chaque point d'une aiguille, est la même, quelque soit la longueur du fil d'acier, et qu'elle s'étend à-peu-près depuis l'extrémité des aiguilles, jusqu'à une distance de ces extrémités, égale à 20 diamètres; que de là, jusqu'au milieu de l'aiguille, l'action est très-petite, ou que les ordonnées de la courbe qui exprimeroient cette action, se confondent presque avec l'axe de l'aiguille.

J'ai cherché à confirmer ce résultat par des expériences directes, en déterminant la loi que suit l'action magnétique des différens points d'une aiguille aimantée à saturation, depuis son extrémité jusqu'au milieu de l'aiguille : l'on peut appercevoir que pour le succès d'une pareille expérience, il a fallu disposer les essais de manière qu'en présentant un fil d'acier à une aiguille très-courte, il n'y eut qu'une très-petite partie du fil dont l'action sur l'aiguille fut considérable, afin de pouvoir en conclure la densité magnétique du point du fil présenté à l'aiguille.

XIII.

Dans une boîte dont la coupe est représentée en ABCD,

fig. 3, n°. 1, j'ai suspendu à la traverse F une petite aiguille d'acier, de 2 lignes de longueur et d'un quart de ligne de diamètre : au-dessous de cette aiguille, j'ai attaché à l'angle droit, avec un peu de cire, un petit cilindre de cuivre rouge, de 2 lignes de diamètre et d'un pouce de longueur, le tout étoit suspendu horisontalement par un fil de soie d'un pouce de longueur, tel qu'il sort du cocon; j'ai prouvé ailleurs que la force de torsion d'un pareil fil étoit presque nulle. L'aiguille et le cilindre de cuivre sont représentés en plan au n°. 2, *fig.* 3; 1,2 représente le fil d'acier, et 3,4 le cilindre de cuivre; l'on pose ensuite fixement dans la boëte, *fig.* 3, n°. 1, à 3 ou 4 lignes de l'aiguille *a*, une règle verticale *hi*; le long de cette règle l'on fait couler verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille *a*, un fil d'acier aimanté, à saturation, d'une ou deux lignes de diamètre, ensorte que le point *b* de l'axe de ce fil n'en soit qu'à deux ou trois lignes de distance.

Lorsque l'on veut déterminer l'action magnétique du point *b*, l'on fait d'abord osciller l'aiguille *a*, avant de lui présenter le fil d'acier *ns*; l'on compte le nombre d'oscillation que fait cette aiguille, en vertu de l'action seule du globe de la terre; l'on place ensuite l'extrémité *s* du fil d'acier aimanté en *b*, à la hauteur de l'aiguille *a*; l'on compte dans cette position le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait dans 60″; l'on baisse successivement l'extrémité *s* du fil d'acier, de six lignes en six lignes, et à chaque fois l'on compte le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait en 60″.

XIV.

De cette opération, il résulte que si l'aiguille *a* restoit toujours dans un même état de magnétisme, le point *b* du fil d'acier se trouvant seulement à trois lignes de distance de cette aiguille, il n'y auroit dans le fil que les points qui avoisinent *b*, dont l'action seroit considérable sur l'aiguille

a, puisque l'action des autres points décomposée suivant une direction horisontale, diminue à densité égale, en raison du carré des distances et de l'obliquité de leur action : ainsi en faisant successivement glisser les différens points *b* de l'aiguille le long de la règle *h i*, il en résulteroit que l'action des différens points *b* de l'aiguille, seroit à-peu-près proportionnelle au carré du nombre des oscillations faites par l'aiguille *a*, dans un temps constant.

X V.

La *fig.* 5, n°. 3, peut servir à démontrer l'assertion qui précède. *n s* représente le fil d'acier dont l'axe en *b* est placé à 3 ou 4 lignes du milieu de la petite aiguille *a*; si l'on prend au-dessus et au-dessous du point *b*, deux portions de fil *b c* et *b c'*, très-petites, relativement à la longueur totale du fil, la densité magnétique de cette portion *c c'* peut être, sans erreur sensible, représentée par une ligne droite *g k l*; ensorte que *g c* sera la densité du point *c*; *k b*, celle du point *b*; et *l c'*, celle du point *c'* : si l'on tire actuellement par le point *k*, une ligne *o k h*, parallèle à l'axe du fil d'acier *n s*, le triangle *g k o*, étant égal au triangle *k h l*, il en résulte que l'action de la portion *c c'* du fil d'acier *n s* sur l'aiguille *a*, étant décomposée dans une direction horisontale, est la même que si la densité magnétique eût été uniforme depuis *c* jusqu'en *c'*, et égal à *b k*, qui représente la densité du milieu *b*. Nous verrons cependant par les expériences qui vont suivre, que les résultats trouvés par le procédé que nous venons d'indiquer, exigent une correction, parce que l'état magnétique d'une aiguille *a*, dont les dimensions sont très-petites, et telles que celles de notre expérience change à mesure que les points *b* qu'on lui présente, sont plus ou moins aimantés.

XVI.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur.

L'on a pris un fil d'excellent acier, de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur, de la même grosseur et de la même nature que celui de notre deuxième expérience; il a été aimanté à saturation par la méthode que nous prescrirons à la fin de ce Mémoire. L'ayant placé, ainsi qu'il est indiqué dans les deux articles qui précèdent et par la *fig.* 3, à 3 lignes de distance de la petite aiguille *a*, qui a 2 lignes de longueur et un quart de ligne de diamètre, on l'a fait couler verticalement de 6 lignes en 6 lignes, en observant à chaque fois le nombre d'oscillations de l'aiguille *a*.

1er. *Essai.* L'aiguille *a*, avant qu'on lui présente le fil d'acier, fait à-peu-près une oscillation en 60″.

2e. *Essai.* En plaçant l'extrémité *s* du fil d'acier, au niveau de l'aiguille *a*, cette aiguille fait en 60″ . . 64 Oscillations.

3e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 6 lignes, l'aiguille *a* fait en 60″ 58

4e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée d'un pouce, l'aiguille *a* fait en 60″ 44

5e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 2 pouces, l'aiguille *a* fait en 60″ 18

6e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 3 pouces, l'aiguille *a* fait en 60″ 12

7e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 4 pouces et demi, l'aiguille *a* fait en 60″ une ou deux oscillations. Il en est de même jusqu'à ce qu'on ait baissé l'extrémité *s* du fil d'acier, jusqu'à un peu plus de 22 pouces, c'est-à-dire, jusqu'à 4 pouces et demi de l'autre extrémité *n*; pour

lors l'aiguille *a* tourne ses poles en changeant de position bout pour bout, et elle donne vers cette seconde extrémité et dans les points correspondans, à-peu-près le même nombre d'oscillations qu'à l'autre extrémité.

XVII.

Sixième Expérience.

Fil d'acier de 2 lignes de diamétre et de 10 pouces de longueur.

En présentant à l'aiguille *a*, à la même distance que dans l'expérience qui précède, un fil d'acier de la même nature et du même diamètre, mais ayant seulement 10 pouces de longueur, l'on trouve que les trois premiers pouces de chaque extrémité du fil de 10 pouces, donnent presque exactement la même action que les trois derniers pouces des extrémités du fil de 27 pouces, détaillés dans l'expérience qui précède.

XVIII.

Septième Expérience.

Fil de 5 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre.

Enfin, en se servant d'un fil d'acier de 5 pouces de longueur, mais du même diamètre que le précédent, l'on trouve encore aux extrémités de ces fils, et même jusqu'à cinq ou six lignes de ces extrémités, à très-peu-près, les mêmes degrés d'action qu'à l'extrémité des aiguilles des deux expériences précédentes.

XIX.

Première Remarque.

L'action qui fait osciller l'aiguille, se mesure ainsi que l'on le sait par le carré du nombre des oscillations faites dans le même temps; d'après cette considération, j'ai construit, *fig.* 4, en prenant le carré du nombre des oscillations, la courbe *abcde*, qui représente le lieu géométrique des densités ou des actions magnétiques de tous les points de la moitié d'une aiguille de 27 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre; dans cette *figure* o, 13 représente la moitié de la longueur de l'aiguille, et les ordonnées représentent les densités magnétiques : ces ordonnées décroissent, comme l'on voit, rapidement, et sont à-peu-près nulles vers le cinquième pouce; depuis ce point la courbe des densités se confond avec l'axe jusqu'au vingt-deuxième pouce, et sur les cinq pouces de l'autre extrémité, elles suivent à-peu-près la même loi, mais dans un sens contraire; ensorte que si la première extrémité a une densité positive, ou dont l'action, sur un pole de la même nature, soit répulsive, celle de l'autre extrémité sur le même pole sera attractive : dans la *figure* 4, nous avons doublé, à l'extrémité de l'aiguille en *o*, le nombre qui représente le carré des oscillations; il est facile de voir, d'après la méthode de l'article 15, que la véritable valeur de cette densité doit être encore plus grande, puisque dans ce point, par la position de l'aiguille, le point *b* étant *fig.* 3, n°. 1, l'extrémité de l'aiguille, il n'y a d'action que d'un des côtés de *b*, et non pas des deux côtés, comme dans tous les autres essais; d'ailleurs, la densité va en diminuant depuis le point *b*, lorsque *b* est l'extrémité du fil; au lieu que, pour pouvoir comparer le résultat du carré des oscillations dans ce cas avec les autres essais, il faudroit, d'après les observations de l'art. 14, que la densité fût uniforme,

parce qu'il n'y a pas ici de compensation d'un côté par l'autre.

X X.

Deuxième Remarque.

De la sixième expérience, nous tirerons cette conséquence intéressante, c'est que la courbe, *fig.* 4, qui représente aux deux extrémités de notre fil d'acier la densité ou l'action magnétique de chaque point de ce fil, est exactement la même, quelque soit la longueur des fils, pourvu qu'ils aient plus de 8 ou 9 pouces de longueur : de là on ne peut encore conclure que lorsqu'on mesure, relativement au méridien magnétique, le *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'acier, de différentes longueurs, mais de la même nature et de la même grosseur, ces *momentum* doivent différer entr'eux d'une quantité proportionnelle aux décroissemens des longueurs des aiguilles; car, puisque le *momentum* de la force directrice de chaque aiguille, sera égal à l'aire qui représente la somme des densités magnétiques, multipliée par la distance du centre de gravité de cette aire au milieu du fil, qui est le point de suspension, que d'ailleurs l'aire des densités, ainsi que ses dimensions sont les mêmes, quelques soient les longueurs des aiguilles; il est clair que le *momentum* de la force directrice du globe de la terre, pour chaque aiguille, sera représenté par cette aire, multipliée par la distance de son centre de gravité au milieu de l'aiguille; mais comme la distance de ce centre de gravité à l'extrémité de l'aiguille est constante, quelque soit la longueur des aiguilles, il en résulte que le *momentum* des aiguilles sera mesuré par une quantité constante, qui exprime l'aire des densités multipliée par la longueur de l'aiguille, moins la quantité constante qui représente la distance du centre de gravité de l'aire des densités, à l'extrémité de l'aiguille. Ce résultat se trouve exactement conforme

à ce que nous avons trouvé première et deuxième expérience, en cherchant le *momentum* magnétique de plusieurs aiguilles de même diamètre et de différentes longueurs ; car, nous avons vu, d'après ces deux expériences, que les momens de la force directrice croissent proportionnellement à l'accroissement des longueurs des aiguilles ; ce qui doit nécessairement avoir lieu, puisqu'en coupant une aiguille, et l'aimantant à saturation, la courbe qui représente l'aire des densités magnétiques, étant la même pour les aiguilles de différentes longueurs, le centre de gravité de cette aire se rapproche du milieu de l'aiguille de la moitié de la partie de la longueur que l'on a coupée, et par conséquent la diminution du *momentum* est proportionnelle à cette partie coupée.

X X I.

D'après la remarque qui précède, il est facile, au moyen de la première et deuxième expérience, qui nous ont servis à connoître la loi du *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'une même nature et de même grosseur, mais de longueurs différentes, de déterminer la place du centre d'action, ou, ce qui revient au même, le centre de gravité de la courbe des densités magnétiques de ces aiguilles.

Prenons d'abord pour exemple l'aiguille éprouvée dans la première expérience. Cette aiguille pèse 38 grains le pied de longueur ; nous avons trouvé, art. 4, que lorsque cette aiguille avoit 12 pouces de longueur, il falloit, pour la retenir à 30 degrés de son méridien magnétique, une force de torsion de 11,50 degrés, et lorsqu'elle avoit seulement 3 pouces de longueur, il falloit une force de [illegible] pour la retenir à la même distance. Mais, d'après les remarques qui précèdent, l'aire des densités *fig.* 4, est la même pour toutes les longueurs d'aiguille de la même grosseur, ainsi le centre de gravité de cette aire est dans les deux expériences à la même distance des extrémités de l'aiguille.

Soit A la surface de cette aire, soit x la distance du centre de gravité de cette aire à l'extrémité de l'aiguille, en nommant l la moitié de la longueur de l'aiguille, l'on aura pour son *momentum* magnétique la quantité $2A$ sin. 30.[d] $(l-x)$ et en prenant les deux quantités trouvées par la première expérience, pour le *momentum* des forces directrices des deux aiguilles de 12 pouces et de 3 pouces de longueur ; nous aurons les deux équations suivantes : $2A\,(6-x)$ sin. $30 = 11{,}30$

Et. . . . . $2A\,(1{,}5-x)$ sin. $30 = 2{,}30$

Divisons l'une par l'autre, il en résultera : . . . $x = 0{,}36$ pouces.

En faisant la même opération pour l'aiguille d'acier de la deuxième expérience, qui pèse 865 grains le pied de longueur, l'on tirera sa distance du centre de gravité de l'aire des densités à l'extrémité de l'aiguille ou $x' = 1{,}51$ pouces. Dans ces deux expériences, les diamètres des deux fils d'acier sont entr'eux comme les racines des poids, ainsi elles sont entre elles $:: \sqrt{865} : \sqrt{38} :: 4{,}8 : 1{,}0$; mais nous trouvons la distance du centre de gravité aux extrémités des aiguilles $:: 1{,}510 : 36 :: 4{,}2 : 1{,}0$: ainsi il paraîtroit, d'après ces résultats, que les distances du centre d'action magnétique de deux aiguilles, à l'extrémité de ces aiguilles, sont approchant entr'elles, comme les diamètres de ces aiguilles.

XXII.

Quatrième Remarque.

Il se présente ici une difficulté qui paroît mériter quelque attention ; nous venons de voir que la courbe *figure 4*, n°. 1, qui représente la densité magnétique, et qui est placée au bout du fil d'acier, de 2 lignes de diamètre, a son centre de gravité, à peu-près à 1,5 pouces de son ex-

trémité. Nous avons vu, cinquième expérience, que la densité magnétique de cette même aiguille, ne s'étend, d'une manière bien sensible, que jusqu'à cinq pouces, à-peu-près, de l'extrémité de ce fil d'acier: or, comme 1,5 pouces est le tiers de 4,5 pouces, il résulteroit de cette comparaison que la courbe des densités magnétiques, auroit son centre de gravité placé presqu'à la même distance de son extrémité, que si la figure de cette courbe étoit à-peu-près une ligne droite: or, nous trouvons, d'après l'expérience cinquième, *fig.* 4, n°. 1, que cette courbe est convexe du côté de l'axe. Quoique ces résultats ne soient pas contradictoires, il faut observer que la cinquième expérience nous indique seulement le point où la densité magnétique du fil d'acier est peu considérable; car, elle n'est égale à o qu'au milieu du fil d'acier. Cette expérience nous indique aussi les points de deux fils d'acier aimanté, de même grosseur où la densité magnétique est la même; mais l'on ne peut pas tirer la loi exacte des densités magnétiques de tous les points du fil d'acier de cette cinquième expérience, car elle donne, pour les fortes densités du point *b*, *fig.* 3, des quantités trop grandes, relativement aux petites densités des autres points de l'aiguille, en voici la raison:

Lorsque l'aiguille *a*, *fig.* 3 n'a qu'une ou deux lignes de longueur, et moins d'une demi-ligne de diamètre, comme dans l'expérience cinquième; cette aiguille, suspendue après avoir été aimantée, oscillant librement, sans aucune action étrangère au globe de la terre, ne donne que des signes très-faibles de magnétisme; mais si l'on lui présente à trois lignes de distance, comme nous l'avons fait dans la cinquième expérience, le fil d'acier *n s*, son état magnétique augmente à mesure que le point *b* du fil d'acier est plus chargé de magnétisme: ensorte que, d'un essai à l'autre, l'aiguille *a* n'est pas dans un état de magnétisme constant; mais cet état change à mesure que l'action du point *b* est plus ou moins grande: d'où il résulte, que dans les essais succes-

sifs de cette cinquième expérience, l'action du point b sur l'aiguille a, n'est pas proportionelle à la densité aimantaire du point b, mais en raison composée de cette densité et de l'état magnétique de l'aiguille a ; ensorte que, si l'état magnétique de cette aiguille croissoit proportionnellement à la densité magnétique du point b, pour lors l'action ou les ordonnées trouvées par notre courbe *fig.* 4 n°. 1, seroient comme le carré des densités du point b : c'est-à-dire, que si cette supposition pouvoit être admise, il faudroit que les ordonneés qui représenteroient les densités, fussent seulement proportionnelles au nombre d'oscillations trouvées par les essais de cette cinquième expérience.

Une expérience qui prouve d'une manière convaincante la variation de l'état magnétique de la petite aiguille a, pendant les différens essais ; c'est que si l'on présente un seul instant l'extrémité Sud, par exemple, de l'aiguille a à une ou deux lignes de distance de l'extrémité Sud du fil d'acier ns ; pour lors, par l'action du fil ns, le pole Sud de l'aiguille a devient dans un instant le pole Nord ; que de plus, par cette opération, cette petite aiguille se trouve aimantée à saturation, ce qui sera facile à prouver par le nombre des oscillations quelle fera librement, soit après avoir été présentée à deux lignes de distance du pole du fil d'acier $n s$, soit après avoir touché le pole de ce fil d'acier ou même un aimant plus fort, puisque dans les deux cas, l'on trouvera quelle fait, dans un même temps, le même nombre d'oscillations.

HUITIÈME EXPÉRIENCE,

Destinée à donner des Résultats plus rapprochés que la cinquième expérience.

Instruit par les observations de la remarque précédente, j'ai cherché à déterminer, par une nouvelle expérience,

les densités du fil *n s*, d'une manière plus rapprochée que par la cinquième expérience, dont nous venons de donner les détails et les inconvéniens. L'on sent que j'ai dû chercher à substituer à la petite aiguille *a*, dont l'état magnétique varioit d'un essai à l'autre, une autre aiguille dont la résistance magnétique fut plus grande, et en même temps dont l'action magnétique sur les points *b* du fil d'acier, *fig.* 3, ne fut pas assez considérable pour altérer, d'une manière sensible, l'état de ce fil; car l'action étant réciproque entre l'aiguille *a* et le fil *n s*, l'altération magnétique est également à craindre des deux côtés.

Voici comment je suis parvenu à un résultat rapproché, après plusieurs essais, pour déterminer les dimensions les plus convenables. A la place de la petite aiguille *a*, *fig.* 3, qui, dans notre cinquième expérience, n'avoit que deux lignes de longueur, et moins d'une demi ligne de diamètre, j'ai suspendu une aiguille d'acier de 3 lignes de diamètre et de 6 lignes de longueur; j'ai placé le point *b* du fil d'acier *n s*, à 8 lignes de distance de l'extrémité de l'aiguille *a*, et j'ai suivi d'ailleurs tous les procédés de l'expérience cinquième : en calculant ensuite l'action des différens points *b* du fil d'acier *n s* sur l'aiguille *a*, d'après le carré des oscillations, j'ai trouvé les densités de ces différens points comme ils sont cotés à la *fig.* 4, n°. 2; dans cette figure, la base $0,13\frac{1}{2}$ pouces représente la moitié de l'axe de l'aiguille; les ordonnées représentent les densités magnétiques des points correspondans. La dernière ordonnée *oa*, a été déterminée en faisant faire à *b a*, relativement à *b c*, le même angle que *bc* fait avec *cd*; cette dernière ordonnée devroit probablement être un peu plus grande, mais les autres se rapprochent de la vérité.

Il résulte de cette expérience, que la courbe des densités, *fig.* 4, n°. 2, à partir de l'extrémité de l'aiguille, se rapproche rapidement de l'axe, puisque dans notre expérience, l'ordonnée qui représente la densité du point placé à quatre

pouces et demi de l'extrémité du fil, est au moins dix-huit fois plus petite que celle de cette extrémité : l'on voit encore que, depuis ce point, la courbe continue à se rapprocher de l'axe, qu'elle coupe au milieu de l'aiguille, pour former, dans un sens opposé à l'autre extrémité de l'aiguille, une courbe absolument semblable à la première ; en calculant la distance du centre de gravité de la courbe des densités, d'après les ordonnées de la *fig.* 4, n°. 2, on le trouve placé à 1, 3 pouces de l'extrémité *o* : nous l'avons trouvé par le calcul de la deuxième expérience, art. 21, à 1,5 pouces de distance de cette extrémité, rapport aussi exact qu'on le peut espérer, dans des expériences de ce genre, qui sembleroit seulement indiquer que la densité des points placés proche le milieu de l'aiguille, est un peu plus grande que celle indiquée par notre figure ; ce qui doit venir, ainsi que nous l'avons prouvé, art. 22, de l'influence magnétique des points fortement aimantés du fil d'acier *n s*, sur l'état magnétique de l'aiguille *a* ; car, quoique cet état ne soit pas sujet à des variations aussi fortes que celles de la petite aiguille de l'expérience cinquième ; il y aura cependant, dans l'état de l'aiguille *a*, un accroissement de magnétisme d'autant plus sensible, que l'action du point *b* du fil d'acier *n s*, *fig.* 3, sera plus forte.

XXIV.

RÉCAPITULATION.

Réunissons en peu de mots les résultats principaux fournis par les expériences qui précedent.

1°. La courbe des intensités magnétiques peut, dans la pratique, se calculer comme un triangle qui ne s'étend que depuis l'extrémité des aiguilles jusqu'à une distance de cette extrémité, égale à 25 fois le diamètre de l'aiguille : ainsi, dans les aiguilles qui ont une longueur plus grande que 50 fois

fois leur diamètre, les *momentum* croissent comme l'accroissement des longueurs des aiguilles.

2°. Lorsque les aiguilles ont moins de 50 fois leur diamètre de longueur, les momens des forces directrices peuvent, dans la pratique, être évalués en raison du carré des longueurs des aiguilles. Ce résultat trouvé, *première et deuxième expérience*, est confirmé par la *cinquième*, *sixième et septième*, où l'on trouve que, quelle que soit la longueur des aiguilles, l'intensité magnétique de leur extrémité est sensiblement la même; ainsi, si la figure de la courbe des intensités est représentée par un triangle dont la pointe est au milieu de l'aiguille, et si l'on nomme, *fig. 4, n°. 5*, *n s* l'intensité magnétique des extrémités des aiguilles *A*, et *x* la moitié de l'aiguille, l'on aura, pour le *momentum* de la force directrice de cette aiguille, $\frac{2Ax^2}{3}$; c'est-à dire, que les *momentum* de la force directrice, sont comme les carrés des longueurs des aiguilles, lorsque ces aiguilles sont moindres que 50 fois leur diamètre, et que le lieu géométrique des densités magnétiques est à-peu-près une ligne droite.

3°. Lorsque l'on compare deux aiguilles de même nature, dont les dimensions sont homologues, les *momentum* de leur force directrice sont comme le cube des dimensions homologues.

XXV.

Essai sur la théorie du magnétisme, avec quelques nouvelles expériences tendantes à éclaircir cette théorie.

Les physicien ont attribués pendant long-temps les effets du magnétisme à un tourbillon de matière fluide qui faisoit sa révolution autour des aimans, soit artificiels, soit naturels, en entrant par un pole, et en sortant par l'autre. Ce fluide agissoit, disoit-on, sur le fer et l'acier à cause de la configuration de leurs parties, mais il n'exerçoit aucune action sur les autres corps. A mesure, dans ce système, qu'il se

présentoit quelques phénomènes inexplicables par un seul tourbillon, l'on en imaginoit plusieurs, ou l'on combinoit plusieurs aimans entre eux; on leur donnoit, suivant le besoin, des mouvemens particuliers. C'est sur de pareilles hypothèses que sont fondés les trois Mémoires sur la cause du magnétisme, qui furent couronnés par l'Académie en 1746.

Je crois avoir prouvé, *neuvième volume des Savans étrangers, page* 157 *et* 157, combien il étoit difficile de rendre raison, au moyen des tourbillons, des différens phénomènes magnétiques; il faut donc voir si, par des suppositions simples de forces attractives et répulsives, ces phénomènes s'expliqueront plus facilement. Pour éviter toute discussion, j'avertis, comme je l'ai déjà fait dans les différens Mémoires qui précèdent, que toute hypothèse d'attraction et de répulsion, suivant une loi quelconque, ne doit être regardée que comme une formule qui exprime un résultat d'expérience : si cette formule se déduit de l'action des molécules élémentaires d'un corps doué de certaines propriétés; si l'on peut tirer de cette première action élémentaire tous les autres phénomènes; si enfin les résultats du calcul théorique se trouvent exactement d'accord avec les mesures que fourniront les expériences, l'on ne pourra peut-être espérer d'aller plus loin, que lorsqu'on aura trouvé une loi plus générale qui enveloppe dans le même calcul des corps doués de différentes propriétés, qui, jusqu'ici, ne nous paroissent avoir entre elles aucune liaison.

M. Œpinus paroît être un des premiers qui ait cherché à expliquer, au moyen du calcul, par l'attraction et la répulsion, les phénomènes magnétiques. Il pense que la cause du magnétisme peut être attribuée à un seul fluide qui agit sur ses propres parties par une force répulsive, et sur les parties de l'acier ou de l'aimant par une force attractive. Ce fluide une fois engagé dans les pores de l'aimant, ne se déplace qu'avec difficulté. Ce système a conduit M. Œpi-

nus à cette conclusion, c'est que pour expliquer différens phénomènes magnétiques, il faut supposer entre les parties solides de l'aimant une force répulsive. Depuis M. OEpinus, plusieurs physiciens ont admis deux fluides magnétiques: ils ont supposé que lorsqu'une lame d'acier étoit dans son état naturel, ces deux fluides étoient réunis à saturation; que par l'opération du magnétisme, ils se séparoient et étoient portés aux deux extrémités de la lame. D'après ces auteurs, les deux fluides exercent l'un sur l'autre une action attractive; mais ils exercent sur leurs propres parties une action répulsive; il est facile de sentir que ces deux systèmes doivent donner, par la théorie, les mêmes résultats.

Il s'agit à présent de voir si les calculs fondés sur les hypothèses qui précèdent, seront exactement d'accord avec les expériences: recherches qu'il n'étoit pas possible de tenter avant de connoître la loi d'attraction et de répulsion des molécules aimantaires des corps magnétisés; loi que nous avons trouvée, *Mémoire de l'Académie, pour* 1785, *page* 606 *et suivantes*, en raison composée de la densité ou de l'intensité magnétique et inverse du carré des distances. Il étoit également impossible de vérifier aucune hypothèse, avant d'avoir employé des moyens qui donnassent des mesures exactes dans les expériences; ainsi que nous avons tâché de le faire dans celles qui précèdent.

XXVI.

Exemple pour déterminer, par le calcul, la distribution du fluide magnétique dans une aiguille d'acier cilindrique, d'après les systêmes qui viennent d'être énoncés.

Pour simplifier les résultats et mettre les calculs à portée d'un plus grand nombre de lecteurs, nous allons appliquer une méthode d'approximation à un exemple très-simple, mais qui suffira pour nous indiquer en même-temps les ré-

sultats principaux, donnés par les expériences qui précèdent, et la marche que l'on pourra suivre dans des exemples plus compliqués. Supposons, *figure* 5, que l'aiguille d'acier cilindrique $a\,b$, a de longueur six fois son diamètre, et est divisée en six parties égales; supposons cette aiguille aimantée à saturation, et cherchons quelle doit être la densité magnétique de chaque partie pour qu'il y ait équilibre au point de l'axe de chaque division; supposons de plus la densité magnétique uniforme dans chaque partie et différente seulement d'une partie à l'autre: d'après cette supposition, le point 3 étant placé au milieu de l'aiguille, les densités magnétiques des points des deux côtés, à égales distances du point 3, seront égales; mais les unes seront positives et les autres négatives. Que la limite de la force coërcitive qui empêche le fluide magnétique de couler d'une partie de l'aiguille dans l'autre, force que l'on peut comparer au frottement dans les machines, ou à la cohérence, soit représentée par la quantité constante A; pour avoir l'action de chaque partie sur un point de l'axe, il faut déterminer, par le calcul, dans la *fig.* 6, l'action du petit cilindre $c\,d\,f\,g$, dont la densité est uniforme, sur le point de l'axe C, en supposant l'action de tous les points en raison inverse du carré des distances. Soit le rayon du cilindre $a\,g = r$, la distance $c\,b = a$, la distance $c\,a = b$, la longueur du cilindre $b\,a = a - b$, c le rapport de la circonférence au rayon; l'action du cilindre $c\,d\,f\,g$, dont la densité est δ, agissant sur le point de l'axe C, dans la direction de l'axe $a\,c$, sera exprimée par la formule $c\,\delta\,(\,(a\,b) + (b\,b + r\,r)^{\frac{1}{2}} - (a\,a + r\,r)^{\frac{1}{2}}\,)$. Voici le type du calcul qui donne cette formule. L'action d'une zône circulaire, qui auroit, *fig.* 6, n°. 2, $m\,n = d\,r$ de largeur, et $p\,m = r$ pour rayon, éloignée du point c sur lequel elle agit à la distance $p\,m = x$, seroit représentée par la quantité [illegible], cette quantité intégrée de manière

qu'elle s'évanouisse quand $r = o$ donnera pour l'action du cercle dont r est le rayon, $c\,\delta\,(1 - \frac{x}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}})$ multipliant par dx et intégrant de manière que la valeur se complette quand $x = a$, et qu'elle s'évanouisse quand $x = b$, l'on aura, *fig.* 6, n°. 2, pour représenter l'action du petit cilindre $efgd$, sur le point c, évaluée dans la direction de l'axe la formule $C\,\delta\,((a - b) + (bb + rr)^{\frac{1}{2}} - (aa + rr)^{\frac{1}{2}})$ en appliquant à présent cette formule à notre exemple, où chaque partie du cilindre est égale à $2r$, et où il faut, *fig.* 5, qu'il y ait équilibre aux points de l'axe 1, 2, 3, entre les forces magnétiques et la résistance qu'éprouve ce fluide à passer d'un point à un autre du fil d'acier, l'on tirera les trois équations suivantes.

$$\text{au point } 1 \ldots\; 0{,}77\,\overset{(1)}{\delta} = 0{,}74\,\overset{(2)}{\delta} + 0{,}06\,\overset{(3)}{\delta} + \frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point } 2 \ldots\; 0{,}13\,\overset{(1)}{\delta} = -0{,}81\,\overset{(2)}{\delta} + 0{,}65\,\overset{(3)}{\delta} + \frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point } 3 \ldots\; 0{,}10\,\overset{(1)}{\delta} = -0{,}22\,\overset{(2)}{\delta} - 1{,}52\,\overset{(3)}{\delta} + \frac{Cr}{A},$$

en réduisant ces trois équations, l'on trouve, pour les densités magnétiques, les valeurs suivantes,

$$\overset{(1)}{\delta} = 2{,}41\,\frac{A}{Cr};\quad \overset{(2)}{\delta} = 0{,}72\,\frac{A}{Cr};\quad \overset{(3)}{\delta} = 0{,}19\,\frac{A}{Cr}.$$

XXVII.

Si l'on suppose une autre aiguille dont la force coërcitive, qui dépend de la nature et du degré de trempe de l'aiguille, soit représentée par A', dont le rayon soit r', et dont la longueur soit égale à six fois son diamètre, l'on auroit une aiguille dont toutes les dimensions seroient homogènes, ou proportionnelles aux dimensions de celle qui vient de servir de tipe à notre calcul, et nommant $\overset{(1)}{d}$, $\overset{(2)}{d}$, $\overset{(3)}{d}$,

les densités correspondantes aux trois divisions de la moitié de cette aiguille, l'on aura les trois valeurs

$$\overset{(1)}{d} = 2,41 \frac{A}{Cr}, \overset{(2)}{d} = 0,72 \frac{A}{Cr}, \overset{(3)}{d} = 0,19 \frac{A}{Cr}.$$

Ainsi dans les deux aiguilles, en comparant les densités correspondantes, l'on aura

$$\overset{(1)}{\delta} : \overset{(1)}{d} :: \overset{(2)}{\delta} : \overset{(2)}{d} :: \overset{(3)}{\delta} : \overset{(3)}{d} :: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'},$$

c'est-à-dire, que les densités des portions correspondantes des deux aiguilles, sont entr'elles :: $\frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$ en raison directe des forces coërcitives et inverse des rayons.

Si les deux aiguilles que l'on veut comparer avoient, relativement à leur diamètre, une longueur plus grande que la précédente; mais si elles étoient de dimensions homologues, il est facile de voir que l'on auroit, par la méthode qui précède, autant d'équations qu'il y auroit de division dans la moitié de l'aiguille, et comme dans chaque équation correspondante les coëfficiens des parties semblablement placées sont les mêmes, il en résulte que les densités des parties semblablement placées, seront dans tous les cas entr'elles :: $\frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$.

XXVIII.

Il est à présent facile de calculer d'après la théorie, le rapport des momens magnétiques des actions du globe de la terre, qui ramènent deux aiguilles aimantées à saturation de dimensions homologues au méridien magnétique; considérons dans ces deux aiguilles deux parties homologues dont les rayons soient r et r', les masses des parties homologues seront :: $r^3 : r'^3$, les masses du fluide

magnétique de ces mêmes parties seront comme les densités multipliées par le cube des rayons : mais le milieu de chaque aiguille étant dans nos expériences, le centre de rotation, autour duquel chaque partie sollicitée par la force aimantaire de la terre est rappellée à son méridien magnétique, il en résulte que chaque partie a, pour *momentum* autour de ce point, le produit de sa densité du cube du rayon et de la distance de ce point au centre de rotation. Mais comme les densités dans deux parties correspondantes de deux aiguilles homologues sont entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$; que de plus, pour les parties semblablement placées dans les deux aiguilles homologues, les distances au milieu des aiguilles sont comme les rayons ; il en résulte que le *momentum* magnétique qui rappelle deux aiguilles homologues au méridien magnétique, sont entr'eux en raison directe ; composée de la force coërcitive, et du cube du rayon : mais nous avons vu, *art.* 10, qu'il résultoit de l'expérience, que dans deux aiguilles de même nature, et de dimensions homologues, les momens de la force directrice étoient comme les cubes des rayons, ce qui se trouve parfaitement conforme à la théorie.

Nous avons également trouvé Art. XXI, d'après l'expérience, que dans deux aiguilles d'acier de même nature, mais de différens diamètres, le centre de gravité de la courbe qui représentoit les densités du fluide magnétique, étoit placé relativement aux extrémités de ces aiguilles, à des distances proportionnelles à leur diamètre; les formules qui précèdent donnent le même résultat.

XXIX.

La conformité que nous trouvons ici entre les expériences fondamentales et le calcul, semble donner un grand poids, soit à l'opinion de M. Œpinus, soit au système des deux

fluides, telle que nous l'avons présentée; cependant il faut avouer qu'il y a quelques phénomènes qui semblent se refuser entièrement à ces hypothèses; en voici un des principaux.

Nous avons vu Art. I.er, que lorsqu'une aiguille aimantée étoit suspendue librement, la somme des forces boréales qui sollicitoient cette aiguille dans le méridien magnétique, étoit exactement égale à la somme des forces australes; ce résultat, fondé sur des expériences que l'on ne peut contredire, a lieu, non-seulement pour une aiguille que l'on vient d'aimanter; mais si après l'avoir aimantée l'on coupe cette aiguille en différentes parties; que l'on coupe, par exemple, l'extrémité de la partie boréale, cette partie suspendue sera sollicitée par des forces boréales et australes exactement égales; mais dans les hypothèses précédentes, cette partie seroit uniquement chargée de fluide boréal, et l'action des deux poles magnétiques du globe de la terre se réuniroit pour la transporter vers le pole boréal; ainsi la théorie se trouve ici en contradiction avec l'expérience.

XXX.

Je crois que l'on pourroit concilier le résultat des expériences avec le calcul, en faisant quelques changemens aux hypothèses; en voici un qui paroît pouvoir expliquer tous les phénomènes magnétiques dont les essais qui précèdent ont donnés des mesures précises. Il consiste à supposer dans le système de M. Æpinus, que le fluide magnétique est renfermé dans chaque molécule ou partie intégrante de l'aimant ou de l'acier; que le fluide peut être transporté d'une extrémité à l'autre de cette molécule, ce qui donne à chaque molécule deux poles; mais que ce fluide ne peut pas passer d'une molécule à une autre. Ainsi, par exemple, si une aiguille aimantée étoit d'un très-petit diamètre, ou si, *fig. 7*, chaque molécule pouvoit être regardée comme une

une petite aiguille dont l'extrémité nord seroit unie à l'extrémité sud de l'aiguille qui la précède, il n'y auroit que les deux extrémités *n* et *s* de cette aiguille qui donneroient des signes de magnétisme; parce que ce ne seroit qu'aux deux extrémités où un des poles des molécules ne seroit pas en contact avec le pole contraire d'un autre molécule.

Si une pareille aiguille étoit coupée en deux parties après avoir été aimantée en *a*, par exemple. L'extrémité *a* de la partie *n a*, auroit la même force qu'avoit l'extrémité *s* de de l'aiguille entière, et l'extrémité *a* de la partie *s a*, auroit également la même force qu'avoit l'extrémité *n* de l'aiguille entière avant d'être coupée.

Ce fait ce trouve très-exactement confirmé par l'expérience; car, si l'on coupe en deux parties une aiguille très-longue et très-fine après l'avoir aimantée, chaque partie éprouvée à la balance, se trouve aimantée à saturation, et quoiqu'on l'aimante de nouveau, elle n'acquérera pas une plus grande force directrice.

Chaque partie de notre aiguille, dans ce nouveau systême, de quelque manière qu'elle soit aimantée ou coupée, sera dirigée dans le méridien magnétique par des forces australes et boréales parfaitement égales ; ce qui paroît être un des principaux phénomènes auquel il faut que les hypothèses satisfassent.

L'hypothèse que nous venons de faire, paroît très-analogue à cette expérience électrique très-connue. Lorsque l'on charge un carreau de verre garni de deux plans métalliques; quelque mince que soient les plans, si on les éloigne du carreau, ils donnent des signes d'électricité très-considérable : les surfaces du verre, après que l'on a fait la décharge de l'électricité des garnitures, restent elles-mêmes imprégnées des deux électricités contraires, et forment un très-bon électrophore ; ce phénomène a lieu quelque peu d'épaisseur que l'on donne au plateau de verre : ainsi, le fluide électrique, quoique de nature différente des deux côtés

du verre, ne pénètre qu'à une distance infiniment petite de sa surface; et ce carreau ressemble exactement à une molécule aimantée de notre aiguille. Et si, à présent l'on plaçoit l'un sur l'autre une suite de carreaux ainsi électrisés de manière que, dans la réunion des carreaux, le côté positif qui forme la surface du premier carreau se trouve à plusieurs pouces de distance de la surface négative du dernier carreau; chaque surface des extrémités, ainsi que l'expérience le prouve, produira, à des distances assez considérables, des effets aussi sensibles que nos aiguilles aimantées; quoique le fluide de chaque surface des carreaux des extrémités ne pénètre ces carreaux qu'à une profondeur infiniment petite, et que les fluides électriques de toutes les surfaces en contact s'équilibrent mutuellement, puisqu'une des surfaces étant positive, l'autre est négative.

Enfin, dans aucun système d'attraction et de répulsion, l'on ne peut pas supposer qu'un des deux fluides magnétiques puisse passer d'une barre d'acier dans une autre, puisque les aiguilles aimantées sont toujours sollicitées par des forces boréales et australes, absolument égales; cependant, si l'on remplit un petit tuyau ou une paille, de limaille d'acier, et qu'on l'aimante, l'on trouvera à ce tuyau une force directrice, très sensible, et que l'on mesurera facilement à notre balance électrique. La limaille du tuyau se trouve dans le cas de notre hypothèse, puisque le fluide magnétique ne peut pas passer d'une molécule d'acier dans un autre.

Voici encore une expérience à l'appui de notre opinion; le long d'une règle de bois, *fig.* 8, je place en contact par leur extrémité une file de cinq ou six parallélipipedes de fer très-doux, formant ensemble une longueur de dix-huit a vingt pouces. J'applique le pole *s* d'une barre aimantée à l'extrémité *A*, et je fais glisser, comme je l'ai fait *fig.* 3, la ligne *AB* de mes parallélipipedes à quatre ou cinq lignes de distance d'une petite aiguille *a* aimantée. Comme le fluide magnétique ne peut pas passer d'un parallélipipede à l'autre,

chaque parallélipipede devroit présenter deux poles. L'expérience apprend au contraire, que toute la ligne AB donne la même nature de magnétisme, que le pole s de l'aimant sn en contact par ce pole avec l'extrémité A. Cette expérience s'explique facilement dans notre hypothèse.

XXXI.

Il est facile, d'après ce que nous venons de dire, de se rendre compte de l'état magnétique d'une lame aimantée; que $abcd$, *fig.* 9, *n°.* 1, représente cette lame, que nous supposons formée d'une infinité d'élémens longitudinaux. hgy est une fibre élémentaire que l'on voit plus en grand, *fig.* 9, *n°.* 2, dans laquelle 1, 2, 3 représente des petites aiguilles qu[illegible] molécules élémentaires. Dans chaque molécule le fluide magnétique peut se transporter d'une extrémité à l'autre, mais ne peut pas sortir de la molécule : ainsi, dans la première aiguille, si le fluide aimantaire est condensé à l'extrémité boréale de la quantité a, dans cette même aiguille il sera dilaté à l'extrémité australe au-delà de l'état de neutralisation de la quantité a; dans l'aiguille 2 il pourra être condensé à l'extrémité boréale d'une quantité $a+b$; ainsi il sera dilaté à l'autre extrémité de l'aiguille de la même quantité $a+b$; dans l'aiguille 3 il sera condensé à l'extrémité boréale de la quantité $a+b+c$; ainsi à l'autre extrémité de la même aiguille, il sera dilaté de la même quantité; il en sera de même pour tous les autres élémens de cette fibre.

De-là il résulte qu'à l'extrémité de notre fibre, la force boréale sera a; qu'à l'extrémité boréale du deuxième élément, la force boréale sera réduite à b, la force a étant détruite par la force négative a de l'extrémité australe de l'élément 1; à l'extrémité boréale de l'élément 3, la force boréale sera réduite à c, la partie $(a+b)$ étant détruite par la force négative du pole austral de l'élément 2.

Il est facile, à présent, en remplaçant notre fibre dans la *fig.* 9, *n°.* 1, de voir qu'en prenant dans cette fibre, du côté boréal, par exemple, un point quelconque c, dont la force [illegible], d'après l'observation qui précède, soit représentée par c. Si l'on tire par ce point c, une ligne $o\,f$ perpendiculaire à la longueur de la lame; dans l'état de stabilité, l'action de toute la partie $a\,b\,f\,o$ sur le point c, étant décomposée dans la direction $h\,c$, doit faire équilibre à l'action de toute la partie restante $f\,o\,c\,d$, plus à la force coercitive qui empêche le fluide de couler dans chaque élément.

Ainsi, dans notre hypothèse, le calcul des actions magnétiques ou de l'intensité de forces magnétiques de chaque point, doit nous donner précisément le même résultat que celui du transport du fluide magnétique, d'une extrémité d'une lame à l'autre. Calcul qui donne, comme nous l'avons vu, la plus grande conformité entre les expériences et la théorie, lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation.

XXXII.

Nous avons jusqu'ici essayé de déterminer par l'expérience et par la théorie, les principales loix de la distribution du fluide magnétique dans des aiguilles de différentes longueurs et de différentes grosseurs; nous avons vu qu'au moyen de quelques corrections, il étoit facile de faire cadrer la théorie avec les phénomènes magnétiques. Nous allons actuellement donner quelques expériences destinées à déterminer, 1°. la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, destinées à indiquer le méridien magnétique; 2°. le degré de trempe et de recuit qui convient le mieux aux lames d'acier, pour prendre le magnétisme; 3°. le degré de magnétisme que prend un faisceau de lames aimantées, ainsi [illegible] de ces lames, lorsqu'on la détache de ce faisceau, et que sans l'aimanter de nouveau, l'on en déter-

mine la force magnétique ; 4°. les moyens qui nous ont le mieux réussi pour aimanter les aiguilles d'acier à saturation, et pour former des aimans artificiels.

XXXIII.

Forme et degré de trempe des aiguilles aimantées

La plupart des auteurs ont cru que la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, étoit une lame d'acier ayant la figure d'un parallélograme rectangle.

L'expérience m'a prouvé qu'à même longueur, même poids et même épaisseur, une lame taillée en flèche, *fig.* 9, *n°*. 3, avoit un *momentum* magnétique, plus grand qu'un parallélograme rectangle.

Huitième Expérience

Dans une lame d'acier, que l'on trouve dans le commerce sous le nom de tole d'acier d'Angleterre, l'on a coupé trois aiguilles de la longueur de six pouces.

La première étoit un parallélograme rectangle de 9½ ligne de large, qui pesoit 382 grains.

La seconde, également parallélogramatique rectangle, avoit 4¾ ligne de large, et pesoit 191 grains.

La troisième, taillée en flèche, avoit à son milieu 9½ ligne de large, et pesoit comme la deuxième, 191 grains.

L'on a suspendu successivement ces trois aiguilles dans la balance magnétique, après les avoir aimanté, et on a eu les résultats suivans :

Premier essai.

Les trois aiguilles trempées, rouge blanc.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains a été retenue à 30 degrés de son méridien magnétique, par une

force de torsion, mesurée par. . . . . 85 dégrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 49

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains par 53

DEUXIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à consistance d'un ressort violet.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion de. . . . . 118 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 65

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par 68

TROISIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites, couleur d'eau.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion de. . . . . 126 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 68

L'aiguille en flèche pesant 191 grains par . 5

QUATRIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à un degré de chaleur, rouge obscur.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion mesurée par . . . . 134 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains, par 70

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par . 79

CINQUIÈME ESSAI.

Les aiguilles rougies à blanc et non trempées.

En faisant rougir les aiguilles à blanc, et les laissant refroidir lentement sans les tremper, l'on a trouvé que le degré du magnétisme qu'elles pouvoient prendre étoit à-peu-près le même que lorsque les aiguilles étoient trempées rouge-blanc, comme dans le premier essai.

XXXIV.

Remarque sur cette expérience.

Cette expérience nous apprend, 1°. que dans les lames, l'état de trempe très-roide est celui où elle se charge le moins de magnétisme, que dans cet état, le magnétisme est à-peu-près le même que lorsque l'aiguille est recuite rouge-blanc : que depuis l'état de la plus forte trempe, le magnétisme des lames va toujours en augmentant dans tous les degrés de recuit, jusqu'à ce que le recuit soit d'un rouge très-sombre, et que le magnétisme diminue ensuite à mesure que la lame est recuite à un plus grand degré de chaleur, que parvenu au rouge-blanc et refroidie lentement, la lame étant ensuite aimantée, prendra à-peu-près le même degré de magnétisme qu'après la trempe la plus roide sans recuit.

Cette expérience montre encore que dans des lames de même épaisseur et de même poids, le *mòmentum* magnétique de celle taillée en flèche, est un peu plus grand que dans les aiguilles parallélogramatique.

Enfin, il est encore facile de voir dans cette expérience que dans un parallélograme de la même épaisseur et longueur, mais d'une largeur double d'un autre, le *momentum* magnétique n'est pas deux fois aussi grand. Ce résultat étoit indiqué par la théorie.

XXXIV.

État magnétique d'un faisceau composé de plusieurs lames

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Dans la même tôle d'acier qui a servi aux expériences précédentes, l'on a taillé 16 aiguilles parallélogramatiques rectangles, de 6 pouces de longueur, et de 9 lignes et demi de large, pesant chacune 582 grains. Elles ont toutes été recuites à blanc sans les tremper pour être sûr de les avoir dans le même état ; parce que, ainsi que nous venons de le voir, le magnétisme varie suivant le degré de trempe et de recuit, et qu'il auroit été difficile de s'assurer que l'état de ressort eût été le même dans toutes les lames si l'on avoit employé un plus foible degré de recuit, chaque aiguille a été aimantée à saturation en particulier, et on les a réunies ensuite en joignant ensemble les poles du même nom, l'on formoit, par ce moyen, des faisceaux d'un certain nombre d'aiguilles, que l'on lioit ensemble avec un fil de soie très-fin, mais assez fort pour les serrer l'une contre l'autre. L'on plaçoit le faisceau dans la balance magnétique, en l'éloignant à chaque essai de 30 degrés de son méridien magnétique, l'on observoit la force de torsion nécessaire pour la retenir à cette distance.

1er. *Essai.*	Une seule aiguille à 30 degré de son méridien magnétique, il a fallu pour la retenir à cette distance, une force de torsion mesurée par	82 Degrés.
2e. *Essai.*	Deux aiguilles réunies	125
3e. *Essai.*	Quatre aiguilles réunies	150
4e. *Essai.*	Six aiguilles réunies	172
5e. *Essai.*	Huit aiguilles réunies	182
6e. *Essai.*	Douze aiguilles réunies	205
7e. *Essai.*	Seize aiguilles réunies	229

XXXIV.

XXXIV.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition de l'aiguille précédente.

J'ai séparé les 16 aiguilles du septième essai de l'expérience précédente ; je les ai placées successivement dans la balance magnétique, en les éloignant à 30 degrés du méridien magnétique, et en nommant, première aiguille, celle d'une des surfaces du faisceau, et de suite jusqu'à la seizième qui forme l'autre surface, j'ai trouvé :

1er. *Essai.*	Première aiguille est retenue à 30 degrés de son méridien, par une force de torsion de .	46 Degrés.
2e. *Essai.*	Deuxième aiguille	39
3e. *Essai.*	Troisième aiguille	14 $\frac{1}{2}$
4e. *Essai.*	Quatrième aiguille	44 $\frac{1}{2}$
5e. *Essai.*	Cinquième aiguille	31
6e. *Essai.*	Sixième aiguille	32 $\frac{1}{2}$
7e. *Essai.*	Septième aiguille	22 $\frac{1}{2}$
8e. *Essai.*	Huitième aiguille	30 $\frac{1}{2}$
9e. *Essai.*	Neuvième aiguille	30
10e. *Essai.*	Dixième aiguille	26
11e. *Essai.*	Onzième aiguille	29 $\frac{1}{2}$
12e. *Essai.*	Douzième aiguille	34
13e. *Essai.*	Treizième aiguille	26
14e. *Essai.*	Quatorzième aiguille	32
15e. *Essai.*	Quinzième aiguille	30
16e. *Essai.*	Seizième aiguille	48

L'on a de nouveau réuni toutes les aiguilles, sans rien changer à leur état magnétique, ni à l'ordre où elles étoient dans le septième essai de la huitième expérience ; plaçant le faisceau dans la balance magnétique, et l'éloignant à 30 degrés de son méridien, il a fallu, pour le retenir à cette

distance ; une force de torsion de 219 degrés, exactement la même qu'avant la désunion des aiguilles.

XXXV.

Résultat des deux dernières expériences.

La huitième expérience prouve que la force magnétique de chaque faisceau croît dans un beaucoup moindre rapport que le nombre des lames, ou que l'épaisseur du faisceau. Une lame seule a, pour *momentum* de sa force directrice, 82 degrés de torsion, tandis que pour 16 aiguilles réunies, le *momentum* magnétique moyen de chacune, a pour mesure 219 degrés ou 13,7 degrés, c'est-à-dire, à-peu-près la sixième partie de 82 degrés, force directrice d'une seule lame isolée et aimantée à saturation. J'ai déjà tiré de ce résultat une conclusion très-importante, dans le *neuvième volume des savans étrangers*, relativement aux aiguilles de boussole destinées à indiquer le méridien, et portées sur des chapes et des pivots : c'est que le *momentum* du frottement des pivots augmentant, comme je l'ai prouvé pour lors, dans un rapport plus grand que les pressions, tandis que les *momentum* magnétiques croissent dans un rapport beaucoup moins grand que les masses ou que les pressions des pivots, les aiguilles peu épaisses et très-légères sont à même longueur préférables à toutes les autres. L'on voit en effet par notre expérience, qu'en supposant même les *momentum* des frottemens proportionnels aux pressions, si le frottement pouvoit produire sur une seule lame aimantée à saturation, une erreur de 4' dans sa position relativement au méridien magnétique, d'après notre expérience, elle en produiroit une six fois plus grande, ou à-peu-près de 24', si l'on s'étoit servi d'un faisceau de seize lames.

Il est inutile d'examiner ici les lois que suivent le *momentum* magnétique des faisceaux de lames que nous avons

soumis aux expériences; il faudroit, pour avoir cette loi, étendre le travail que nous avons fait, expérience huitième, pour un cas particulier, à des lames de différentes longueurs et de différentes largeurs : mais il nous paroit facile de prévoir ces résultats d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, d'après toutes les recherches que nous avons présentées au commencement de ce mémoire, dans des cas analogues, pour des cilindres d'acier de différentes grosseur et longueur.

En examinant à présent le tableau donné par la neuvième expérience, l'on voit que les deux lames des surfaces du faisceau décomposé, ont une plus grande force magnétique que les autres. La première étant mesurée par 46 degrés, et la seizième par 48 degrés, l'on voit également que le *momentum* moyen de toutes les autres lames est à-peu-près égal et mesuré par 30 degrés. Car quoique le *momentum* magnétique de la troisième lame n'ait été trouvé dans cette expérience que de 14 degrés et demi, cette diminution est compensée par le *momentum* des aiguilles qui avoisinent; la deuxième ayant pour mesure de sa force directrice 39 degrés, et la quatrième 44 degrés; ensorte que le *momentum* moyen de ces trois aiguilles est $\frac{39 + 14\frac{1}{2} + 44}{3} = 31\frac{1}{2}$: en répétant cette expérience, et remplaçant la troisième lame par une autre, je n'ai plus trouvé d'irrégularité, et cette troisième lame avoit une force directrice mesurée par 32 degrés comme les autres.

Mais une observation bien curieuse que présente cette neuvième expérience, c'est que la somme des *momentum* particuliers de toutes les lames nous donne une quantité plus que double de celle du faisceau composé. Si en effet nous ajoutons ensemble les *momentum* de toutes les lames de la neuvième expérience, nous trouvons cette somme égale à 516 degrés; tandis qu'en réunissant toutes les aiguilles, le faisceau ainsi composé ne nous donne que 229 degrés.

Ce dernier résultat pourroit s'expliquer, dans notre théorie, par l'état contraint du fluide magnétique, repoussé des extrémités de chaque élément dans le faisceau composé, par l'action de toutes les lames réunies, et sur-tout par celle des surfaces; action qui n'a lieu d'une manière sensible qu'aux extrémités du faisceau. Lorsque le faisceau est décomposé, l'action des parties éloignées des extrémités, qui reste à-peu-près la même que dans les lames composées, repousse le fluide magnétique vers les extrémités; d'où résulte l'augmentation du *momentum* que nous venons de trouver par l'expérience.

XXXVI.

DIXIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition d'un faisceau de quatre lames.

J'ai réuni seulement quatre des aiguilles précédentes, après les avoir aimantées à saturation; le faisceau, éloigné à 30 degrés de son méridien, y étoit rappellé par une force mesurée, par. . . . . 150 degrés.

Ces aiguilles désunies étoient rappellées au méridien.

La première, par une force de *momentum*, mesurée par. 70

La deuxième, par. 44

La troisième, par. 44

La quatrième. 60

XXXVII.

ONZIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition d'un faisceau de huit lames.

Huit aiguilles réunies ont été rappellées au méridien

magnétique, dont elles étoient éloignées de 30 degrés, par une force de. . . . . 183 degrés.

Les aiguilles avoient été séparées.

La première étoit rappellée par une force mesurée, par. 48

La deuxième. 76

La troisième. 55

La quatrième. 53

La cinquième. 54

La sixième. 58

La septième. 55

La huitième. 51

Il est inutile de s'arrêter à ces deux expériences. Elles donnent des résultats analogues à ceux que nous avons développés dans les articles qui précèdent : nous allons passer aux méthodes pour aimanter les lames à saturation, et pour former des aimans artificiels.

XVIII.

De la maniere d'aimanter.

Je vais présenter les moyens qui m'ont le mieux réussi, pour construire, avec peu de dépenses, des aimans artificiels d'une très-grande force ; il sera facile de voir que j'ai été dirigé par les expériences et les observations qui précèdent.

Lorsque l'on veut aimanter un fil ou une lame d'acier, l'on sent qu'il doit être avantageux, lorsqu'on se sert de deux barres pour aimanter, de faire concourir l'action des deux poles de ces barres. C'est ce qui a fait imaginer la méthode de la double touche. *La fig.* 10 indique la manière dont elle a été d'abord pratiquée ; sur l'aiguille *n s* que l'on vouloit aimanter, l'on plaçoit verticalement les deux barreaux S N, S′ N′ à 7 à 8 lignes de distance l'un de l'autre, plus ou

moins, suivant la force des aimans : les points S et S' représentent les poles sud, et N et N' les poles nord. L'on promène, dans cette situation, les deux barreaux d'une extrémité de l'aiguille *n s* à l'autre.

M. OEpinus a remarqué que dans cette méthode le centre d'action des deux aimans N S, N' S', étant nécessairement placé à quelque distance de leurs extrémités, au point μ, par exemple, l'action sur les points de l'aiguille, compris entre les deux barres, se fait très-obliquement, et ne donne pas par conséquent à cette aiguille tout le degré de magnétisme qu'elle pourroit recevoir. Ainsi, au lieu de placer dans cette opération les deux barres verticalement, M. OEpinus conseille de les incliner sur l'aiguille, comme à la *fig.* 11, et de les promener dans cette situation d'une extrémité de l'aiguille à l'autre.

J'ai trouvé effectivement, au moyen de la balance magnétique, que j'ai décrite au commencement de ce mémoire, que la méthode de M. OEpinus étoit préférable à la première ; mais j'ai en même-temps trouvé qu'elle ne donnoit pas tout à fait aux aiguilles le degré de saturation magnétique ; que le plus souvent même, lorsque l'aiguille avoit beaucoup de longueur, il se formoit dans les parties intermédiaires plusieurs poles, dont l'action, à la vérité, étoit peu considérable, mais étoit sensible. J'en attribue la cause à l'action particulière de chaque aimant, qui tend à produire sur les points dépassés par les deux aimans, un effet contraire à celui que l'on cherche. Dans notre *fig.* 11, le pole S, par exemple, placé sur l'aiguille, tend à donner en même-temps au point *q* qui est placé sous le pole *s*, la même nature de magnétisme, qu'au point μ ; c'est-à-dire, que dans l'hypothèse des deux fluides magnétiques, qui peuvent se transporter vers les deux extrémités des aiguilles, si le point μ est entraîné vers le point *n* ; le point *q* qui l'avoisine sera entraîné vers le point *s*, après que ce point *q* aura été dépassé par les deux aimans : dans notre hypo-

thèse, où le fluide magnétisme ne peut se mouvoir que dans les parties intégrantes, les molécules μ et q, qui sont voisinent, tendent à s'aimanter en sens contraire ; ce qui doit produire une diminution de magnétisme vers les extrémités des aiguilles, où le fluide magnétique doit être le plus condensé, et ce qui peut, dans les aiguilles très-longues, ainsi que l'expérience le prouve, donner naissance à plusieurs poles. Cette observation, qui ne pouvoit être que le fruit des mesures, exactes données par nos expériences, m'a obligé à changer la méthode d'aimanter de M. Œpinus ; et voici, après plusieurs tentatives, le moyen qui, d'après la balance magnétique, a paru le plus avantageux.

Je me sers, pour mon opération, de quatre aimans très-forts, construits d'après une méthode que je vais détailler tout-à-l'heure. Je pose, *fig.* 12, sur un plan horisontal, mes deux plus forts aimans N S, N S, en les plaçant en ligne droite, de manière qu'ils soient éloignés l'un de l'autre, d'une quantité de quelques lignes moindre que la longueur de l'aiguille *n s*, que je veux aimanter. Je prends ensuite les deux aimans N′ S′, et les inclinant comme dans la méthode de M. Œpinus, je les pose d'abord, en joignant presque leurs poles sur le milieu *m* de l'aiguille ; je tire ensuite chaque aimant, sans changer son inclinaison jusqu'à l'extrémité de l'aiguille, et je recommence cinq ou six fois cette opération sur les différentes faces de l'aiguille. Il est clair que dans cette opération, les poles de l'aiguille *n s* restent fixes et invariables aux extrémités de l'aiguille, au moyen des deux forts aimans N S, sur lesquels cette aiguille est posée : l'effet produit, par ces deux aimans, ne peut qu'être augmenté par l'action des deux aimans supérieurs qui concourent à aimanter toutes les molécules de l'aiguille dans la même direction.

Comme par l'opération qui précéde, l'aiguille *n s*, placée entre les deux gros aimans, acquiert, par le concours des actions des quatre aimans, une force polaire plus forte que

celle qu'elle peut conserver, lorsqu'on la sépare de ces aimans, il en résulte qu'au moment de cette séparation, l'aiguille perd une partie de magnétisme qu'elle devoit à ces forces, et que son magnétisme diminue jusqu'à ce que l'action magnétique de toute l'aiguille, sur chacun de ses points, soit en équilibre avec la force coërcitive. Ainsi, en séparant l'aiguille des aimans, elle se trouve aimantée à saturation.

J'ai trouvé encore qu'en aimantant par notre méthode, l'on étoit plus sûr de donner aux surfaces des lames destinées à former des aiguilles, pour indiquer le méridien magnétique, un degré de magnétisme égal; ce qui paroît mériter une grande attention dans la construction des boussoles, si l'aiguille est suspendue de champ.

XXXIX.

Construction des aimans artificiels.

J'ai pris, *fig.* 13, une trentaine de lames d'acier trempées et revenues à consistance de ressort, de 5 à 6 lignes de large, sur 2 ou 3 lignes d'épaisseur, et de 36 pouces de longueur; les lames de fleuret, telles qu'on les trouve dans le commerce, forment d'assez bons aimans. La tole d'acier d'Angleterre, coupée par lames d'un pouce de large, trempée et recuite à consistance de ressort, dans les degrés indiqués, *art.* 35, est préférable. Lorsque je n'emploie à chaque aimant que 15 ou 20 livres pesant d'acier, il suffit de donner aux lames 30 à 36 pouces de longueur.

J'aimante chaque lame en particulier, d'après la méthode prescrite à l'article qui précède: je prends ensuite deux parallélipipedes rectangles de fer très-doux et très-bien poli, de six pouces de longueur, de 20 à 24 lignes de large, et de dix à 12 lignes d'épaisseur; je forme, avec ces deux parallélipipedes, représenté *fig.* 13, en N et S, l'armure de mon aimant, en enveloppant une extrémité de chaque parallélipipede d'une couche de mes lames d'acier aimantées, de manière

nière que l'extrémité des parallélipipedes dépasse l'extrémité des lames, de 20 à 24 lignes, et que l'autre extrémité des parallélipipedes se trouve enveloppée par l'extrémité des lames. Sur cette première couche de lames d'acier, de 3 à 4 lignes d'épaisseur, j'en place une seconde qui a 3 pouces de moins de longueur que la première, ensorte que la première dépasse cette deuxième de 18 lignes, de chaque côté; l'on fixe le tout aux extrémités, au moyen de deux anneaux de cuivre qui serrent les lames l'une contre l'autre et qui empêche l'armure de s'échapper.

La *fig.* 13 représente deux aimans artificiels, composés d'après la méthode que nous venons de prescrire; N et S, sont les deux extrémités des deux parallélipipedes de fer; les deux autres extrémités, engagées entre les lames d'acier, sont ponctuées dans cette même figure. Chaque aimant ainsi composé, est fixé solidement par des anneaux de cuivre qui sont marqués sur les deux aimans en a, b, a', b', les contacts placés en A et B, réunissent les poles des armures.

L'expérience m'a appris qu'avec un appareil de cette forme, chaque aimant pesant 15 ou 20 livres, il falloit une force de 80 à 100 livres pour séparer les contacts : qu'en plaçant les aiguilles ordinaires de boussole sur les deux extrémités de nos deux barres, composées comme dans la *fig*, 12, elles s'aimantoient à saturation, sans qu'il fût nécessaire de les frotter avec les aimans supérieurs; il est inutile d'avertir, que lorsque l'on voudra se procurer des aimans d'une plus grande force, il faudra, à mesure que l'on multipliera le nombre des lames d'acier, augmenter leur longueur, et les dimensions des parallélipipedes de fer, qui servent d'armure. Il seroit facile d'évaluer les différentes dimensions que doivent avoir les aimans d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, d'après les lois du magnétisme et la position du centre d'action des fils d'acier de différentes longueurs et grosseurs, que nous avons exposés dans le courant de ce Mémoire.

MÉMOIRE

SUR L'ANCIENNETÉ DE LA SPHÈRE EN GÉNÉRAL,

Et de quelques Constellations en particulier.

PAR M. LE GENTIL.

L'ancienneté de la sphère est généralement connue des astronomes, ainsi que celle du zodiaque qui n'en est pas la partie la moins intéressante. Ce cercle qui traverse obliquement en forme de grande roue, et au milieu duquel est une ligne que l'on conçoit sans largeur, a été évidemment imaginé pour tracer, dans le ciel, la route apparente du soleil, au travers des étoiles ou des constellations qu'il renferme. Il est cependant vraisemblable que le zodiaque, en tant qu'il représente la route du soleil et son cours annuel, ne remonte pas jusqu'aux premiers âges de l'astronomie. Il paroît que le zodiaque de la lune a précédé celui du soleil, et qu'il est le premier en date. Or, ce premier zodiaque me semble être celui que l'on retrouve encore aujourd'hui chez les indiens, composé de vingt-sept constellations : avec celui-ci, on aura sans doute formé celui du soleil. Les brames m'ont formellement enseigné que chaque signe du zodiaque solaire est composé de deux constellations et un quart de constellation de celui de la lune. Les anciens paroissent donc avoir d'abord formé un zodiaque pour la route de la lune ; il étoit bien naturel et bien juste que le soleil eût le sien. Je ne pense pas qu'il puisse jamais y avoir de doute sur tous ces objets, parmi les astronomes ; je dis parmi les astronomes, car je sais qu'un

savant prétend que le zodiaque n'a point été fait pour représenter la route du soleil. *Voyez les Mémoires de l'académie des belles-lettres.*

J'ai déja entretenu l'académie de l'ancienneté du zodiaque solaire, et j'ai fait voir que ce cercle, et les constellations qu'il renferme, remontent aux siécles les plus reculés. De l'Asie, il est passé en Grèce, de-là chez les Romains : les Grecs n'en sont donc point les inventeurs, comme ils semblent en avoir la vaine prétention : ils n'ont fait que l'habiller à la grèque; car ils n'ont véritablement point eu d'astronomes avant l'époque de la fondation de l'académie, ou école d'Alexandrie. On trouve, à la vérité, dans Homère et dans Hésiode, deux de leurs poétes qui ont fleuri vers les neuvième et dixième siécles avant J. C., qu'il est parlé de quelques constellations, et nomément d'Arcturus et de la grande Ourse; mais on sait à n'en pouvoir douter que la première est une très-ancienne constellation égyptienne, et quant à l'Ourse, les Grecs prétendoient bien, selon Pausanias, qu'elle tiroit son origine de Licaon et de sa fille; mais cet auteur judicieux marque en même-temps que le grand Chariot, qui est l'Ourse des Grecs, étoit beaucoup plus ancien que Licaon. Avant Hipparque, même avant Thymocharis et Aristille, les astronomes employoient les levers et les couchers des étoiles pour en déduire leur place dans le ciel, et c'est ainsi, nous dit ce grand astronome, que tous les anciens mathématiciens en ont usé, pour partager et diviser le zodiaque. Quel travail immense ne suppose donc pas l'ancienne sphère? Il a fallu y employer des millions, peut-être, d'observations. Dans quel temps les Grecs les avoient-ils donc faites, eux dont l'origine ne remonte pas au-de-là du quinzième ou seizième siécle avant J. C.? Eudoxe, un de leurs philosophes, qui vivoit quatre cents ans environ avant J. C., est celui de tous les Grecs savans, parvenus à notre connoissance, qui nous a laissé le plus de faits ou de détails sur l'ancienne sphère. Le poéte Aratus, qui est venu après, la suivi presque en tout, comme le fait voir Hipparque : mais malgré les éloges qu'en

a prodigués à Eudoxe, il est certain qu'il n'étoit point astronome. M. Bailly l'a dit dans son histoire de l'astronomie ancienne, et nous sommes bien d'accord en ce point.

L'ouvrage d'Eudoxe est perdu; mais nous en avons des fragmens très-précieux dans les commentaires d'Hipparque sur Aratus: c'est ce que nous connoissons de plus ancien sur la sphère. D'après la lecture de ces fragmens, Newton avoit conçu l'idée la plus belle et la plus hardie, idée véritablement digne de lui, celle d'en déterminer l'époque et de pénétrer, par ce moyen, dans les ténèbres des premiers temps de la Grèce, à l'aide du flambeau de l'astronomie. Se fondant sur un passage de saint Clément d'Aléxandrie, qui paroît donner à entendre que Chiron forma le premier les constellations, ce grand homme imagina que c'étoit la sphère d'Eudoxe, et comme ce même Chiron passe pour avoir été lié avec les argonautes, Newton supposa facilement que l'ouvrage de Chiron fut imaginé pour conduire ces héros dans leur expédition; mais je montrerai, dans un ouvrage fait exprès, combien Newton s'est trompé dans sa supposition et dans le choix des étoiles. Selon lui la sphère d'Eudoxe ne remonteroit qu'à neuf cents trente-six ans avant J. C., époque que les défenseurs de l'expédition des argonautes sont bien loin de vouloir admettre p[illegible]expédition. M. Freret, ancien secrétaire de l'académie des belles-lettres et inscriptions, un des plus zélés partisans de cette célèbre expédition, que j'oserai cependant traiter ici, en passant, de fabuleuse et chimérique; M. Freret, dis-je, ayant voulu relever les erreurs qui résultent dans la chronologie du système de Newton, sur cette matière, avance de son côté qu'il trouve au contraire que cette même sphère se rapporte avec la plus grande exactitude à l'an 1353 avant J. C., et comme ce même savant trouve, d'un autre côté, que l'expédition des argonautes est [illegible] M. Freret a été obligé de supposer qu'il y a une différence uniforme et constante; c'est-à-dire, toujours la même, entre

les positions des étoiles décrites par Eudoxe, relativement aux cercles de la sphère, et celles qu'Hipparque nous donne de ces mêmes étoiles, dans ses commentaires; c'est, sans doute, ce qui a fait dire à l'illustre auteur de l'histoire de l'astronomie ancienne, en parlant d'Eudoxe, que cette différence uniforme et constante, dont parle M. Freret, est bien loin d'exister entre la sphère d'Eudoxe et celle d'Hipparque.

1°. Elle est formellement contredite par Hipparque lui-même.

2°. Si Hipparque eût en effet reconnu une différence constante de 15° à 16°, par exemple, entre la sphère d'Eudoxe et la sienne, telle que M. Freret suppose qu'elle existe entre ces deux sphères, ce grand astronome n'auroit point balancé sur la précession que les observations d'Aristille et de Tymocaris ne lui avoient fait que soupçonner.

Il faut donc ici partir d'un principe incontestable; c'est qu'Hipparque trouve que la sphère d'Eudoxe est à très-peu de chose près, conforme aux apparences de son temps, dans plusieurs de ses points; mais qu'une grande partie en diffère plus ou moins; quelques-uns même en sont éloignés d'une quantité très-considérable. La différence, entre les deux sphères, n'est donc, de l'aveu d'Hypparque, pas même constante, et la même dans tous ses points. J'ai cru, en conséquence, que ce seroit une chose aussi curieuse qu'utile de travailler sur cette matière qui n'a été traitée par personne depuis Hipparque; de calculer toutes les étoiles de la sphère d'Eudoxe; c'est-à-dire leur position par rapport aux colures, à l'équateur et aux deux tropiques. Cet ouvrage, qui m'a pris beaucoup de temps pour l'avoir refait et vérifié jusqu'à trois fois, manquoit à l'histoire de l'astronomie ancienne; il est achevé à bien peu de chose près. Hipparque a été mon guide, et je l'ai suivi très-exactement en tout. J'ai trouvé dans mes résultats des époques si éloignées les unes des autres, qu'il m'a paru impossible de se refuser d'admettre des dates différentes dans la sphère d'Eudoxe.

1°. Le calcul rigoureux les donne.

2°. Si l'on fait attention à l'ouvrage d'Eudoxe, et comment il l'a composé, on reconnoîtra que ce n'est en effet qu'un composé de tout ce qu'il a pu trouver dans ses voyages en différentes parties de l'Asie, où l'on cultivoit alors l'astronomie avec succès, et sur-tout en Egypte, où il demeura quelque temps, et où il fut très-lié avec un prêtre égyptien ; mais il faut, en même-temps, considérer qu'il ignoroit la précession des équinoxes. Il n'est donc pas étonnant qu'on trouve différentes époques dans la sphère ancienne qu'il nous a laissée.

Les quatre points cardinaux du monde, que l'on déduit de son ouvrage, en y employant les constellations du zodiaque ; c'est-à-dire du Cancer, des serres du Scorpion et du Capricorne, diffèrent, comme nous allons le prouver, de plus de 1000 ans de ceux qu'on déduit des Ourses, et du Dragon leur gardien ; constellations extra-zodiacales très-anciennement connues, comme étant très-voisines du pole ; et par conséquent plus propres à la navigation, telle que l'exerçoient les peuples des contrées voisines de la Méditerranée, il y a trois à quatre mille ans.

De toutes les constellations extra-zodiacales, je n'ai trouvé que le Poisson austral qui m'ait donné fort exactement la même époque que le Cancer, les serres du Scorpion, et le Capricorne. C'est que dans l'ancienne et primitive sphère le Poisson austral étoit uni au Capricorne, comme on voit encore dans plusieurs planisphères ; dans le zodiaque indien des transactions philosophiques, cela se voit ainsi ; et dans celui que j'ai apporté de l'Inde que je tiens des brames, le Capricorne n'y est point, mais à la place les brames y placent un Poisson.

Je supprime ici la trop longue énumération des résultats de mes calculs, et des différentes époques qu'ils m'ont offerts. Il me suffit d'en citer quelques-uns des plus intéressans et des plus frappans ; mais qui ne prouvent pas, à beaucoup près, que la sphère ancienne ni le zodiaque, soient l'ouvrage des Grecs. Eudoxe dit que les points cardinaux du monde étoient dans le milieu du Cancer, des

serres du Scorpion et du Capricorne. Or, le calcul astronomique le plus rigoureux que j'ai fait de ces trois points, m'a appris que depuis l'instant où ce phénomène a eu lieu jusqu'en 1720, les colures avoient rétrogradé de 1ˢ 15° 41', qui, à raison de 72 ans pour un degré, donne 3289 ans, dont ôtant 1720, reste 1569 avant J. C.

Eudoxe dit encore que le colure des solstices passoit par le milieu de la grande Ourse, que le tropique d'été passoit par la main droite d'Andromède, et par les têtes des Gémeaux.

En procédant sur ces trois constellations comme j'ai fait sur les précédentes ; je trouve que la grande Ourse auroit été observée 2750 ans avant J. C. Le Dragon, gardien de l'Ourse, rentre à 13 ans près dans cette détermination, savoir 2737 ans avant J. C.

La constellation d'Andromède m'a donné 2448, et les têtes des Gémeaux 2588. Ces quatre déterminations ne s'éloignent guères les unes des autres, et ne cadrent, en aucune façon, avec la précédente. Or, j'oserai interroger les Grecs, et leur demander ici qu'étoient-ils dans ces temps là 2500 à 2600 ans avant J. C. ? qu'étoient-ils même 1569 ans avant la même époque ? A peine existans alors, et plus pirates qu'astronomes, auroient-ils pu avoir fait les milliers, ou plus exactement les millions d'observations nécessaires des levers et couchers des étoiles, pour partager le ciel en différens quartiers, classer les étoiles, et leur assigner à chacune une position réciproque, former le zodiaque, le diviser, et fixer dans le ciel les 4 points cardinaux, où nous les trouvons d'après Eudoxe 1600 ans avant J. C. ? Les Grecs n'ont donc pas pu former le zodiaque.

Mais j'ai trouvé deux autres constellations, qui nous reculent encore bien davantage ; ce sont celles de Céphée et de la Cassiopée, qui sont à côté l'une de l'autre. Céphée et la Cassiopée sont deux très-anciennes constellations, dont l'origine se perd dans l'antiquité, et que les Grecs ont revêtues et décorées de leur costume.

En suivant le récit d'Hipparque, Céphée auroit été observé 5000 ans environ avant J. C., la Cassiopée ne s'éloigne pas beaucoup de cette époque ; mais comme Eudoxe ne parle point de la Cassiopée, on nous demandera d'où nous avons tiré sa position ; qui s'accorde, disons-nous, si exactement avec la position de Céphée.

Cette détermination de la Cassiopée je l'ai trouvée dans Hygin. Hygin, affranchi d'Auguste et très-connu des astronomes, nous a laissé un ouvrage curieux et intéressant sur l'ancienne sphère. C'est une vraie compilation de tout ce qu'il a trouvé de fait avant lui sur cette matière ; car il n'étoit point véritablement astronome ; et en effet on voit qu'il n'a pas la prétention de nous donner un ouvrage fait sur ses propres observations. Or cet auteur, en nous donnant la description de la Cassiopée, avance un fait digne de remarque, et auquel il ne paroit pas qu'on ait fait attention [illegible] Hipparque, ni dans Eudoxe, ni dans Aratus, ni enfin dans aucun auteur ancien, du moins que je sache ; c'est que le visage de la Cassiopée arrive jusqu'au cercle d'été qu'elle touche de sa tête ; il ajoute encore qu'elle a une étoile dans la tête. (*Effigies autem corporis ad æstivum circulum pervenit, quem capite et dextra manu tangit..... hujus in capite stella ostenditur una*).

Il faut qu'Hygin ait vu ce qu'il avance dans quelqu'ancien livre qui aura péri, ou sur quelque planisphère, car il ne nous rapporte point ce fait comme une remarque qu'il auroit faite ; en effet, la tête de la Cassiopée étoit de son temps à 18° ou 20° au nord du tropique ; mais il y a eu un temps où cette apparence a eu lieu ; et si nous trouvons qu'elle est arrivée dans le temps même que la main de Céphée étoit dans le colure d'hiver, nous en conclurons trois choses.

Premièrement qu'Hygin, sans s'en douter, nous a transmis une très-ancienne observation astronomique ; secondement, que la sphère d'Eudoxe, avec laquelle s'accorde

s'accorde ce fait, tiré d'Hygin, est par conséquent de la plus haute antiquité.

Troisièmement enfin, que cette même sphère a été faite avec soin. Or mes calculs confirment cette position de la Cassiopée dont je parle : lorsque la main gauche de Céphée, désignée par Hipparque, étoit selon Eudoxe dans le colure d'hiver ou dans 9ˢ justes, l'étoile de la tête de la Cassiopée avoit 9ˢ 22° 17′, sa latitude étoit en même-temps de 45° 00′. J'en ai conclu sa déclinaison de 22° 17′, c'est-à-dire, qu'elle étoit de 1° ¼ au sud du tropique. La tête de cette constellation touchoit donc le tropique dans le même-temps que la main gauche de Céphée étoit dans le colure d'hiver. Pour savoir à quelle époque précisément cette étoile s'est trouvée sous le tropique, nous ferons observer qu'elle changeoit dans cette position de 1° 56′ en déclinaison pour 8° de mouvement en longitude, d'où j'ai conclu qu'elle étoit dans 10ˢ 4° 40′ précisément, lorsque le tropique la coupoit en deux. Or si on compare cette longitude à celle qu'elle avoit en 1720, on trouvera 2ˢ 26° 53′ de mouvement au colure ; ce qui répond à 6232 ans, dont ôtant 1720, restent 4512 ans avant J. C.

Cette observation et celle de Céphée, donnent les deux plus anciennes époques que cache la sphère ancienne. Cette sphère n'est donc pas de Chiron ; elle ne peut donc pas s'accorder à l'époque où on le suppose avoir vécu 1353 ans avant J. C. Je finirai en faisant observer à cette occasion que ces deux époques approchent beaucoup de celle de 4242, que j'ai supposée être celle de la formation du zodiaque, lorsque les premières étoiles de la vierge étoient au solstice d'été, et dont j'ai eu l'honneur d'entretenir l'Académie, il y a deux à trois ans, dans une de ses rentrées publiques.

MÉMOIRE

SUR QUELQUES GRANDS HIVERS DU DERNIER SIÈCLE.

Par M. PINGRÉ.

L'hiver que nous éprouvons actuellement sera probablement le plus précoce, le plus rigoureux et le plus long de ce siècle. Dans le journal de Paris, du 6 janvier de cette année 1789, on donne un dépouillé de quelques hivers longs et rigoureux, ressentis en Provence durant les 14e, 15e et 16e siècles, le tout extrait de l'histoire de cette province, par l'abbé Papon. Peut-être ne sera-t-il pas inutile de comparer l'hiver actuel avec quelques hivers du 17e siècle, observés à Paris même par Ismaël Boulliaud, et consignés dans ses manuscrits autographes, que M. le Monnier a bien voulu me communiquer. La comparaison ne sera pas parfaite ; on ne faisoit pas alors usage du thermomètre ; mais quelques circonstances pourront aider à juger de l'intensité du froid.

1655 et 1656.

Les observations météorologiques de Boulliaud comprennent un intervalle de 43 ans, depuis 1635 jusqu'en 1677 ; mais l'hiver de 1655 à 1656 est le premier grand hiver que j'y trouve détaillé.

Le premier novembre 1655, à Paris, ciel très-pur ; température de l'air telle qu'on peut la desirer en printemps, ou même en été.

Le 3 et le 4 il tomba quelque pluie.

Les jours suivans le ciel redevint serein, et la température fut telle qu'on pouvoit l'éprouver en été ou vers la fin du printemps.

A ce beau temps succéda, le 23, un brouillard.

Il gela le 25 et le 26.

Les premiers jours de décembre, il neigea.

Du 8 au 18, la gelée fut excessive ; la Seine fut prise.

Du 18 au 28, l'air fut humide.

Le 29 la gelée recommença et dura jusqu'au 28 janvier 1656.

Une nouvelle gelée reprit peu de jours après et dura jusqu'en mars : mais en ces deux reprises le froid fut moins rigoureux qu'en décembre.

On peut conclure de ce détail que cet hiver ne fut guère fâcheux que par sa longue durée.

1657 et 1658.

Il gela depuis le 24 décembre 1657 jusqu'au 20 janvier 1658, de manière, cependant, que le froid ne fut pas alors extrêmement piquant.

Le 20 janvier, par un vent impétueux de nord-est, le froid devint excessif, très-peu de personnes se ressouvenoient d'avoir jamais éprouvé un froid si pénétrant. Tout fut glacé. L'âpreté du froid continua jusqu'au 26.

Le 27 l'air un peu radouci fit espérer un dégel : mais le 28, le froid redevint aussi perçant qu'il l'avoit été, et dura jusqu'au 8 février.

Le 9 et le 10 février, la glace et la neige, qui étoit tombée en abondance, commencèrent à se fondre.

Le lundi 11, à deux heures du matin, le vent étant remonté au nord et au nord-est, les eaux furent prises de nouveau, la gelée fut extrême, au lever du soleil il n'existoit plus le moindre vestige de la fonte précédente. La rigueur du froid se fit sentir jusqu'au 18.

Enfin, le 19 février, le vent soufflant du nord-ouest et ensuite de l'ouest, la fonte de la glace et des neiges recommença, et ne discontinua plus.

Le 21, la glace qui couvroit la Seine s'entr'ouvrit.

Le 22, la rivière commença à grossir.

Le 27 et le 28 elle déborda ; l'inondation fut plus grande qu'aucune de celles dont on avoit mémoire. Depuis six heures du soir du 27 jusqu'à midi du 28, l'eau baigna les murs de l'église de St-André-des-arcs, il falloit une planche pour traverser la rue. Le 28 à midi les eaux commencèrent à baisser. La rigueur du froid avoit fait périr plusieurs voyageurs ; d'autres en furent quittes pour la perte de quelques membres.

Durant la nuit du 28 février au premier mars, une grande partie du Pont-Marie fut emportée par le courant, et plusieurs personnes périrent. Le jour suivant les derrières de quelques maisons voisines de la rivière furent pareillement emportés.

1662 et 1663.

L'été et l'automne de 1662 furent très-secs : les cultivateurs, dans plusieurs provinces du royaume, ne purent travailler la terre ni l'ensemencer avant les pluies, qui ne commencèrent à tomber que le 20 novembre.

La gelée dura depuis le 5 décembre 1662 jusqu'au 8 mars 1663. Cependant durant ce long intervalle, le froid parut trois fois se radoucir. La Seine fut entièrement prise au mois de décembre.

1666.

Je ne joins ici cette année, qu'à cause d'une singularité remarquée par Boulliaud.

Le 29 janvier, froid très-âpre, de manière que la Seine charioit des glaçons vastes et très-épais.

Vers le soir le vent passa du nord au sud, et le lendemain à huit heures du matin le dégel commença par une pluie douce, à laquelle succéda un vent violent de sud-est.

Le même jour, à 10 heures du soir on vit des éclairs, et le tonnerre se fit entendre avant minuit.

1670.

Boulliaud ne dit autre chose de cet hiver, sinon que le froid fut excessif dans les mois de janvier et de février, et que sa violence fit périr un grand nombre d'arbres.

1676, 1677.

Le froid fut rigoureux depuis le 2 décembre 1676 jusqu'au 13 janvier 1677. La terre fut couverte de neige et la Seine fut prise pendant 35 jours consécutifs. L'air fut ensuite humide.

En février on éprouva quelques gelées, mais elles ne furent pas fortes : les pluies furent fréquentes.

La température fut la même en mars, le ciel fut presque toujours couvert.

Le commencement d'avril fut encore froid et humide : vers le milieu du mois la température fut plus douce : mais bientôt après les fraicheurs recommencèrent, et durèrent jusqu'au 22 mai.

Le 22 mai le vent souffla du nord-est, la pluie cessa, et l'on commença le 23 à éprouver de la chaleur. Les quatre jours suivans furent très-chauds, et le 28, le vent étant descendu au sud-est, la chaleur fut extrême.

De ces hivers, le plus rigoureux fut celui de 1658, si l'on en juge du moins par ses effets. Il y eut 55 jours de gelée ; mais le froid fut modéré les 27 premiers jours. Quelle fut l'intensité du froid les jours suivans ? c'est ce qu'il ne nous est pas possible de déterminer. En 1658 plusieurs

voyageurs périrent, dit Boulliaud, et d'autres furent mutilés ; mais cela peut arriver dans des hivers moins rigoureux que l'hiver actuel. On ne parle pas de celui de 1729, ce dont je suis étonné. Ce silence prouve au moins que cet hiver fut moins rude que celui de 1709 ; mais il n'en est pas moins vrai que le froid fut alors très-pénétrant. Je demeurois dans une petite ville de Bas-Poitou, nommée alors *Mauléon* et maintenant *Châtillon-sur-Sèvre*. La grande gelée commença la nuit du 24 au 25 décembre 1728, et dura sans interruption jusqu'au 22 janvier suivant. Tout ce temps fut pour nous un temps de vacance, l'encre gelant à la plume, même auprès du feu. (Il n'y avoit pas de poële dans la maison). Notre haleine geloit sur nos habits. Une pièce d'eau de cinq à six pieds de profondeur fut bientôt glacée jusqu'au fond. Nous eumes connoissance de quelques personnes que le froid avoit saisies et fait périr sur les chemins. Cette dernière circonstance ne prouve donc point que l'hiver de 1658 ait été plus rigoureux que l'hiver actuel.

Puisque j'ai parlé du froid de 1729, qu'il me soit permis de dire un mot du dégel. Le ciel avoit presque toujours été serein pendant la gelée : il le fut également le 22 janvier, premier jour du dégel et les jours suivans : c'étoient de véritables jours d'un beau printemps, la poussière voloit comme en été. On nous écrivit de Sens que les promenades publiques y étoient fréquentées comme dans la plus belle saison de l'année. La neige dont la terre est couverte, ne nous permet pas d'espérer un semblable dégel.

MÉMOIRE

Sur la manière de ramener à la théorie du parallélipipede, celle de toutes les autres formes primitives des crystaux.

PAR M. l'abbé HAUY.

J'AI exposé dans le mémoire précédent (*a*) une méthode analytique pour résoudre les différens problèmes relatifs à la stucture des crystaux originaires du rhomboïde. Les diverses combinaisons dont cette structure est susceptible ont été représentées généralement par un petit nombre de formules, qui ne renferment que les expressions des deux diagonales, et une quantité n, qui exprime la loi des décroissemens. En faisant varier cette dernière quantité, on déduit de la formule le rapport des principales dimensions des crystaux secondaires, les cas où une même forme peut exister en vertu de deux lois différentes de décroissement, ceux qui donnent des quantités infinies pour l'axe ou pour la diagonale oblique, ce qui annonce que les faces produites par le décroissement sont parallèles ou perpendiculaires à l'axe; et la plûpart de ces résultats, qui ne supposent qu'un petit nombre de rangées soustraites, se trouvent réalisés par la nature dans les diverses espèces de crystallisations que nous offre le règne minéral.

Le rhomboïde n'étant autre chose qu'un parallélipipede obliquangle, dont toutes les faces sont égales et semblables

(*a*) Mém. de l'Acad. An. 1788

entr'elles, il n'est pas difficile d'en appliquer la théorie à celle d'un parallélipipede quelconque, à l'aide de quelques modifications qui mettent la formule en état de représenter le rapport des principales dimensions de ce parallélipipede.

Mais la variété des résultats, auxquels s'étend la théorie, conduit à admettre des formes primitives et des formes secondaires différentes de celles du parallélipipede, et il semble d'abord que ces formes, quoique toujours soumises à la loi des décroissemens, dans leurs passages aux formes secondaires, exigent que la théorie soit présentée sous plusieurs points de vue, distingués les uns des autres, dont chacun fournisse un développement particulier et pour ainsi dire isolé.

Cependant, en y regardant de plus près, j'ai trouvé que les solutions des problèmes relatifs à ces diverses formes, pouvoient toujours être ramenées à la considération du parallélipipede, et cela d'après une condition commune à tous ces problèmes. Elle consiste en ce que les décroissemens se font toujours, ou réellement, ou du moins équivalemment, par des sommes de parallélipipedes. Car ou bien les molécules d'une forme différente de celle de ce solide sont réunies, de manière qu'en les prenant par petits grouppes, comme de six, elles composent de véritables parallélipipedes dans lesquels il n'y a aucun vuide, ou si les molécules s'appliquent les unes contre les autres par leurs bords, ou par certaines portions de leurs faces, de manière à laisser entr'elles des interstices, comme le prouvent diverses observations, l'ensemble de ces interstices et des portions solides représente toujours une somme de parallélipipedes complets, d'où il suit que les lames de superposition qui produisent le crystal secondaire, étant elles-mêmes des assemblages de molécules assorties, comme celles qui composent la forme primitive, les décroissemens équivalent à ceux qui ont

ont lieu pour les crystaux dont les molécules sont de véritables parallélipipedes.

Telles sont les vues sur lesquelles est fondé le rapprochement que j'entreprends d'exposer dans ce mémoire, et qui me paroît ajouter un nouveau degré de simplicité à la théorie, en réunissant dans un même point commun cet ensemble de résultats qui présentent, à la fois, au premier coup d'œil, et des contrastes si frappans et des nuances si diversifiées.

Trois formes de molécules suffisent absolument pour l'exposition des résultats auxquels s'étend l'observation, savoir celle du parallélipipede, qui est, comme l'on sait, le plus simple de tous les solides dont les faces sont parallèles deux à deux, celle du tétraèdre qui est la plus simple des pyramides, et celle du prisme triangulaire qui est le plus simple de tous les prismes.

Quant à la forme primitive, ou à celle du noyau, auquel on parvient par des divisions faites semblablement sur toutes les parties qui se correspondent sur les crystaux secondaires, elle peut être semblable à celle des molécules intégrantes, ou en différer, quoique toujours uniquement composée de ces mêmes molécules. Le premier cas aura lieu toutes les fois que les molécules intégrantes seront des parallélipipedes. Mais lorsqu'elles seront des tétraèdres ou des prismes triangulaires, il arrivera le plus souvent que leurs centres seront situés de côté par rapport à celui de la forme primitive, auquel cas, celle-ci ne pourra plus leur être semblable, sans quoi elle ne seroit pas régulièrement inscrite dans les crystaux de forme secondaire. J'observerai à ce sujet que les formes des molécules intégrantes sont des résultats fournis immédiatement par la nature, au lieu que la forme primitive n'est qu'une espèce de donnée prise dans la théorie, quoique toujours d'après l'indication de la nature, et très-commode pour la solution des problèmes, en ce qu'elle présente comme une base commune, sur

laquelle s'élèvent les constructions des différentes formes secondaires, relatives à une même espèce de molécule intégrante.

Je n'ai trouvé jusqu'ici que six formes primitives indiquées par l'observation ; savoir, le parallélipipède, l'octaèdre, le tétraèdre, le dodécaèdre à plans rhombes égaux et semblables, le dodécaèdre à plans triangulaires isocèles, et le prisme droit hexagonal régulier. (1).

Je commence par le rapprochement de l'octaèdre avec le parallélipipède, en supposant cet octaèdre régulier, pour plus grande simplicité. J'ai fait voir ailleurs qu'en sousdivisant un octaèdre de cette forme par des sections parallèles à ses différentes faces, on obtenoit des octaèdres partiels, avec des tétraèdres interposés entre ces octaèdres. Si cette division se fait graduellement, de manière que les plans coupans passent successivement par les moitiés, les quarts, les huitièmes, etc., des côtés de l'octaèdre total, appellant n le rang d'un terme quelconque de la série recurrente qui résulte des nombres d'octaèdres, auxquels on parvient à mesure que l'on avance dans la division, on aura pour l'expression de ce terme $\frac{2}{3} . 8^n + \frac{1}{3} . 2^n$; et l'expression du terme correspondant de la suite donnée par les tétraèdres sera $\frac{4}{3} (8^n - 2^n)$ (2). Ce mélange d'octaèdres et de tétraèdres est inévitable, de quelque manière que l'on s'y prenne pour diviser le crystal parallèlement à ses huit faces.

Imaginons actuellement un octaèdre qui ait la position indiquée par la *fig.* 1, de manière que deux de ses faces opposées N L E, O P R, soient situées horizontalement. Concevons de plus que les six faces latérales N L P, O L P, E L O, etc. se prolongent les unes vers le

---

(1) Le tétraèdre, tel que je l'ai observé jusqu'ici, est toujours régulier. L'octaèdre est variable dans la mesure de ses angles, ainsi que le dodécaèdre à plans triangulaires.

(2) Voyez l'essai d'une théorie sur la structure des cristaux, p. 137.

haut, les autres vers le bas, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent. Il est clair que l'octaëdre se changera en un rhomboïde A B, (*fig.* 2.) dont les angles L A E, L O E, etc. seront de 60°; et les angles A L O, A L P, etc., de 120°.

Ce rhomboïde ne diffère de l'octaëdre, que par l'addition de deux tétraëdres placés, l'un sur la face N L E, (*fig.* 1) l'autre sur la face P O R. Or, si l'on suppose que l'on fasse passer dans le même rhomboïde des plans coupans parallèles à ses six faces, il est évident qu'il se trouvera sousdivisé en un certain nombre de petits rhomboïdes semblables entr'eux, et au rhomboïde total. Mais les directions des plans coupans sont les mêmes que celles qui sousdiviseroient l'octaëdre (*fig.* 1.) parallèlement aux six faces latérales P L O, L O E, O E R, ect. Donc, cet octaëdre peut être conçu lui-même comme un assemblage de petits rhomboïdes semblables à celui de la *figure* 2. Chacun de ces rhomboïdes sera composé d'un octaëdre et de deux tétraëdres adjacens aux deux faces qui correspondent à N L E, P O R, (*fig.* 1.) de sorte qu'en faisant passer de nouveaux plans parallèlement à ces derniers triangles, on séparera les tétraëdres des octaëdres avec lesquels ils concourent à former des rhomboïdes. Cependant les petits rhomboïdes extrêmes situés vers les faces L N E, P O R, seront incomplets, c'est-à-dire, qu'il manquera aux uns le tétraëdre qui devoit les terminer extérieurement, et que les autres seront réduits à leur tétraëdre intérieur. Par exemple, si L N E, (*fig.* 3.) représente l'assortiment des sections, sur la face analogue du crystal, *figure* 1, il sera aisé de voir que pour compléter les petits romboïdes situés vers cette même face, il faudroit ajouter un tétraëdre sur chacun des triangles, *a*, *g*, *o*, *s*, *k*, *r*, et un octaëdre, plus un tétraëdre sur chacun des triangles intermédiaires *c*, *n*, *i*. Mais nous verrons bientôt que l'existence de ces espèces de fragmens de rhomboïdes, ne fait ici aucune difficulté.

Reprenons maintenant le rhomboïde de la *figure 2.* (1), et concevons des lames de superposition qui, en s'appliquant sur ses différentes faces, décroissent par une rangée vers les bords supérieurs AN, AL, AE, etc. En employant ici les formules du Mémoire précédent, relatives au même cas, nous aurons pour l'expression de l'arête du rhomboïde secondaire,

$\frac{n+1}{n}\sqrt{\left(\frac{2}{3}\frac{n-1}{n+3}\right)^2(9p^2-3g^2)+\frac{4}{3}g^2}$, et pour celle de la diagonale oblique, $\frac{n+1}{n}\sqrt{p^2+g^2}$. Or ici, $n=1$, $p^2=3$, $g^2=1$, à cause du triangle équilatéral ANL. Donc, substituant, la diagonale sera à l'arête comme $2:\sqrt{2}$, c'est-à-dire, que le crystal secondaire sera un cube.

Imaginons d'un autre côté des décroissemens par une rangée de petits rhomboïdes complets, sur les six angles latéraux OLE, LEO, ENR, etc. de l'octaèdre (*fig.* 1). Il est évident que les bords des lames de superposition, étant parallèles aux arêtes EO, OL, ER, etc. L'effet de ces décroissemens sera le même que celui des décroissemens vers les bords AL, AE, (*fig.* 2) des rhomboïdes, puisque ces mêmes bords sont parallèles aux bords EO, OL. Donc le crystal secondaire, résultant de l'octaèdre, sera aussi un cube uniquement composé de molécules rhomboïdales. Toute la différence consistera, en ce que dans le cube originaire du rhomboïde, les deux angles solides, situés vers A et B (*fig.* 2), et contigus à l'axe, seront produits immédiatement par les décroissemens vers AN, AL, AE, etc., au lieu que dans le cube originaire de l'octaèdre, ils seront formés en vertu de la loi de continuité, qui prolonge l'effet des décroissemens d'une part en dessus du triangle

---

(1) On peut extraire immédiatement ce rhomboïde d'un cube de spath fluor, en divisant ce cube sur les six angles latéraux, parallèlement aux diagonales obliques.

FLN (*fig.* 1), et d'une autre part en dessous du triangle POR.

Si l'on suppose que tous les petits octaëdres, qui font partie des rhomboïdes, deviennent nuls, la structure du cube se trouvera ramenée à l'unité de molécule, et ce cube ne sera plus qu'un assemblage de tetraëdres, produit par des soustractions régulières de petits espaces rhomboïdaux, composés de molécules solides, qui seront des tétraëdres appliqués les uns contre les autres par leurs bords, et de vacuoles intermédiaires, ayant des figures d'octaëdres.

Cherchons maintenant quelle forme secondaire résulteroit d'un décroissement par une rangée de rhomboïdes, sur les arêtes PN, PL du rhomboïde (*fig.* 2), et en même temps par deux rangées sur les angles A. B. Le premier décroissement produira six faces verticales, situées comme les pans d'un prisme régulier hexagonal. L'autre décroissement produira, vers chaque extrémité, trois faces qui recouvriront celles du noyau, et auront la même figure que si ce décroissement existoit seul, c'est-à-dire, qu'elles formeront la surface d'un rhomboïde plus obtus que le noyau, et dans lequel les faces des sommets, prises trois à trois, seroient séparées par des rhombes verticaux intermédiaires. Cela posé, les formules du mémoire précédent donneront pour l'expression de la demi-diagonale oblique du nouveau rhomboïde,

$\frac{1}{2}\left(\frac{2n+2}{2n-1}\right)\sqrt{\left(\frac{2n-1}{3n+3}\right)^2(9p^2-3g^2)+\frac{4}{3}g^2} = 2\sqrt{2}$, en faisant $n = 1$, $g^2 = 1$, $p^2 = 3$. L'expression de la demi-diagonale horizontale sera, $\sqrt{\frac{9p'^2-a^2}{3}} = 4$.(a) Donc la demi-

(a) La quantité p' représente ici la demi-diagonale oblique du nouveau rhomboïde, que nous venons de trouver égale à $2\sqrt{2}$ ou $\sqrt{8}$: a représente l'axe du même rhomboïde, qui ne diffère pas de celui du noyau, et dont la valeur est, par conséquent, $\sqrt{24}$.

diagonale oblique est à l'horizontale comme $\sqrt{2} : 2$, ce qui est le même rapport que celui qui a lieu dans le dodecaëdre, dont toutes les faces sont des rhombes égaux et semblables entr'eux.

Or si l'on substitue aux décroissemens précédens ceux qui se feroient par une rangée de petits rhomboïdes vers toutes les arêtes de l'octaëdre (*fig.* 1). Il est aisé de voir que le résultat sera précisément le même. Car d'une part, les arêtes LP, LO, OE, etc. sont situées comme les arêtes [illegible]. D'autre part, les faces produites en vertu du décroissement par deux rangées vers les angles A, B, (*fig.* 2), sont inclinées sur les faces latérales comme celles-ci le sont entr'elles, c'est-à-dire, sous un angle de 120 dégrés. Donc, puisque dans l'octaëdre (*fig.* 1), toutes les inclinaisons respectives des triangles sont égales, les faces produites en vertu du décroissement vers les bords LE, EN, etc. des bases LEN, POR, seront aussi inclinées sur les faces produites par les décroissemens vers LO, OE, de la même quantité que celles-ci le sont entr'elles, et cela par une suite de la structure de l'octaëdre, qui permet de considérer indifféremment des rhomboïdes dans tous les sens (1). Donc la théorie de l'octaëdre rentrera encore à cet égard dans celle du rhomboïde. On trouve, quoique très-rarement, le dodécaëdre dont il s'agit ici, parmi les variétés du spath fluor.

Si l'on sousdivisoit l'octaëdre de la *figure* 1, seulement à l'aide de quatre coupes parallèles, l'une à la base POR, et les trois autres aux faces latérales LPN, NRE, LOE, on parviendroit à un tétraëdre qui auroit le même centre

---

(1) L'octaëdre (*fig.* 1) est également susceptible d'être changé en rhomboïde, par l'addition de deux tétraëdres sur les faces LNE, POR, ou sur les faces PLN, EOR, ou enfin sur les faces LOE, PNR; d'où il résulte que les petits rhomboïdes composans, peuvent eux-mêmes avoir lieu dans trois sens différens, puisque deux quelconques des faces opposées sur les petits octaëdres, sont toujours adjacentes à deux faces de tétraëdres.

que l'octaëdre, et dont la base seroit située en sens contraire du triangle POR. On pourroit aussi prendre ce tétraëdre pour le noyau des crystaux, que nous avons envisagés comme originaires de l'octaëdre, et en déduire par des lois régulières de décroissement, la structure des mêmes crystaux, ainsi que de plusieurs autres dont je n'ai point parlé. Mais cette structure seroit en général plus compliquée que dans l'hypothèse du noyau octaëdre, et d'ailleurs on n'auroit pas l'avantage d'arriver à la forme primitive, par des sections faites semblablement sur toutes les parties des crystaux secondaires. Or, la considération de cette forme, ainsi que je l'ai déjà observé, n'est qu'un moyen adopté pour simplifier la théorie, puisque réellement le noyau d'un crystal peut être pris par-tout où l'on veut, ensorte que si on le regarde de préférence comme placé au milieu du crystal, ce n'est que pour expliquer plus facilement la structure, dont les seuls élémens essentiels sont la figure et l'assortiment des molécules. D'après cette réflexion, il m'a paru plus naturel d'adopter l'octaëdre dans les cas dont j'ai parlé jusqu'ici. Mais il y a certains crystaux, à l'égard desquels il est plus commode d'employer le tétraëdre, comme forme primitive, et c'est alors une raison pour le substituer à l'octaëdre.

Je ne m'étendrai pas sur les détails relatifs à ce dernier cas, parce qu'il est aisé de saisir l'analogie des modifications auxquelles il s'étend, avec celles du rhomboïde, en faisant attention que le tétraëdre n'est autre chose que le sommet d'un rhomboïde semblable à celui de la *fig.* 2. Or, comme ce même solide a ses quatre sommets égaux entr'eux, il est clair que la considération du décroissement qui a lieu par rapport à l'un quelconque de ces sommets, s'applique également aux trois autres sommets, et qu'en assimilant chacun d'eux à ceux du rhomboïde, on parviendra facilement à déterminer la forme du crystal secondaire, d'après des soustractions de molécules rhomboïdales. La

structure des variétés de la mine de cuivre grise rentre dans le cas dont il s'agit ici.

Je passe au dodécaèdre à plans rhombes, que nous avons déjà vu paroître au rang des formes secondaires, et que nous allons maintenant envisager comme forme primitive.

Soit EP (*fig. 4*) un dodécaèdre de ce genre. J'ai prouvé dans l'ouvrage déjà cité (1), que ce dodécaèdre étoit un assemblage de quatre rhomboïdes égaux et semblables, composés chacun de six tétraèdres à faces triangulaires isocèles, que l'on obtenoit en divisant le dodécaèdre par des coupes parallèles à ses différentes faces, et dirigées suivant les arêtes et les petites diagonales des rhombes. Or, les décroissemens qui ont lieu dans le passage de ce dodécaèdre aux différentes formes secondaires, se font toujours par des soustractions de rhomboïdes complets, et comme d'ailleurs, chaque face du dodécaèdre peut être regardée comme une face de rhomboïde, puisque ses deux angles obtus concourent toujours à la formation de deux angles solides composés de trois plans, il sera aisé de ramener à la théorie de ce dernier polyèdre celle de toutes les modifications du dodécaèdre.

Une des plus intéressantes de ces modifications est celle dont la surface est formée de vingt-quatre trapézoïdes égaux et semblables. Elle résulte d'un décroissement par une simple rangée de rhomboïdes, sur tous les côtés des rhombes du dodécaèdre. Ce décroissement fait naître sur chacun de ces rhombes, par exemple sur le rhombe CLGO, une pyramide quadrangulaire *u c l g o* (*fig. 5*), et les quarante-huit faces des pyramides étant deux à deux sur le même plan, donnent les vingt-quatre trapézoïdes qui terminent le polyèdre. Je ne m'étendrai point sur l'explication de cette structure dont il sera facile de se former

(1) P. 170 et suiv.

une

une idée, d'après ce que j'ai dit en traitant du grenat (1). mais je ne dois point omettre ici une remarque qui m'a paru digne d'attention.

Si l'on considère la situation des faces latérales des lames composanses, on concevra que dans chacune de ces lames, par exemple dans la première de celles qui s'élèvent sur le rhombe CLGO, l'une des faces latérales dont il s'agit, savoir celle qui fait partie du triangle *ule* (*fig.* 5), est parallèle à DLCE (*fig.* 4), et l'autre, savoir, celle qui fait partie du triangle *oug* (*fig.* 5), est paarallèle à GOHP ; au lieu que si les décroissemens se faisoient par rapport au seul rhomboïde dont le sommet supérieur est en C, les deux faces latérales citées seroient parallèles à DLCE. Soit *luzn* (*fig.* 6), une coupe géométrique de la première lame, faire par un plan perpendiculaire sur CLGO (*fig.* 4), et qui passeroit par les milieux de CL et de GO. Les petits triangles dont cette coupe est composée, représenteront les coupes d'autant de moitiés de petits rhomboïdes, formées chacune de trois tétraedres. Parmi ces rhomboïdes, celui auquel appartient le quadrilatère *lued* aura celle de ses faces, qui est analogue à *lu*, située parallèlement à DLCE (*fig.* 4), et celui auquel appartient le quadrilatère *nzpo* aura celle de ses faces, sur laquelle tombe la ligne *nz*, située parallèlement à GOHP.

Or, si l'on forme successivement la somme des petits rhomboïdes, désignés par les quadrilatères *lued*, *nzpo*, et par leurs intermédiaires, on aura un reste qui sera une moitié de rhomboïde, indiquée par le triangle *lst* ; d'où il suit, que si l'on considère la lame comme isolée, elle ne sera pas uniquement formée de rhomboïdes complets. Mais cela n'empêchera pas que l'ensemble du noyau et des différentes lames de superposition ne se résolve toujours

(1) *ibid.* p. 175.

en un nombre déterminé de rhomboïdes entiers. Pour le prouver, soit ULMQZX (*fig.* 7) une coupe hexagonale du dodécaëdre, faite par le prolongement du même plan, qui a donné la section *lnzu* (*fig.* 6). Il est clair que l'assortiment de tous les triangles renfermés dans cet hexagone, et dont chacun est la coupe d'un demi-rhomboïde, étant uniquement composé de quadrilatères, représentera un assortiment de rhomboïdes complets. Or, il suffit maintenant de faire voir que l'addition des six moitiés de rhomboïdes, désignées par le triangle *kst*, et par les cinq autres semblablement situés, formera encore, avec l'assortiment de l'hexagone, un ensemble complet. Mais c'est ce dont il est aisé de se convaincre, en considérant successivement les quadrilatères *skγt*, U*aγk*, *a*Uδζ, εδζθ, etc. extérieurs à l'hexagone *abcdfg*, lequel forme lui-même un assortiment de quadrilatères sans reste. L'intégrité de l'ensemble provient de ce que la structure permet de considérer indifféremment des rhomboïdes dans un sens ou dans l'autre ; ensorte que les triangles se servent alternativement de complément, pour conserver l'unité de structure. J'ai cru cette observation utile, pour faire voir combien étoit exacte l'analogie du dodécaëdre à plans rhombes avec le rhomboïde.

Le polyëdre à vingt-quatre trapézoïdes, que nous venons de considérer, pourroit être aussi originaire de l'octaëdre régulier, par un décroissement de deux rangées de petits rhomboïdes, sur tous les angles des faces de cet octaëdre. Je me borne ici à indiquer ce résultat, qu'il sera facile aux Géomètres de vérifier.

De même que l'octaëdre peut passer à la forme du dodécaëdre à plans rhombes, par un décroissement d'une rangée sur toutes ses arêtes, le dodécaëdre, à son tour, peut devenir un octaëdre, en vertu d'un décroissement d'une rangée sur tous les angles LCO, ECL, etc. (*fig.* 4), réunis trois à trois pour former un même angle solide.

Car chacun de ces derniers angles pouvant être considéré comme le sommet d'un rhomboïde, les trois faces produites autour du même angle, par le décroissement indiqué, seront sur un même plan perpendiculaire à l'axe du rhomboïde, comme il suit des formules du mémoire précédent. Mais les huit angles solides composés de trois plans, étant situés symétriquement à égale distance les uns des autres, il est bien clair que les huit faces produites par les décroissemens, auront la même disposition symétrique, et par conséquent formeront la surface d'un octaëdre régulier. Donc, etc. cette structure est celle de l'octaëdre du sulfure de zinc ou de la blende.

Si le décroissement n'a lieu que sur les angles situés aux sommets C, F, H, A, des quatre rhomboïdes qui ont leurs faces extérieures disposées autour de ces mêmes points, le crystal secondaire sera un tétraëdre régulier La blende fournit encore des exemples de ce résultat, qui est remarquable en ce qu'on y voit le tétraëdre à faces triangulaires équilatérales formé, d'après une loi très-simple de décroissemens, d'une multitude d'autres tétraëdres à faces triangulaires isocèles, et cela sans qu'il y ait aucun vuide dans l'intérieur de la structure.

Ce que j'ai dit de la structure du crystal de roche, dans le mémoire que j'ai lu à l'académie sur ce sujet, (1). ne me laisse rien à ajouter relativement à l'analogie du dodécaëdre à plans triangulaires isocèles, considéré comme forme primitive, avec le rhomboïde; car j'ai prouvé que ce dodécaëdre pouvoit être conçu comme étant un assemblage de petits espaces rhomboïdaux semblables au rhomboïde *i n*, (*fig.* 8.) dans lequel l'angle *d n f* du sommet, est de 93°, 22', 20". (2). Ces espaces romboïdaux sont eux-mêmes composés chacun d'un petit dodécaëdre à plans triangu-

(1) Année 1786, p. 78 et suiv.

(2) La diagonale horizontale est à l'oblique comme 3 $\sqrt{8}$.

tres isoscèles, tel que celui qu'on obtiendroit en faisant passer des plans coupans par les sommets *i*, *n*, et par les milieux *c*, *o*, *g*, *e*, ect., des côtés inférieurs des rhombes, plus de six vacuoles de figure tétraëdre, représentés par les résidus du rhomboïde, et dont l'un est le tétraëdre *dngo*. Cela posé, on pourra de même considérer les formes secondaires comme produites par des décroissemens d'une ou plusieurs rangées de rhomboïdes. Les dodécaëdres qui font partie de ces rhomboïdes, se résolvent chacun en six tétraëdres, à l'aide de sections qui passent par l'axe et par les arêtes longitudinales de ce dodécaëdre, et les véritables molécules du crystal paroissent être les tétraëdres dont il s'agit. Au reste, je n'ai encore reconnu le dodécaëdre à plans triangulaires, comme noyau, que dans les crystaux quartzeux et dans ceux du carbonate de plomb ou plomb spathique.

Il ne reste plus qu'à indiquer le rapprochement des formes primitives, qu'offre le prisme droit hexaëdre régulier avec le parallélipipede qui, dans ce cas, est un prisme droit quadrangulaire. Le prisme hexaëdre étant divisible parallèlement à ses deux bases et à ses six pans, il est bien clair que les différentes sections que l'on y peut faire, le partageront en une multitude de petits prismes droits triangulaires à bases équilatérales, et qui, pris deux à deux, formeront de petits parallélipipedes ou prismes quadrangulaires, ayant pour bases des rhombes dont les angles seront de 120—60°, et pour pans des rectangles. Soit ABCDGF, (*fig.* 9.) l'assortiment des lignes produites par les sections sur une des bases de la forme primitive dont il s'agit. Dans quelque sens que l'on fasse décroître les lames de superposition, soit vers les côtés AB, BC, etc., soit vers les angles C, D, etc., on conçoit que les décroissemens se feront toujours par des sommes de parallélipipedes composés chacun de deux molécules accolées, ensorte, par exemple, que si les lames décroissent par une rangée vers leurs bords, les grandes faces de la première répondront à l'hexagone *abcdgf*,

dont la différence avec l'hexagone ABCDGF, est évidemment égale à une somme de rhombes, qui sont les bases d'autant de petits parallélipipedes. Si au contraire les décroissemens se font vers les angles, et toujours par une rangée, les soustractions qui auront lieu, par exemple, vers l'angle A, feront disparoître successivement d'abord le petit parallélipipede désigné par *Aian*, puis les deux qui sont indiqués par *ilpa*, *nars*, et ainsi des autres. Il en sera de même, proportion gardée, dans les cas où les décroissemens suivroient une loi plus rapide.

On peut juger, par tout ce qui précède, que plus d'une fois, dans le cours de mon travail sur la structure des crystaux, il s'étoit présenté des apperçus qui conduisoient naturellement au point-de-vue général que je viens d'exposer. Mais je n'avois point fait alors assez d'attention à ces apperçus, ni aux conséquences qui en découloient, et ce n'est que quand, après avoir recueilli un grand nombre de faits, j'ai cherché à les comparer entr'eux, et à les ramener aux considérations les plus simples, sous lesquelles ils pussent s'offrir, que j'ai reconnu toute l'extension dont étoit susceptible un résultat, que je n'avois fait jusque-là qu'entrevoir dans certains cas particuliers, et le degré de généralité, auquel la théorie, appuyée sur cette base, devenoit susceptible de s'élever.

ANALYSE

D'une mine de plomb cuivreuse, antimoniale, martiale, cobaltique argentifere, dans laquelle ces substances métalliques se trouvent combinées avec le soufre et l'arsenic, d'Arnostigui, près Baigorri en basse Navarre.

PAR M. SAGE.

CETTE mine, d'un gris noirâtre, est brillante en quelques endroits, comme la mine d'argent grise, elle est entremêlée de quartz, quelquefois parsemée d'azur de cuivre, d'efflorescence cuivreuse verte, et de fleurs de cobalt d'un lilas tendre.

Lorsqu'on calcine cette mine, il s'en dégage de l'acide sulphureux et de la chaux blanche d'arsenic, mêlée de fleurs d'antimoine. Le résidu de la torréfaction ne se trouve pas avoir perdu sensiblement de son poids; sa couleur est d'un brun rougeâtre, on peut en retirer du fer par le barreau aimanté.

Ayant fondu une partie de cette mine calcinée avec cinquante parties de borax, elle lui a donné une couleur d'un bleu tendre.

Cette mine torréfiée ayant été fondue avec trois parties de flux noir et un seizième de poudre de charbon, a produit par quintal vingt-cinq livres d'un régule gris et fragile; l'ayant fondu avec huit parties de verre de borax, il ne lui a communiqué aucune couleur, il s'étoit précipité au fond un culot gris fragile, enchatonné de plomb ductile.

Si je n'avois pas eu recours à ce moyen, je ne me serois

pas apperçu que cette mine contînt du plomb, quoiqu'il soit au moins dans la proportion de moitié dans le régule mixte qu'elle produit, qui est lui-même composé de deux parties de cuivre et d'une de régule d'antimoine, en le dissolvant dans l'acide nîtreux, l'antimoine se trouve au fond du matras sous la forme d'une chaux blanche.

Le premier culot obtenu par la réduction de la mine d'arnostigui, étoit composé de plomb, d'argent, de cuivre et d'antimoine. On voit que par la fusion de ce culot avec le verre de borax, il s'est fait un départ par la voie sèche, puisque le plomb et l'argent se sont précipités et ont resté séparés, tandis que l'antimoine et le cuivre étoient à la surface. Cette expérience démontre encore que le cuivre a plus de rapport avec l'antimoine que le plomb, puisque l'antimoine se sépare du plomb pour s'unir au cuivre.

Ayant coupellé ce régule de cuivre antimonial, je n'y ai point trouvé d'argent, tandis que le plomb qui enchatonnoit ce régule, a produit quatre gros d'argent, quantité qui est en rapport avec celle qu'un quintal de cette mine d'arnostigui a produit par la scorification.

Le régule de cuivre antimonial a laissé sur les bords de la coupelle un cercle de chaux d'antimoine brunâtre agglutinée par du verre de plomb, le plomb qui enchatonnoit le régule du cuivre antimonial n'a rien laissé sur les bords de la coupelle.

Si cette mine de plomb cuivreuse antimoniale ne produit, par la réduction, que 25 livres de régule métallique mixte par quintal, c'est qu'une partie de l'antimoine et du plomb s'exhalent pendant la réduction, de même que les acides vitriolique et arsenical qui étoient résultés de la combustion du soufre et de l'arsenic, et qui s'étoient combinés avec les chaux métalliques pendant la calcination.

Cette mine de plomb cuivreuse a produit par quintal :

Plomb	12 livres.
Cuivre	9

Antimoine	4 livres.	
Fer . . . . , . . .	8	
Argent		. . . . 4 gros.
Cobalt		
Arsenic		
Soufre		

L'habitude que j'ai contracté de refondre avec du verre de borax, les culots métalliques que j'obtiens par la réduction, afin de les avoir mieux rassemblés, m'a offert dans cette analyse le moyen de reconnoître le plomb dans la mine d'arnostigui. Je pense que ce moyen doit être mis au nombre des expériences docimastiques indispensables, puisqu'il procure le départ du plomb par la voie sèche.



OBSERVATIONS

Sur différentes espèces de galènes aurifères.

PAR M. SAGE.

LA mine de plomb sulfureuse, connue sous le nom de galène, est toujours composée d'environ soixante-sept livres de plomb, de vingt-quatre livres de terre calcaire et de neuf à dix livres de soufre. Mais en outre, le plomb recèle toujours plus ou moins d'argent, et quelquefois de l'or dans diverses proportions.

J'ai essayé dernièrement une galène des environs d'Aulus, dans les Pyrénées, qui a produit soixante livres de plomb par quintal de minéral, et trois onces d'argent par quintal de plomb. Ayant fait le départ de ce bouton, j'ai trouvé de l'or au fond du matras en assez grande quantité pour mériter le départ en grand.

L'or et l'argent natif, se trouvent quelquefois avoir pour gangue du spath calcaire et de la galène, comme le prouve le morceau que je mets sous les yeux de l'Académie; cette riche mine vient de Sibérie, elle contient près d'un tiers d'or natif, mêlé d'argent.

Ayant voulu pulvériser cette galène aurifère de Sibérie, l'or s'est rassemblé, sous le pilon, en masses ductiles.

J'ai coupellé cet or mêlé d'argent, le bouton de retour m'a fait connoître qu'il s'y trouve un sixième d'alliage.

J'ai reconnu par la quartation et le départ, que cet or natif contenoit trois dixièmes d'argent, puisque les dix grains d'or natif, résultans de douze grains qui avoient été coupellés, n'ont laissé, après le départ, qu'un cornet d'or de sept grains.

ANALYSE
DU BOIS FOSSILE.

Par M. SAGE.

Le bois fossille est commun en Islande, où il se trouve dans la terre par couches horizontales. Les Danois le nomment *suturbrand*. On trouve des troncs de bois fossille, plus ou moins considérables, exfoliés, presque toujours comprimés. La couleur de ce bois est d'un gris brunâtre; il est fragile et présente quelquefois dans sa cassure des veines noires et brillantes, semblables au jayet. Le suturbrand lui-même me paroît être un jayet ébauché. L'analyse comparée de ces deux substances offrant des produits à-peu-près semblables, indique que ces deux substances sont congénères.

On trouve dans diverses provinces de France du bois fossille semblable à celui d'Islande; celui de Peuptière, en Dauphiné, est d'un gris brunâtre, il recèle de la pyrite martiale entre ses couches ligneuses. Ce bois fossille se casse facilement et offre dans sa cassure un tissu plus ou moins compacte et différentes nuances de brun, quelques couches ont la couleur et le brillant du jayet.

Le bois fossille trouvé près Valognes en basse Normandie, ne diffère de celui dont je viens de parler, qu'en ce qu'il renferme du vitriol martial, produit par l'efflorescence de la pyrite.

Le bois fossille n'a point d'odeur; mais lorsqu'on le brûle, il s'en dégage une beaucoup plus fétide et plus insupportable que celle des autres bitumes.

J'ai distillé du bois fossille de Pouptière, il a passé de l'eau accompagnée d'un gaz hépathique d'une odeur insupportable, il s'est dégagé en même-temps de l'eau acide et limpide, et une huile noire, fétide, épaisse et pesante.

Le charbon qui restoit, pesoit le cinquième de la quantité du bois fossille qui avoit été distillé; il se dégage, pendant la combustion de ce charbon, de l'acide sulfureux; la cendre blanchâtre (1) et legère qui restoit, pesoit le douzième de la quantité de bois fossille qui avoit été soumis à la distillation; cette cendre fait une legère effervescence avec l'acide nitreux qui en dégage une odeur de foie de soufre.

On trouve à Odival, près Nogent-le-Roi, en Champagne, un bois fossile, différent de celui de Dauphiné, en ce qu'il n'offre plus sensiblement le tissu ligneux, et qu'il paroit presqu'à l'état du jayet. Cette même espèce de bois fossille se trouve à Bourmont en Bassigni, à sept lieues de Langres, à différentes profondeurs en terre, dans des couches de pierre calcaire et de marbre gris coquillier, ou l'on remarque des poulettes et des cornes d'ammon striées. Ce bois fossille passé à l'état de jayet, se divise quelquefois en lames rhomboïdales.

---

(1) Elle est colorée lorsque le bois contient de la pyrite.



OBSERVATIONS

Sur une espèce de beril feuilleté, cristalisé en prisme tétraëdre, nommé sappare, *par M. de* SAUSSURE, *le fils.*

PAR M. SAGE.

J'AI fait mention, en 1784, de cette espèce de beril, *page* 154, de la description méthodique du cabinet de l'école royale des mines. Je le désignois alors sous le nom de *talc bleu*; mais ayant reconnu depuis que cette pierre donne des étincelles, lorsqu'on la frappe avec le briquet, et qu'elle n'éprouve aucune altération au feu le plus violent, où elle ne perd pas même sa couleur, se comportant en cela comme le beril; je l'ai placé et décrit immédiatement après cette pierre gemme dans mon analyse chimique : voici comme je m'exprime, *pag.* 11, du 11 *volume.*

« On rencontre dans les granites d'Espagne et dans ceux » de Saint-Simphorien, à quelques lieues de Lyon, une espèce » d'aigue-marine bleue, en larges prismes tetraëdres, applatis, feuilletés, suivant leur longueur, et quelquefois réunis » en faisceaux. Cette espèce de pierre est fort commune à » Baltimore en Amérique.

J'ai reçu depuis des berils feuilletés semblables, du mont Saint-Gothard; ils se trouvent dans du quartz blanc transparent, qui s'est moulé sur les cristaux de cette espèce de beril, on en rencontre aussi sur du feld spath blanc, opaque, entremêlé de stéatite blanche nacrée. Ce feld spath s'est aussi moulé sur les cristaux de beril. Quelquefois de l'ochre martiale jaune, colore le quartz et le feld spath.

Le beril lamelleux du mont Saint-Gothard ne diffère

point de ceux trouvés dans le Lyonnois, en Espagne et en Amérique; tous offrent des prismes tetraëdres applatis, formés par l'assemblage de lames longitudinales, carré long, souvent posées en retraite. On observe en outre des raies ou sections transversales, comme dans le beril, la chrisolite, la topaze de Saxe, ect.

Le beril lamelleux se laisse facilement entamer, si l'on suit la direction longitudinale de ses lames, ce qui n'a pas lieu transversalement : si on frappe dans ce sens, le beril lamelleux, avec un briquet, il donne des étincelles (1), lorsque ces cristaux ne sont point exfoliés et ne récèlent pas entre leurs lames transparentes de la stéatite. Cette scintillation n'est pas due à du quartz, puisque ces mêmes cristaux qui scintillent sous le briquet, peuvent s'exfolier.

Le beril lamelleux, après avoir été exposé au feu le plus violent, n'y éprouve point d'altération, ne perd pas la propriété d'étinceler sous le briquet, mais souvent sa surface devient d'un blanc nacré, c'est ce qui arrive aussi au beril.

On remarque souvent au milieu longitudinal de ces prismes de beril lamelleux, une ligne du plus beau bleu d'azur qui se dégrade insensiblement sur les bords, et prend la teinte de l'aigue-marine.

On peut extraire une partie du fer qui colore cette espèce de beril lamelleux, en le pulvérisant dans un mortier de verre, et en le distillant ensuite avec huit parties de sel ammoniac, lequel se sublime sans se décomposer, et prend une légère teinte de jaune; si l'on dissout ce sel dans l'eau, on peut en précipiter du bleu de Prusse, en versant dedans de la lessive prussique.

Ce qui reste dans la cornue, après la distillation du beril

(1) M. de Saussure le fils, qui a publié dans le journal de physique du mois de mars, une analyse de cette pierre, sous le nom de *sappare*, dit *qu'elle est très-tendre, que les corps les moins durs, tels que l'ongle, parviennent à l'entamer, et qu'elle ne donne point d'étincelles avec le briquet*. Tout ce qu'annonce ce naturaliste *est vrai*; lorsqu'on touche cette espèce de beril, suivant la direction longitudinale de ses lames:

lamelleux et du sel ammoniac, n'a pas sensiblement diminué de poids, si l'on verse de l'eau distillée dessus, elle devient laiteuse; décantée, on trouve au fond du verre une poudre d'un bleu clair, ce qui annonce que tout le fer n'a pas été enlevé par le sel ammoniac.

M. de Saussure le fils a fondu une partie de beril lamelleux, qu'il nomme *sappare*, avec six parties d'alcali minéral, dans un creuset d'argent; il l'a dissous dans l'eau régale; la masse blanche grenue et légère qu'il a obtenu (1), il en a ensuite séparé les différentes terres par des réactifs appropriés; d'où il résulte, suivant M. de Saussure le fils, que le *sappare* ou beril lamelleux, contient par cent grains.

Argile	66, 92
Magnésie.	13, 25
Terre siliceuse. . . .	12, 18
Terre calcaire. . . .	1, 17
Fer.	[illegible]
	99, 00

M. de Saussure le fils ne dit pas s'il a tenté l'alunation de cette argile.

La magnésie qu'il a retirée n'a-t-elle pas été fournie par la stéatite qui se trouve presque toujours interposée entre les lames du beril lamelleux, qui me paroît devoir être regardé comme une variété du beril qu'on trouve dans les montagnes granitiques de la daourie; ce dernier cristallise en prisme hexaëdre.

(1) Ce naturaliste a trouvé la terre siliceuse de ce beril lamelleux, sous l'eau régale, il a précipité le fer par l'alcali phlogistiqué; il a dissous la terre calcaire et la magnésie par l'acide du vinaigre, et la terre argileuse est restée; il a précipité la terre calcaire par l'acide du sucre

J'ai fondu le beril lamelleux avec six parties d'alcali minéral; il s'est d'abord boursoufflé, est ensuite devenu fluide; après avoir été coulé sur du marbre blanc, il a produit des masses brunâtres, presqu'entièrement solubles dans l'eau. Je ne prononce pas ici sur la nature des terres dont cet alcali facilite la dissolution dans l'eau.

ANALYSE

D'UNE MINE DE PLOMB TERREUSE,

Combinée avec les acides arsénical et phosphorique de Rosier, près la mine de Roure, en Auvergne (1).

PAR M. SAGE.

CETTE mine, d'un jaune verdâtre, se trouve déposée par couches mamelonées, sur du quartz coloré en brun, par de la chaux de fer; cette mine de plomb terreuse offre quelquefois de petits cristaux prismatiques hexaëdres.

Sa pesanteur spécifique est plus considérable que celle de la mine de plomb verte.

La mine de plomb terreuse, combinée avec les acides arsénical et phosphorique, diffère de celle dont j'ai fait mention dans le supplément à la description méthodique du cabinet de l'école royale des mines, n°. 281, en ce que celle-ci est plus jaune, est presque pulvérulente, et se trouve à la surface de la galène; cette mine de plomb terreuse arsénicale de Bourgogne, diffère de celle de Rosier, en ce qu'elle ne contient que de l'acide arsénical, combiné avec de la chaux de plomb, tandis que celle d'Auvergne contient en outre de l'acide phosphorique.

(1) Cette mine m'a été donnée par M. de l'Arbre, qui a publié plusieurs Mémoires intéressans sur les productions minérales de l'Auvergne. Ce naturaliste, premier médecin de M. le prince Czehomoski, tenoit cette mine de plomb terreuse arsénicale de M. Angelvin, directeur de la mine de Pont-Gibaud.

L'acide arsénical se trouve aussi quelquefois avec l'acide vitriolique, dans la même mine, comme je l'ai fait connoître il y a quelques années, dans un mémoire que j'ai lu à l'Académie, dans lequel j'ai donné l'analyse d'une mine de plomb et d'antimoine terreuse de Bonvillars, en Savoie. Cette mine se trouve en masses irrégulières, d'un jaune brun, couleur qu'elle doit à du fer.

La mine de plomb terreuse arsénicale et phosphorique de Rosier, étant exposée sur un charbon à l'action du feu d'un chalumeau, se fond, bouillonne, s'étend et fait un bruit semblable à la friture; il s'en dégage de l'arsénic, sous forme de vapeurs blanches, on retrouve quelques globules de plomb sur le charbon, et une portion de la même mine, qui ne s'est pas réduite; les expériences subséquentes feront connoître que c'est la portion de chaux de plomb qui se trouve combinée avec l'acide phosphorique; en effet, cette espèce de mine refuse de se réduire au chalumeau, sur le charbon; pénétrée de feu, elle y brille d'un éclat phosphorique, et laisse un bouton blanchâtre, opaque et poliëdre.

La mine de plomb blanche, exposée au feu du chalumeau, fait effervescence, et se réduit aussi-tôt comme les autres chaux de plomb.

Les cristaux de plomb en prismes hexaëdres, verdâtres, qu'on trouve dans la mine de plomb terreuse, arsénicale de Rosier, contiennent autant d'acides arsénical et phosphorique que la mine en masses irrégulières. Cet acide arsénical n'influe pas sensiblement sur la forme de ces cristaux de plomb vert, puisqu'elle est la même que celle qui ne contient que de l'acide phosphorique, combinée avec la chaux de plomb.

L'essai des mines au chalumeau sert à décider le docimasiste, sur la manière dont il doit procéder à l'analyse d'un minéral; mais ce moyen n'est qu'indicatif, et ne peut servir à faire connoître avec précision, les quantités des diverses substances qu'il contient.

La mine de plomb terreuse, arsénicale et phosphorique de Rosier, étant exposée à un degré de feu propre à la faire rougir, ne décrépite point, ne perd ni de son poids ni de sa couleur. A un feu très-violent elle fond, et l'acide arsénical s'en dégage sous forme de vapeurs blanches qui n'ont point d'odeur. La chaux de plomb reste avec l'acide phosphorique, sur les parois du creuset, où elle forme un enduit nitreux jaunâtre.

J'ai distilé, dans une cornue de verre, une partie de mine de plomb terreuse arsénicale, avec deux parties de poudre de charbon, il s'est sublimé du régule d'arsénic dans le col de la cornue; il s'en est exhalé de l'arsénic, et quoique j'aie encore ajouté de la poussière de charbon jusqu'à ce qu'il ne s'exhala plus de vapeurs arsénicales; cependant, si on fond ce résidu, avec trois parties de flux noir, et un peu de poudre de charbon, on obtient un culot de plomb fragile, dans le rapport de 50 livres par quintal de mine. Celui-ci, fondu au chalumeau, laisse encore exhaler des vapeurs arsénicales.

Ce plomb ayant été coupellé, a laissé une minicule d'argent; le fond de la coupelle étoit d'un jaune pâle, et avoit un petit rebord blanc, produit par du plomb phosphoré.

Pour déterminer ce qui donnoit une couleur brunâtre au résidu de la mine de plomb terreuse, arsénicale, qui avoit été calcinée avec la poudre de charbon; j'en ai distillé une partie avec trois de sel ammoniac, qui s'est sublimé en entier avec une petite portion d'arsénic; la couleur du sel ammoniac n'a point été altérée. Le plomb qui restoit au fond de la cornue, pesoit moitié de la mine qui avoit été employée, et offroit de petits cristaux irréguliers, d'un blanc verdâtre. Exposés sur un charbon, au feu du chalumeau, ils se sont fondus en un grain blanchâtre, opaque, poliëdre, qui ne s'est point réduit, ce qui annonce que le plomb s'y trouve combiné avec l'acide phosphorique.

L'alcali volatil mis en digestion sur la mine de plomb terreuse arsénicale, calcaire, ne s'est nullement coloré.

Il résulte de ces expériences que la couleur, d'un jaune verdâtre, qui est propre à cette mine, n'est point due à aucune substance métallique, étrangère au plomb, que l'acide arsénical s'y trouve, environ dans la proportion de moitié, et l'acide phosphorique dans le rapport d'un dixième.



EXPÉRIENCES

Propres à faire connoître dans quelle proportion l'acide nitreux pur dissout l'or.

PAR M. SAGE.

L'ACIDE nitreux pur marquant quarante-neuf degrés (1) à l'aréomètre de M. Baumé, n'a presque point d'action sur l'or laminé, puisque trois onces de cet acide, après avoir été mis en décoction sur douze grains d'or laminé très-mince, jusqu'à ce que cet acide ait été réduit à environ trois gros, la lame d'or ne s'est trouvée avoir diminuée que d'un trente-deuxième de karat.

Trois onces d'acide nitreux à quarante-deux degrés, n'ont dissous qu'un soixante et quatrième de karat d'or laminé.

Un cornet d'or poreux de douze grains, dont on avoit departi l'argent de quartation équivalant aux trois quarts de l'or, ayant été mis en décoction avec trois onces d'acide nitreux à quarante-neuf degrés, jusqu'à ce qu'il n'en resta plus qu'environ trois gros, ce cornet d'or s'est trouvé avoir diminué de seize trente-deuxièmes de karat.

Trois onces d'acide nitreux à quarante-quatre degrés, n'ont dissous que deux trente-deuxièmes de karat d'un cornet d'or poreux du poids de douze grains.

Trois onces d'acide nitreux à quarante deux degrés, ayant pareillement été mis en décoction sur un cornet d'or poreux pesant douze grains, jusqu'à réduction d'environ trois gros, n'ont dissous qu'un trente-deuxième et demi de karat d'or.

(1) Pour obtenir l'acide nitreux dans ce haut degré de concentration, je le dégage du nitre par l'intermède de l'acide vitriolique; je le précipite par l'argent; je distille plusieurs fois cet acide nitreux.

EXAMEN

Comparé de l'intensité du feu produit par la combustion de mesures égales de bois de chêne, de charbon de ce même bois, de charbon de tourbe, et de charbon de terre.

PAR M. SAGE.

LE bois ne brûle qu'après avoir passé à l'état de charbon.

Le charbon n'existe pas en nature dans les corps organisés; mais il est produit par leur altération, et il se forme lorsqu'on en a dégagé par l'action du feu les matières volatiles qu'ils contiennent. Alors les acides, principes des végétaux et des animaux, se concentrent et se combinent avec la terre des corps organisés et une portion d'huile brûlée; il en résulte un nouveau composé noir, friable, insipide, inodore, nommé charbon.

Toute espèce de charbon a des principes essentiellement semblables. Lorsque le charbon fossile, connu sous les noms de houille et de charbon de terre, a été séparé de l'huile et de l'alcali volatil qui s'y trouvent combinés avec du soufre, il rentre dans la classe du charbon végétal ; mais il contient plus de combustible, a besoin d'une plus grande quantité d'air pour brûler, et produit un feu bien plus fort et beaucoup plus long-temps (1) soutenu.

Il se forme du charbon dans le sein de la terre sans le concours du feu; lorsque de l'acide vitriolique porte son action sur le bois, il s'empare de l'eau qu'il contient,

(1) La durée de ce combustible peut être évaluée au moins quatre fois plus longue que celle du bois.

noircit le tissu végétal, altère et modifie son huile. Suivant la quantité d'acide vitriolique qui a porté son action sur le bois, il en résulte le *suturbrand* ou bois fossile, le jayet et le charbon de terre.

Si l'on met un morceau de bois de chêne dans de l'acide vitriolique concentré, il noircit aussi-tôt, peu de temps après il devient friable; lavé et desséché, il partage les propriétés du suturbrand ou bois fossile; si le même morceau de bois de chêne a resté plus long-temps dans l'acide vitriolique, son tissu organique se déforme, et l'on trouve au fond du vase une pâte noire, laquelle, après avoir été lavée et desséchée, partage la plûpart des propriétés du charbon de terre.

La manière dont s'exprime Wallerius, *page* 163 de la nouvelle édition de son *Systema mineralogicum*, vient à l'appui de ce que j'avance.

Existimant plurimi lythanthraces nihil aliud esse, quam ligna vegetabilia, quæ ab acido minerali vitriolico fuerunt transmutata.

J'ai lu à l'Académie, dans le courant de cette année, une analyse du bois fossile, dans laquelle j'ai fait observer que dans plusieurs morceaux il y avoit des couches ligneuses à l'état de jayet, et d'autres à l'état de pyrites. J'ai dit que le suturbrand ou bois fossile étoit un jayet ébauché; ce dernier me paroît être le passage du bois à l'état de charbon de terre : celui connu en Angleterre sous le nom de *Kenelcoal, lithanthrax piceus wall*, se trouve à Lancastre; ce charbon se laisse travailler comme le jayet, et contient beaucoup plus d'huile que les autres charbons de terre, aussi brûle-t-il en produisant une flamme vive et long-temps soutenue. Quoique l'origine des charbons de terre soit semblable, ils diffèrent cependant par la quantité de terre et de combustible qu'ils contiennent.

On trouve dans quelques endroits de la France, des schistes noirs, brillans, semblables par l'extérieur au char-

bon de terre ; ces schistes ne contiennent souvent point de bitume ; il y en a de cette espèce à St.-Aubin-de-Luinier en Anjou, à Lamotte en Dauphiné, et dans la paroisse de St.-Julien, près Moulins.

Pour parvenir à déterminer l'intensité du feu que peuvent produire par la combustion des mesures égales de bois de chêne et de diverses espèces de charbon, j'ai brûlé ces combustibles dans un fourneau dont le foyer avoit dix pouces de diamètre sur huit de hauteur ; j'ai placé dessus une chaudière de fonte de fer de neuf pouces de hauteur sur dix-huit pouces de diamètre ; j'ai mis dans cette chaudière 34 pintes d'eau en deux temps.

Le charbon de terre d'Anzin, près Valenciennes, et celui de Fintz, près Moulins, ont fait évaporer. . .	32 pintes d'eau.
Le kenelcoal.	30
Le charbon de terre de Newcastle.	27
de Fresne, dans le Hainault.	26
de Decise, en Nivernois. . .	25 $\frac{1}{2}$
d'Écosse.	25
Le charbon de tourbe.	12
de bois de chêne.	5
Le bois de chêne.	4

La table suivante fait connoître la quantité de terre contenue dans ces divers combustibles.

	Cendres.
Le bois de chêne produit par quintal.	8 onces.
Le charbon de bois de chêne.	2 l.
Le kenelcoal, ou charbon de terre de Lancastre.	
de Newcastle.	3
d'Écosse. . .	
Le charbon de terre d'Anzin.	
de Fintz.	5
de Fresne.	
d'Alais.	8
de Decise.	24
Le charbon de tourbe.	25

Les charbons de terre qui ont été employés dans ces expériences, ont été huit ou dix heures en feu; quelques-uns se sont boursouflés en brûlant; plusieurs ont exhalé de l'acide sulfureux vers la fin de leur combustion.

Le charbon de terre de Fintz et celui d'Anzin, ont, comme l'on voit, plus de combustible que les autres.

Le kenelcoal est le charbon de terre le plus estimé en Angleterre; il diffère de tous les autres par son tissu compacte et en ce qu'il est moins luisant; c'est à la quantité d'huile bitumineuse contenue dans le kenelcoal, que sont dues ses propriétés. Ce charbon de terre produit par la distillation, plus d'un tiers de son poids d'huile figée, tandis que nos charbons de terre de France n'en produisent qu'un seizième.

Ces charbons de terre qui fournissent beaucoup d'huile par la distillation, me paroissent produits par des arbres résineux; c'est pourquoi le bitume qu'on en extrait, peut partager les propriétés du goudron; tandis que les charbons de terre qui ne rendent que très-peu de bitume fluide, sont vraisemblablement produits par des arbres qui ne sont point résineux, le bitume qu'on en extrait doit donc différer par ses propriétés.

Quoique le charbon de terre de Newcastle contienne à-peu-près autant de bitume que le kenelcoal, il en diffère cependant par son extérieur et sa fragilité.

Le charbon de terre d'Ecosse contient beaucoup moins de bitume que les deux précédens; celui qu'on en retire par la distillation est fluide, et nage sur de l'eau acidule et rougeâtre.

Le charbon de terre de Decise, en Nivernois, offre un caractère particulier; il se divise en rhomboïdes lorsqu'on le casse; cette propriété est peut-être due à l'argile blanche qu'il contient dans la proportion d'un quart.

Lorsque les charbons de terre ne sont point pyriteux, leurs cendres ne contiennent presque point de fer.

On voit, par les expériences citées ci-dessus, que l'intensité du feu produit par le bois, est à celle du charbon du même bois, dans le rapport de quatre à cinq.

Que l'intensité du feu produit par le charbon de tourbe, est à celle du bois, dans le rapport de quatre à douze.

Enfin, que l'intensité du feu produit par le charbon de terre, est à celle du bois, dans le rapport de quatre à trente-deux; les arts ont donc sept fois plus d'avantage à employer le charbon de terre de préférence au bois.

Quoiqu'il y ait un gain considérable à convertir la pierre calcaire en chaux, par le moyen du charbon de terre, cependant on ne l'a pas mis en pratique dans la plus grande partie de la France.

La pierre calcaire quelconque, après avoir été réduite à l'état de chaux, se trouve avoir perdue près de moitié de son poids, qui s'exhale en air fixe pendant la calcination; il se dégage donc d'un four à chaux une quantité immense d'air fixe; cet acide méphitique ne se trouve pas immédiatement dans l'atmosphère du four, parce que la chaleur le raréfie; mais il se condense bientôt et tombe dans le voisinage, où il imprime son effet délétere (1).

Durant la calcination de la pierre calcaire, il se forme encore de l'air fixe par la décomposition de l'air qui a servi d'aliment au feu. Outre ces émanations méphitiques, une grande partie de l'huile du bois se convertit en air inflammable en se combinant avec la chaleur; ce gaz accompagne la fumée noire et épaisse qui sort des fours à chaux; cette fumée est âcre, irritante et fétide; elle est produite par l'eau, l'huile et l'acide que le bois contient; leur expansion forme des tourbillons de fumée noire, très-fuli-

(1) On trouve, page 17 d'un procès verbal du comité de police de Paris, publié récemment par M. Quinquet, tout ce qui est contenu mot pour mot dans ce paragraphe; mais je préviens que je ne suis point le plagiaire, et que j'ai annoncé ces vérités pour la première fois, il y a deux ans, dans une lettre que j'ai insérée alors dans le Journal de Paris.

gineuse,

gineuse, dont la force et l'intensité augmentent à chaque fois qu'on met du bois dans le foyer. On sait qu'il se consume dans un four à chaux ordinaire, quatre à cinq mille fagots ou coterets (1), en quarante-huit heures, pour la calcination de cinquante poinçons de chaux.

Si la fumée noire qui sort du four à chaux est abondante et continue, c'est que le bois le plus sec contient les trois quarts de son poids d'eau, d'huile et d'acide qui entrent en expansion et s'exhalent sans être détruits par la combustion. Cette fumée dépose sur la terre l'air fixe dégagé par la calcination de la pierre calcaire, et celui qui résulte de la décomposition de l'air; aussi lorsqu'on se trouve dans cette atmosphère, on est affecté par le méphitisme, la respiration se trouve d'abord gênée, le mal de tête survient, et l'asphyxie suit de près; ce que j'ai été à portée de vérifier.

Une femme sacloit dans un jardin, à quarante pas d'un four à chaux; le vent portoit la fumée méphitique du côté de cette femme, qui ressentit d'abord mal à la tête et tomba presqu'aussi-tôt sans connoissance. On l'emporta, et elle ne tarda pas à reprendre ses sens. Une heure après, cette femme retourna dans le même endroit pour achever de sacler; elle y tomba une seconde fois sans connoissance et dans une espèce d'asphixie. Informé de cet accident, je portai dans cette atmosphère une lumière qui s'éteignit à un pied et demi de terre. Le chien qui me suivoit, levoit le nez en l'air pour respirer.

Ce fait démontre la nécessité qu'il y a d'éloigner les fours à chaux des habitations, d'environ trois à quatre cents pas. Si les lois ne se sont pas expliquées sur cet objet, c'est que l'on n'avoit pas encore fait connoître que la calcination de la pierre calcaire produisoit autant de méphitisme.

Lorsqu'on réduit en chaux la pierre calcaire par le moyen

(1) Il y a des fours à chaux, près la ville de Louviers, qui consument près de soixante mille bourrées par an, ce qui enlève aux malheureux habitans de la campagne leur combustible.

du bois, le fourneau qu'on emploie offre, dans l'intérieur, une tour en brique voûtée, à la partie supérieure de laquelle est une ouverture ou cheminée; l'extérieur du fourneau est construit en pierre et offre un carré, sur une des faces duquel est une porte ceintrée, de cinq pieds de hauteur sur deux de largeur.

On arrange la pierre calcaire dans l'intérieur du fourneau, de manière à en former une voûte sèche, de la hauteur de cinq pieds, sur trois pieds de largeur; ensuite on charge cette voûte de quatre à cinq pieds de pierre calcaire. C'est dans le vide de cette petite galerie qu'on fait le feu de bois; dès qu'il est réduit en charbon, les chaufourniers le retirent, l'étouffent et conservent cette braise qu'ils vendent. Les chaufourniers consumeroient beaucoup moins de bois, et réduiroient en chaux bien plus promptement la pierre calcaire, s'ils laissoient consumer le charbon; ce qui avoit été observé par Bernard Palyssi, qui dit expressément qu'il faut procéder de suite à la calcination de la pierre calcaire, si l'on veut que la chaux soit bonne. On a cet avantage, lorsqu'on réduit en chaux la pierre calcaire par le moyen du charbon de terre. Le fourneau qu'on emploie alors, offre une espèce de cône, dont la pointe est en bas; on charge, lit par lit, la pierre à chaux et le charbon de terre; on allume le fourneau par la partie inférieure; ici la calcination est continue, et l'intensité du feu beaucoup plus forte; de sorte qu'il faut beaucoup moins de temps et beaucoup moins de combustible pour opérer mieux la calcination de la pierre calcaire; ce fourneau est, d'ailleurs, construit de manière qu'on peut le recharger dans la proportion du vide qui s'y forme, ou de celui qu'on y occasionne en retirant la chaux à mesure qu'elle est faite.

Le célèbre Philibert de Lorme (1) a écrit, il y a plus de

(1) Philibert de Lorme, abbé de St.-Eloy de Noyon, conseiller et aumônier d'Henry II, architecte du château des Tuileries, a, le premier, fait exécuter, en 1510,

deux cents ans, que la chaux faite avec le charbon de terre, étoit préférable à celle qui avoit été faite avec le bois. La première, dit-il, a besoin d'un tiers d'eau de plus pour être éteinte; les mortiers dans la composition desquels on emploie cette chaux, ont plus de tenacité et acquièrent plus de solidité que ceux préparés avec la chaux faite avec le bois.

Philibert de Lorme indique une manière d'éteindre la chaux, dont il vante beaucoup les avantages; comme elle n'est plus pratiquée parmi nous, je vais terminer ce mémoire par la description de son moyen.

On met, dit ce célèbre architecte, de la chaux dans une fosse; on la couvre d'un pied de sable; on jette de l'eau par-dessus, pour faire fuser la chaux qui est dessous. Si le sable se fend et donne passage à la vapeur, on recouvre les crevasses. Philibert de Lorme recommande de n'employer cette chaux qu'au bout de trois ans; il assure que plus elle est ancienne, plus elle fait un bon mortier et un beau stuc.

En citant le procédé de Philibert de Lorme, je n'admets pas que la vapeur qui s'exhale lors de l'extinction de la chaux, puisse concourir en rien à ses qualités, puisque ce n'est que de l'eau réduite en vapeurs par la chaleur qui se développe, lors de l'extinction de la chaux vive. On sait que les Romains éteignoient leur chaux par immersion, et qu'ils la laissoient ensuite fuser à l'air, dans ce cas, toute la vapeur s'exhaloit; cependant les mortiers et les stucs qui ont été faits avec cette chaux, ont résisté aux injures du temps.

---

la charpente des combles en planches, comme celle de la coupelle de la halle aux bleds, faite à Paris en 1782, d'après les principes de ce grand homme, exposés dans l'ouvrage qu'il a publié sous le titre de *Nouvelles Inventions pour bien bâtir à petits frais, trouvées n'aguère par Philibert de Lorme, lyonnais, architecte, conseiller et aumônier ordinaire du Roi, et abbé de St.-Eloy-lez-Noyon.*

* * *

OBSERVATIONS

Qui prouvent que la pleurésie n'est pas une maladie essentiellement différente de la peripneumonie, ou de la fluxion de poitrine.

PAR ANTOINE PORTAL.

On ne peut traiter une maladie avec succès qu'autant qu'après en avoir bien connu la nature, on peut lui opposer l'espèce de remède qui lui convient. Les médecins, persuadés de cette importante vérité, ont, depuis long-temps, dirigé toutes leurs recherches pour *classer* les maladies qui avoient un rapport entr'elles.

Mais il s'en faut bien que ce travail utile soit porté au degré de perfection dont il est susceptible; il est encore des maladies qu'on désigne sous le même nom, qu'on traite de même, et qu'on devroit cependant soigneusement distinguer: il en est aussi qu'on distingue, et qu'on devroit confondre, tant pour simplifier leur nomenclature, que pour faciliter leur traitement.

La peripneumonie et la pleurésie nous en offrent un exemple bien remarquable. Les médecins les ont soigneusement distinguées; s'il est, disent-ils, des symptômes communs à ces deux maladies, comme la difficulté de respirer et la fièvre continue, il en est d'autres qui les différencient. Dans la pleurésie, ajoutent-ils, la douleur à la poitrine est piquante, aigue; et dans la peripneumonie, ou fluxion de poitrine, le malade éprouve plutôt une forte oppression, la sensation d'un poids sur la poitrine, qu'une vraie douleur, encore moins une douleur aigue: dans la pleurésie le pouls est dur, et dans la fluxion de poitrine, le pouls est mol.

C'est par ces signes que Galien a cru distinguer ces deux maladies, et son opinion a été celle des médecins anciens et modernes les plus célèbres; MM. Pringle, Valsalva, Morgagni, Haller et divers autres écrivains (1) cités par M. Tissot, dans une lettre qu'il a écrite à notre sujet à M. Pinel, notre confrère (2), ont rapporté quelques observations qui détruisent cette opinion; mais sans doute que les Médecins ne les ont pas trouvées assez concluantes, puisqu'ils ont continué, pour la plupart, d'admettre l'existence de ces deux maladies, et que M. de Haen a cru devoir opposer son opinion à celle de M. Tissot (3). Sauvages lui-même, d'ailleurs si exact, l'a adoptée dans sa nosologie.

Non-seulement les médecins ont voulu différencier la pleurésie de la péripneumonie, d'après ses symptômes, mais encore d'après son siége. Ils ont pensé que la pleurésie avoit le sien dans la plèvre, comme le nom l'indique, et que la péripneumonie résidoit dans le poumon, ou au moins dans la membrane qui le revêt, distinction encore plus subtile.

Considérons d'abord les symptômes qu'on a regardés comme distinctifs de ces deux maladies; nous verrons ensuite si réellement elles ont un siége différent.

Rien n'est plus variable que l'état du pouls dans les maladies inflammatoires de la poitrine, soit que le malade se plaigne d'une douleur aiguë, ou point de côté, soit qu'il éprouve de l'oppression, ou une douleur gravative. Je l'ai trouvé dans le même malade, tantôt très-serré, très-dur, tantôt mol, souple, sans que la douleur eût changé de nature; bien plus, il étoit très-mol dans des personnes qui ressen-

---

(1) Il y a plus de cent ans qu'Heurnius observa que la plèvre et les membranes du poumon étoient saines, sans inflammation, dans un jeune homme mort après avoir éprouvé tous les symptômes de la péripneumonie qui avoient succédé à la pleurésie. *Pleuram inviolatam deprehendimus. ... Membranâ pulmonem ubique investiens integrâ.* Obs. *Heurnii* ad calcem operis *Fernelii*, édit. Colon., 1679, *in-fol.*

(2) Lauzane, le 20 décembre 1789.

(3) Méthod. Méd. t. 5, p. 96.

toient la douleur de côté la plus aiguë, tandis que dans quelques malades qui avoient l'espèce de douleur gravative la mieux caractérisée, le pouls étoit très-serré et très-dur.

Les praticiens savent que très-souvent après une saignée le pouls se relève, se développe, et devient même plus dur qu'il n'étoit auparavant.

Sans doute qu'alors le cours du sang est ralenti par les obstacles qui troublent sa libre circulation dans le poumon; vient-on à les diminuer par la saignée, la circulation devient plus facile et le pouls acquiert une nouvelle vigueur. *Haen*, *Lieutaud*, *Haller* et quelques autres médecins, ont assuré avoir trouvé le pouls de quelques péripneumoniques très-dur, et non moi. Bien plus, *Morgagni* et *Valsalva*, son illustre maître, avoient regardé cet état du pouls comme plus constant, ce qui est confirmé par nos observations.

Madame la présidente le *Rebours* avoit le pouls très-dur, serré, avec un point de côté, dont elle mourut en peu de jours; à l'ouverture du corps, à laquelle j'assistai, on vit que la substance du poumon étoit très-enflammée, et que la plèvre étoit dans l'état naturel.

L'ouverture du corps de M. *Courtemanche*, mort à Paris, rue Jacob, en 1783, après avoir éprouvé la douleur gravative la plus forte, avec le pouls le plus dur, offrit les mêmes résultats. Le poumon étoit très-enflammé, et la plèvre étoit saine. Le cœur et les gros vaisseaux étoient pleins de sang, quoique nous eussions, M. Maloet et moi, fait saigner le malade six fois.

J'ai ouvert en 1773 le corps d'un sellier, rue S.-André des-Arcs; il avoit eu une douleur gravative des plus fortes, et le pouls extrêmement dur, jusqu'au septième jour, veille de sa mort. On trouva à l'ouverture de son corps, le poumon du côté droit, avec une legère inflammation à la partie de la plèvre qui lui étoit contigue.

Nous ne multiplierons pas, dans ce Mémoire, les exemples de ce genre, ceux que nous venons de rapporter prouvent

assez que c'est sans fondement qu'on a voulu déduire de la différence du pouls, la différence d'une maladie qui n'a pas lieu.

Mais si les médecins praticiens ne peuvent pas distinguer par le pouls, la péripneumonie de la pleurésie, ne pourront-ils pas en trouver le caractère distinctif dans l'espèce de douleur dont les malades se plaignent.

Les plus anciens médecins ont avancé que les poumons étant insensibles de leur nature, (1) le malade n'éprouvoit aucune douleur, dans les inflammations même de ce viscère; seulement ressentoit-il alors une sorte d'oppression, de difficulté de respirer, de douleur gravative.

Il n'en est pas de même, suivant les anciens, et suivant la plupart des médecins modernes, lorsque la maladie a son siége dans la plèvre; comme selon eux, cette membrane est très-sensible, (2) il y a alors une douleur aiguë, piquante, lancinante.

C'est ainsi que d'après une théorie fausse, ou du moins qui est contraire au résultat des expériences des anatomistes modernes, sur les animaux vivans, les médecins praticiens ont admis que dans la pleurésie, ou dans l'inflammation de la plèvre, il y avoit une douleur aiguë, et que dans l'inflammation du poumon il n'y avoit qu'une douleur gravative.

Une autre raison encore qui a bien pu déterminer les médecins à admettre de pareilles différences, ce sont les altérations que les anatomistes ont trouvées dans le poumon et

---

(1) *Quippe*, dit Arétée, *qui naturaliter dolore immunis sit, ob corporis raritatem lanis similis........ de causis et signis morborum, lib.* 11, *de pulmonar, cap.* 1.

(2) Les anatomistes ont pensé généralement que les membranes étoient d'autant plus sensibles, qu'elles étoient d'un tissu ferme, et qu'elles étoient tendues; (*a*) mais les observations que les praticiens ont faites sur les malades, et les expériences des anatomistes sur les animaux vivants ont plutôt prouvé le contraire.

(*a*) Lieutaud, anat. hist. et pratique, tom. 1, pag. 19

dans la plèvre; mais il eût fallu bien se convaincre si le sujet dans lequel on a trouvé la plèvre enflammée, avoit ressenti le point de côté; il eût fallu également savoir si, dans celui dont les poumons ont été trouvés en putréfaction, la douleur avoit été seulement gravative, et si elle n'avoit pas été piquante: or, c'est ce qui avoit été bien mal examiné jusqu'à *Morgagni*, qui, le premier, a soumis ces sortes d'observations à une critique aussi sévère que judicieuse.

Mais comme cet anatomiste n'a pas épuisé cette matière, et qu'elle est assez importante pour être l'objet d'un nouvel examen, je dirai qu'ayant ouvert le corps de plusieurs personnes qui sont mortes d'une maladie inflammatoire, après s'être plaintes d'une douleur aiguë au côté, je n'ai nullement trouvé la plèvre enflammée, ce qui est contraire à l'opinion des plus grands médecins, et notamment à celle de M. *Cullen*, dont MM. *Bosquillon* et *Pinel* ont traduit les ouvrages en notre langue.

M. de Villeneuve, mourut en 1776, à l'hôtel de Russie, rue Richelieu, d'une maladie de poitrine inflammatoire. Il s'étoit plaint d'une pointe au côté droit, qu'il comparoit, tantôt à la piqûre d'une aiguille, tantôt à celle d'un clou qui lui perçoit la poitrine. On s'attendoit à trouver en cet endroit la plèvre très-enflammée et même gangrénée; mais point du tout, elle étoit parfaitement saine dans toute son étendue. La maladie avoit son siége dans les poumons; le lobe supérieur droit étoit très-endurci et racorni comme du cuir brûlé, le lobe moyen étoit extérieurement d'un rouge très-foncé, contenant divers foyers pleins de suppuration.

M. Dumenil, négociant, a perdu, il y a quelques années, une jeune demoiselle, d'environ sept ans, d'une maladie inflammatoire, avec une douleur de côté très-vive. On en trouva le siége dans le poumon, et nullement dans la plèvre.

Les observations ont offert des résultats d'un autre genre; *Morgagni* a trouvé la plèvre enflammée dans des sujets qui n'avoient

n'avoient éprouvé aucune douleur au côté, et dans d'autres qui avoient eu de la douleur, du côté droit, par exemple, on a trouvé la plèvre enflammée du côté gauche, ou dans tout autre endroit que celui où le malade avoit souffert. Nous en pourrions citer des exemples, que nous avons eu soin de recueillir.

On voit, par là, que les médecins ont eu tort de croire que la plèvre étoit enflammée, toutes les fois que les malades éprouvoient de la douleur aux parties contenantes de la poitrine, avec de la fièvre, et *vice versa*, que les anatomistes ont gratuitement supposé que ces symptômes avoient eu lieu, toutes les fois qu'ils ont trouvé des marques d'inflammation dans la plèvre de quelque cadavre. Cette erreur vient de ce que les médecins n'ont pas ouvert les corps des personnes qu'ils avoient traitées, ou qu'ils n'ont tiré aucun parti de pareilles ouvertures, et de ce que les anatomistes ont souvent borné leurs occupations à disséquer des corps, sans avoir suivi le traitement de la maladie qui les avoit fait périr.

Dans tous les sujets qui sont morts d'une péripneumonie, ou d'une prétendue pleurésie, on trouve toujours les poumons altérés; quelquefois la plèvre l'est aussi; mais jamais l'altération ne se borne à la plèvre, ce qui pourroit faire croire qu'alors celle-ci n'est affectée que secondairement.

Qu'on prenne garde que l'inflammation du poumon ne se manifeste pas aux anatomistes par les mêmes signes; tantôt on trouve les poumons gonflés, rouges et ramolis, par un sang plus ou moins noir, extravasé dans le tissu cellulaire, avec des adhérences, plus ou moins intimes, à la plèvre, c'est l'inflammation qu'on a le plus généralement observée.

Tantôt on trouve dans cette masse enflammée du poumon, un ou plusieurs foyers de suppuration qui communiquent ensemble, ou qui sont isolés; ce pus est ici rarement blanchâtre, comme dans les parties graisseuses. Sou-

vent le poumon est endurci dans une étendue plus ou moins grande; il est alors grisâtre, même blanchâtre en cet endroit enflammé, tandis qu'il est quelquefois plus noir ailleurs, sans doute par le réflux du sang dans les vaisseaux voisins, qu'il peut plus facilement pénétrer.

Il n'est pas rare, lorsqu'il y a de pareilles duretés dans les poumons, de trouver de l'eau épanchée dans les cavités de la poitrine, ou dans celle du péricarde. On voit par là que l'hydropisie de poitrine et du péricarde, n'est pas toujours une maladie chronique, et qu'elle peut être même le résultat, d'une maladie très-aiguë, inflammatoire (1); quelquefois ces trois effets de l'inflammation se trouvent réunis dans le même poumon. Ne sont-ils pas une suite ordinaire l'un de l'autre? Ou bien la nature, suivant la disposition du sujet, et suivant l'espèce et l'intensité de la maladie, ne produit-elle pas telle altération, indépendamment de telle autre.

Quoiqu'il en soit de ces effets de l'inflammation du poumon, ils ont eu lieu, d'une manière ou d'autre, dans tous les sujets que j'ai ouverts, et qui avoient la plèvre enflammée; et si jamais elle a été enflammée seule, comme quelques anatomistes peuvent l'avoir observé, c'est certainement après des fièvres de mauvais genre; elles ont pu affecter la plèvre de la même manière quelles agissent sur les autres membranes; c'est ce que MM. *Morgagni et de Haen* ont pensé, et ce que nous avons bien remarqué deux ou trois fois, après un pareil genre de maladie, et dans des personnes qui avoient conservé leur raison et leur sensibilité jusqu'au moment de la mort, entr'autres chez M. l'*abbé d'L re*, chanoine de Notre-Dame, mort en 1771, au collège de Na-

(1) L'inflammation du cerveau donne quelquefois lieu à l'hydrocephale, et l'inflammation des visceres du bas ventre, à l'hydropisie ascite; celle de la matrice, après la couche, a un épanchement laiteux dans le bas ventre, ou qui en a l'aspect. Cette matière, bien discutée, pourroit faire l'objet d'un mémoire très-intéressant.

varre, d'une fièvre paroissant maligne. Il périt le sixième jour de sa maladie, sans avoir éprouvé la plus légère douleur au côté, ni même de la difficulté de respirer, jusqu'au moment de l'agonie, qui fut très-courte, et cependant on trouva la plèvre très-enflammée du côté droit, sans qu'il y eût aucune altération apparente dans le poumon.

La péripneumonie se termine souvent par une expectoration heureuse; les médecins ont supposé que la pleurésie avoit une égale terminaison, et ils n'ont pas manqué de supposer encore que la matière morbifique pouvoit facilement passer par les voies aériennes. Mais, par quels conduits? C'est ce qu'ils n'ont pas expliqué; *magnum profectò*, dit Arêtée, *miraculum est, et quomodo id fiat, ut ab exili tenuique membranâ nihil crassitudinis habente, membranâ inquam costas interius obtegente, tanta copia puris effundatur* (1).

Mais plusieurs médecins ont voulu rendre raison d'un fait, même, qui n'existoit pas; tantôt c'est par les arteres, communiquant, disent-ils, sans le prouver, avec les arteres des parties contenantes de la poitrine, qu'ils ont voulu expliquer cette espèce de métastase; tantôt ils ont recouru à la veine *azygos*, pour leur attribuer cette fonction. Voyez la thèse *de Gunzius* (2) sur cette question, et vous conclurez facilement que tout ce qu'ils ont dit à ce sujet, est hypothétique et étranger à la bonne phisiologie. On auroit dû douter du fait, d'après l'explication même qu'on s'est efforcé d'en donner.

Nous ne connoissons aucune observation qui prouve que dans la maladie qu'on appelle la *pleurésie*, on ait trouvé la plèvre affectée, sans que le poumon ne le fut aussi. Il est vrai que les médecins ont averti, que lorsque la pleurésie devenoit mortelle, elle dégeneroit en péripneumonie, mais

---

(1) Arêtée, *capp. lib.* 1, *de pulurentis*, *cap* 9.

(2) *Derivatio puris in bronchia Leips.* 1738. *Haller, collect. pathol. t.* 2.

comme alors même on a trouvé plusieurs fois la plèvre très-saine, n'étoit-il pas plus naturel d'attribuer la maladie à l'affection du poumon, démontrée constamment par l'ouverture des corps, que de la supposer dans la plèvre qu'on ne trouve jamais alors affectée seule.

On sait qu'il se forme souvent une fausse membrane entre le poumon et la plèvre; je l'ai trouvée dans quelques cadavres, bien plus épaisse que la plèvre elle-même, à laquelle elle adhéroit, et qui étoit, malgré cela, quelquefois saine. Ces concrétions membraneuses, comme l'a observé le *grand Morgagni*, ont pu quelquefois en imposer, et faire croire que la plèvre étoit malade, quoiqu'elle ne fût nullement affectée.

Au lieu d'une fausse membrane, ce n'est quelquefois qu'un tissu cellulaire, plus ou moins compacte, et contenant une substance stéatomateuse, et quelquefois du vrai pus qui a transudé du poumon. Alors même la plèvre n'est pas toujours affectée, et si elle l'est quelquefois, on ne peut s'empêcher de penser qu'elle ne l'est que par communication.

Mais d'où peut provenir la douleur aiguë que les malades rapportent aux parties contenantes de la poitrine, ordinairement au côté sous le sein? si elle ne provient pas de la lésion de la plèvre, ne dépend-elle pas de l'affection des muscles intercostaux, du diaphragme, ou autres muscles de la respiration : c'est une pure supposition, puisqu'on trouve toujours alors ces muscles dans l'état naturel.

Pourroit-on attribuer cette douleur à la correspondance des nerfs du poumon avec les nerfs intercostaux, et dire que lorsque l'inflammation a son siége dans telle ou telle partie du poumon où il y a beaucoup de nerfs, le malade éprouve une douleur au côté, autour de la poitrine, comme ceux qui ont une inflammation du foie ressentent une vive douleur au-dessus de l'épaule droite, ce que nous avons observé quelquefois, et sur-tout dans un domestique de madame de *Cambis*, avec M. Saillant, notre confrère, et ce que d'autres méde-

decins, notamment *Charles Pison*, avoient remarqué avant nous. Cela n'est pas hors de vraisemblance : comme il y a de grands espaces dans le poumon, où il y a peu de nerfs, il peut n'y avoir que très-peu de douleur, ou point du tout, lorsque la maladie y existe; mais l'effet en est différent, lorsque son siége réside dans les plexus nerveux pulmonaires, ou que par quelque cause particulière, le sang y est déterminé avec trop de violence; et ce qui pourroit le faire croire, c'est que les douleurs se font toujours sentir d'une manière bien plus vive, pendant les redoublemens de fièvre, que lorsque le pouls est moins agité.

Mais quand bien même on ne pourroit donner aucune explication de la douleur de côté, devroit-on supposer que le siége de la maladie est dans la plèvre, sans en être assuré par de bonnes observations? Auroit-on dû admettre deux maladies au lieu d'une seule?

Voilà comme en médecine on a été si souvent induit en erreur. On a pris les apparences pour la vérité. On a admis des maladies qui n'existent pas, on en a confondu ensemble plusieurs qui eussent dû être distinguées; ce qui a tourné au détriment de l'art; car on juge bien que pour que les médecins puissent traiter les maladies avec succès, il faut au moins qu'ils commencent par les bien connoître.

PREMIER MÉMOIRE
SUR
LA RESPIRATION DES ANIMAUX,

Par MM. SEGUIN et LAVOISIER.

LA respiration est une des fonctions les plus importantes de l'économie animale, et en général elle ne peut être quelque temps suspendue sans que la mort n'en soit une suite inévitable. Cependant, jusqu'à ces derniers temps, on a complettement ignoré quel est son usage, quels sont ses effets : et tout ce qui est relatif à la respiration étoit au nombre de ces secrets que la nature sembloit s'être réservés.

Le retard de nos connoissances sur un objet aussi important, tient à ce qu'il existe un enchaînement nécessaire dans la suite de nos idées, un ordre indispensable dans la marche de l'esprit humain ; à ce qu'il étoit impossible de rien savoir sur ce qui se passe dans la respiration avant qu'on eût reconnu :

1°. Que le calorique (matière de chaleur) est un principe constitutif des fluides (1), et que c'est à ce principe qu'ils doivent leur état d'expansibilité, leur élasticité, et plusieurs autres des propriétés que nous leur connoissons.

---

(1) Sous ce nom générique, nous comprenons les *Airs* et les *Gaz*.

2°. Que l'air de l'atmosphère est un composé de deux fluides aëriformes, savoir, d'un quart environ d'air vital, et de trois quarts de gaz azote.

3°. Que la base de l'air vital, l'oxigène, est un principe commun à tous les acides, et que c'est lui qui constitue leur acidité.

4°. Que le gaz acide carbonique (air fixe) est le résultat de la combinaison d'environ 72 parties, en poids, d'oxigène, et de 28 parties de carbone (charbon pur).

5°. Qu'il entre moins de calorique dans la composition d'un volume donné de gaz acide carbonique, que dans un pareil volume d'air vital, et que c'est par cette raison qu'il se dégage du calorique pendant la combustion du carbone, c'est-à-dire pendant la conversion de l'air vital en gaz acide carbonique par l'addition du carbone.

6°. Enfin, que l'eau n'est point un élément, n'est point une substance simple, comme le croyoient les anciens ; mais qu'elle est composée de 14,338 parties d'oxigène, et de 85,668 d'hydrogène (1).

M. Lavoisier, l'un de nous, a établi toutes ces vérités dans une suite de mémoires qui font partie du recueil de l'Académie ; et maintenant que ces vérités ont reçu la sanction du temps, qu'elles se trouvent confirmées par l'assentiment de presque tous les physiciens et les chimistes de l'Europe, nous pouvons dire avec confiance qu'il n'en existe pas en chimie, qui soient fondées sur des preuves plus évidentes.

Enfin il étoit impossible de soumettre à des expériences précises les effets de la respiration avant qu'on eût acquis des moyens simples, faciles et expéditifs de faire l'analyse

---

(1) Nous nous servons ici du résultat indiqué par MM. Fourcroy, Séguin et Vauquelin, parce qu'il dérive d'une des expériences les plus exactes qui aient été faites en chimie.

de l'air ; et c'est un service que M. Seguin vient de rendre à la chimie (1).

Boile, Hales, Black et Priesley, sont les premiers qui se soient apperçus que la respiration exerce une action marquée sur l'air de l'atmosphère ; qu'elle en diminue le volume, qu'elle en change la nature, et qu'en un assez court intervalle de temps, le fluide qui sert à cette fonction, perd la propriété d'entretenir la vie des animaux.

Sans trop se rendre compte de ce qui se passoit dans ce genre d'expérience, les chimistes sectateurs de la doctrine de Sthal, essayèrent d'en expliquer les résultats : ils y parvinrent avec cette facilité qu'on leur connoît ; c'est-à-dire, à l'aide de leur principe ordinaire, le phlogistique qui, comme un Protée, peut se prêter à tout et prendre toutes les couleurs, comme toutes les formes. Supposant donc que, pendant la respiration, il s'exhaloit des poumons des animaux une certaine quantité de phlogistique, les disciples de Sthal admirent la phlogistication de l'air par la respiration, comme ils avoient admis la phlogistication par la combustion, par l'oxidation des métaux, etc. et comme les produits de ces différentes opérations leur parurent identiques, ils y trouvèrent de nouveaux motifs de conclure que le phlogistique étoit un être identique dans les trois règnes de la nature.

Des expériences de comparaison que M. Lavoisier entreprit bientôt après, lui firent connoître les principaux effets et les différens produits de la respiration, de la combustion, de l'oxidation, etc. et le mirent en état d'apprécier le degré d'analogie qui existe entre ces diverses opérations. Il fit voir que dans toutes il y a décomposition de l'air vital contenu dans l'air atmosphérique, et dégage-

(1) Mémoire sur l'eudiométrie. Annales de chimie, tom. 9, page 293.

ment

ment d'une portion de son calorique spécifique ; que dans toutes, il reste après le lavage dans l'alcali, (alcali caustique) un résidu identique, le gaz azote, qui n'est point un produit de l'opération, mais qui est une partie constituante de l'air atmosphérique.

Il annonça ensuite, en 1777, que la respiration est une combustion lente d'une portion de carbone que contient le sang, et que la chaleur animale est entretenue par la portion de calorique qui se dégage au moment de la conversion de l'air vital de l'atmosphère en gaz acide carbonique, comme il arrive dans toute combustion de carbone.

Les expériences que publièrent, en 1780, MM. de la Place et Lavoisier (1), non-seulement confirmèrent ces énoncés, mais elles offrirent encore un résultat tout-à-fait inattendu, et dont il étoit impossible alors de sentir toute l'importance. Ces deux physiciens reconnurent qu'il se dégage des animaux, dans un temps donné, une quantité de calorique plus grande que celle qui devroit résulter de la quantité de gaz acide carbonique qui se forme dans un temps égal, par leur respiration.

Enfin, en 1785, M. Lavoisier crut pouvoir annoncer, dans un mémoire publié dans le recueil de la société de Médecine, que très-probablement la respiration ne se borne pas à une combustion de carbone, mais qu'elle occasionne encore la combustion d'une partie de l'hydrogène contenu dans le sang ; et conséquemment que la respiration opère, non-seulement une formation de gaz acide carbonique, mais encore une formation d'eau ; ce qui explique parfaitement bien le phénomène observé par MM. de la Place et Lavoisier.

M. Seguin donna de nouveaux développemens à cette théorie, et la confirma par de nouvelles expériences dans

---

(1) Mémoires de l'académie des sciences, année 1780, page 355.

un mémoire qu'il lut à la société de Médecine. Il y présenta un extrait des recherches de MM. Priesley, Crawford, Hamilton, etc. sur cet objet, et y exposa les conséquences qu'on pouvoit en déduire.

Tel étoit l'état de nos connoissances à l'instant où nous avons formé le plan d'un travail très-étendu, sur presque toutes les parties de l'économie animale. Nous allons présenter dans ce premier mémoire les principaux résultats des expériences que nous avons faites sur la respiration.

En partant des connoissances acquises, et en nous réduisant à des idées simples, que chacun puisse facilement saisir, nous dirons d'abord, en général, que la respiration n'est qu'une combustion lente de carbone et d'hydrogène, qui est semblable en tout à celle qui s'opère dans une lampe ou dans une bougie allumée; et que sous ce point-de-vue, les animaux qui respirent sont de véritables corps combustibles qui brûlent et se consument.

Dans la respiration, comme dans la combustion, c'est l'air de l'atmosphère qui fournit l'oxigène et le calorique; mais comme dans la respiration, c'est la substance même de l'animal, c'est le sang qui fournit le combustible, si les animaux ne réparoient pas habituellement par les alimens, ce qu'ils perdent par la respiration, l'huile manqueroit bientôt à la lampe; et l'animal périroit comme une lampe s'éteint, lorsqu'elle manque de nourriture.

Les preuves de cette identité d'effets entre la respiration et la combustion se déduisent immédiatement de l'expérience. En effet l'air qui a servi à la respiration, ne contient plus, à la sortie du poumon, la même quantité d'oxigène; il renferme non-seulement du gaz acide carbonique, mais encore beaucoup plus d'eau qu'il n'en contenoit avant l'inspiration. Or, comme l'air vital ne peut se convertir en gaz acide carbonique que par une addition de carbone; qu'il

ne peut se convertir en eau que par une addition d'hydrogène ; que cette double combinaison ne peut s'opérer sans que l'air vital ne perde une partie de son calorique spécifique ; il en résulte que l'effet de la respiration est d'extraire du sang une portion de carbone et d'hydrogène, et d'y déposer à la place une portion de son calorique spécifique, qui, pendant la circulation, se distribue avec le sang dans toutes les parties de l'économie animale, et entretient cette température à-peu-près constante, qu'on observe dans tous les animaux qui respirent.

On diroit que cette analogie, qui existe entre la respiration et la combustion, n'avoit point échappé aux poëtes, ou plutôt aux philosophes de l'antiquité dont ils étoient les interprètes et les organes. Ce feu dérobé du ciel, ce flambeau de Prométhée ne présente pas seulement une idée ingénieuse et poétique ; c'est la peinture fidèle des opérations de la nature, du moins pour les animaux qui respirent : on peut donc dire avec les anciens, que le flambeau de la vie s'allume au moment où l'enfant respire pour la première fois, et qu'il ne s'éteint qu'à sa mort.

En considérant des rapports si heureux, on seroit quelquefois tenté de croire, qu'en effet les anciens avoient pénétré plus avant que nous ne le pensons, dans le sanctuaire des connoissances, et que la fable n'est véritablement qu'une allégorie, sous laquelle ils cachoient les grandes vérités de la médecine et de la physique.

Tout ce que nous avons à dire en ce moment sur la respiration, n'est que le développement de l'idée principale que nous venons d'énoncer. Nous avons commencé ce mémoire par où, peut-être, nous aurions dû le finir, par la conséquence. Mais nous avons pensé, qu'au risque même de nous répéter, il pourroit être utile d'offrir, dès le commencement, au lecteur, le fil qui doit le conduire. Le

Cccc 2

voyageur est moins sujet à s'égarer, lorsqu'il voit devant lui le terme auquel il se propose d'arriver.

C'est sur des cochons d'inde que nous avons d'abord opéré. Ces animaux sont doux, la nature ne leur a donné aucun moyen de nuire. Ils sont d'une constitution robuste, faciles à nourrir ; ils supportent long-temps la faim et la soif ; enfin, ils sont assez gros pour produire en très-peu de temps des altérations sensibles dans l'air qu'ils respirent.

La quantité d'air vital qu'ils consomment par heure, est de 40 à 50 pouces cubiques, suivant leur force et leur grosseur : mais comme le gaz acide carbonique est pour eux, ainsi que pour presque tous les animaux, un poison mortel, qu'ils ne peuvent respirer, même en médiocre quantité, sans éprouver des accidens funestes, il est nécessaire, pour continuer long-temps les expériences sur le même animal, sans qu'il en souffre, d'absorber le gaz acide carbonique à mesure qu'il se forme. Pour remplir cet objet, nous commencions par faire passer sous une cloche de verre, une quantité connue d'air vital ; nous y introduisions ensuite le cochon d'inde, en le faisant passer à travers l'eau : dès qu'il étoit sous la cloche, nous le soulevions et nous le soutenions dans l'air qu'elle contenoit, à l'aide d'une espèce de sibille de bois, montée sur trois pieds et recouverte d'une toile de crin : les pieds de ce support étoient assez longs pour que l'animal fût soutenu à six ou huit pouces au-dessus de la surface de l'eau.

On conçoit que la sibille, en passant ainsi à travers de l'eau, devoit s'en remplir : nous la vuidions avec un siphon ; après quoi nous y introduisions de l'alcali au moyen d'un entonnoir adapté à un tube recourbé. Ces opérations se font avec facilité, quand on y est habitué.

Pour plus de sûreté, nous placions encore entre les trois

pieds du support une capsule qui nageoit sur la surface de l'eau, et que nous remplissions également d'alcali. Avec ces précautions le gaz acide carbonique étoit aussi-tôt absorbé que formé, et l'animal n'étoit pas plus incommodé, que s'il eût respiré dans l'air libre. Si l'expérience dure long-temps, plusieurs jours par exemple, il faut remplacer par des quantités connues d'air vital, celui qui est absorbé par la respiration de l'animal, ou plutôt qui est employé à former du gaz acide carbonique et de l'eau. On doit avoir également soin de renouveller l'alcali, lorsqu'il approche d'être saturé d'acide carbonique.

On sait que la combustion, toutes choses égales d'ailleurs, est d'autant plus rapide que l'air dans lequel elle s'opère, est plus pur. Ainsi, par exemple, il se consomme dans un temps donné beaucoup plus de charbon ou de tout autre combustible, dans l'air vital, que dans l'air de l'atmosphère. On avoit toujours pensé qu'il en étoit de même de la respiration ; qu'elle devoit s'accélérer dans l'air vital, et qu'alors il devoit se dégager soit dans le poumon, soit dans le cours de la circulation une plus grande quantité de calorique. Mais l'expérience a détruit toutes ces opinions qui n'étoient fondées que sur l'analogie. Soit que les animaux respirent dans l'air vital pur, soit qu'ils respirent dans ce même air, mêlangé avec une proportion plus ou moins considérable de gaz azote, la quantité d'air vital qu'ils consomment est toujours la même, à de très-legères différences près. Il nous est arrivé plusieurs fois, de tenir un cochon d'inde pendant plusieurs jours, soit dans l'air vital pur, soit dans un mêlange de quinze parties de gaz azote et d'une d'air vital, en entretenant constamment les mêmes proportions ; l'animal dans les deux cas est demeuré dans son état naturel ; sa respiration et sa circulation ne paroissoient pas sensiblement, ni accélérées, ni retardées ; sa chaleur étoit égale ; et il

avoit seulement, lorsque la proportion de gaz azote devenoit trop forte, un peu plus de disposition à l'assoupissement.

M. Lavoisier avoit déjà annoncé que le gaz azote, contenu dans l'atmosphère, n'éprouvoit aucun changement pendant la respiration, et qu'il ressortoit du poumon en même quantité qu'il y étoit entré. Nous avons cru devoir constater ce fait par des expériences très-rigoureuses, et nous nous sommes assurés que réellement il n'y a ni dégagement, ni absorption de gaz azote pendant la respiration. Il y avoit, d'après cela, lieu de présumer qu'on pouvoit substituer au gaz azote qui entre dans la composition de l'air de l'atmosphère, un volume égal d'un gaz quelconque, pourvu qu'il ne fût ni acide, ni alcali, et qu'il n'eût aucune qualité nuisible. L'expérience a encore confirmé pleinement cette conjecture.

Nous avons essayé d'introduire des cochons d'inde sous des cloches de verre, remplies d'un mélange d'air vital et de gaz hydrogène pur, à peu près dans les proportions en volume, qui existent entre l'air vital et le gaz azote dans l'air de l'atmosphère. Ils y ont demeuré long-temps sans paroître souffrir ; et ce n'est qu'au bout de huit ou dix heures qu'ils ont donné des signes de mal aise. Le gaz hydrogène n'a paru avoir éprouvé aucune diminution, et il est ressorti de leur poumon à peu près tel qu'il y étoit entré.

Nous répéterons une dernière fois, que dans toutes ces expériences, il est nécessaire d'absorber, au moyen de l'alcali, le gaz acide carbonique à mesure qu'il se forme ; qu'autrement l'animal périroit, en peu de temps, par une suite de l'action irritante que le gaz acide carbonique exerce sur le poumon.

Ces premières expériences donnoient déjà des idées générales sur la respiration : nous avions même entrevu qu'elle

s'accéléroit pendant la digestion, et que les animaux consommoient alors une plus grande quantité d'air. Nous avions également apperçu que le mouvement et l'agitation augmentoient encore ces effets : mais nous étions loin encore du but que nous nous étions proposé d'atteindre, et d'ailleurs après avoir opéré sur des animaux, nous desirions de faire des applications plus particulieres à ce qui se passe dans la respiration humaine.

Quelque pénibles, quelque désagréables, quelque dangéreuses même, que fussent les expériences auxquelles il falloit se livrer, M. Seguin a desiré qu'elles se fissent toutes sur lui-même. Nous les avons répétées un grand nombre de fois, et la précision des résultats a presque toujours été au-delà de nos espérances. L'Académie a sous les yeux une partie des appareils dont nous nous sommes servis. Nous en donnerons la description détaillé dans un autre mémoire.

Il résulte des expériences auxquelles M. Seguin s'est soumis, qu'un homme à jeun, dans un état de repos et dans une température de 26 degrés de thermomètre de mercure, divisé en 80 parties, consomme par heure 1210 pouces cubes d'air vital : que cette consommation augmente par le froid, et que le même homme également à jeun et en repos, mais dans une température de 12 degrés seulement, consomme par heure 1344 pouces d'air vital.

Pendant la digestion, cette consommation s'élève à 18 ou 19 cent pouces.

Le mouvement et l'exercice augmentent considérablement toutes ces proportions. M. Seguin, étant à jeun et ayant élevé, pendant un quart d'heure, un poids de 15 livres à une hauteur de 613 pieds ; sa consommation d'air, pendant ce temps, a été de 800 pouces, c'est-à-dire de 3200 pouces par heure.

Enfin le même exercice fait pendant la digestion, a porté à 4600 pouces par heure la quantité d'air vital consommé.

Les efforts que M. Seguin avoit faits dans cet intervalle, équivaloient à l'élévation d'un poids de 15 livres à une hauteur de 650 pieds pendant un quart-d'heure.

Dans toutes ces expériences, la température du sang demeure assez constamment la même, du moins à quelques fractions de degrés près. Mais le nombre des pulsations des artères, et celui des inspirations varient d'une manière très-remarquable. Nous sommes parvenus à cet égard, à constater deux lois de la plus haute importance. La première, c'est que l'augmentation du nombre des pulsations est assez exactement, en raison directe de la somme des poids élevés à une hauteur déterminée ; pourvu toutefois que la personne soumise aux expériences ne porte pas ses efforts trop près de la limite de ses forces ; parce qu'alors elle est dans un état de souffrance et sort de l'état naturel. La seconde, c'est que la quantité d'air vital consommé est, toutes choses égales d'ailleurs, lorsque la personne ne respire qu'aussi souvent que le besoin l'exige, en raison composée des inspirations et des pulsations, c'est-à-dire en raison directe du produit des inspirations par les pulsations.

Nous ne parlons en ce moment que de rapports. On conçoit en effet que la consommation absolue doit varier considérablement dans différens individus, suivant leur âge, leur état de vigueur et de santé, suivant qu'ils ont plus ou moins contracté l'habitude des travaux pénibles : mais il n'en est pas moins vrai qu'il existe pour chaque personne une loi qui ne se dément pas, lorsque les expériences sont faites dans les mêmes circonstances et à des intervalles de temps peu éloignés. Ces lois sont même assez constantes pour qu'en appliquant un homme à un exercice pénible et en observant l'accélération qui en résulte dans le cours de la circulation, on puisse en conclure à quel poids élevé

élevé à une hauteur déterminée, répond la somme des efforts qu'il a faits pendant le temps de l'expérience.

Ce genre d'observations conduit à comparer des emplois de force entre lesquels il sembleroit n'exister aucun rapport. On peut connoître, par exemple, à combien de livres, en poids, répondent les efforts d'un homme qui récite un discours, d'un musicien qui joue d'un instrument. On pourroit même évaluer ce qu'il y a de mécanique dans le travail du philosophe qui réfléchit, de l'homme de lettres qui écrit, du musicien qui compose. Ces effets considérés comme purement moraux, ont quelque chose de physique et de matériel qui permet, sous ce rapport, de les comparer avec ceux que fait l'homme de peine. Ce n'est donc pas sans quelque justesse que la langue françoise a confondu sous la dénomination commune de *travail*, les efforts de l'esprit comme ceux du corps; le travail du cabinet et le travail du mercenaire.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire que la quantité d'air vital que consomment les différens individus est très-variable, et qu'elle n'est rigoureusement la même dans aucune circonstance de la vie, dans aucun des instans de la journée. Cependant, si l'on veut avoir de cette consommation moyenne, ou du moins la plus ordinaire, une idée facile à retenir, on peut l'évaluer à un pied cube ou 1728 pouces par heure; ce qui revient, pour les 24 heures, à 24 pieds cubes, et en poids, à $2^{liv.}$ $1^{onc.}$ $1^{gros.}$ Nous donnerons avec une grande exactitude, dans un prochain mémoire, la quantité d'acide carbonique et d'eau que cette quantité d'air forme dans le poulmon: en attendant, nous supposerons que cette quantité est de $2^{liv.}$ $5^{onc.}$ 4^{gros} d'acide carbonique, et de 5^{gros} $51^{gr.}$ d'eau.

Mais puisque l'acide carbonique est composé de 72 parties de gaz oxigène, et de 28 de charbon ; puisque l'eau est composée de 85 parties d'oxigène et de 15 d'hydrogène ou gaz inflammable ; enfin, puisqu'il se forme en 24$^{h.}$ par la respiration 2$^{liv.}$ 5$^{onc.}$ 4^{gr} d'acide carbonique, il en résulte que la respiration enlève au sang en vingt-quatre heures 10$^{onc.}$ 4$^{gr.}$ de carbone et 1$^{onc.}$ 5$^{gr.}$ 51$^{gr.}$ d'hydrogène.

Tant que nous n'avons considéré dans la respiration que la seule consommation de l'air, le sort du riche et celui du pauvre étoit le même ; car l'air appartient également à tous et ne coute rien à personne : l'homme de peine qui travaille davantage, jouit même plus complettement de ce bienfait de la nature : Mais maintenant que l'expérience nous apprend que la respiration est une véritable combustion qui consume, à chaque instant, une portion de la substance de l'individu ; que cette consommation est d'autant plus grande que la circulation et la respiration sont plus accélérées, qu'elle augmente à proportion que l'individu mène une vie plus laborieuse et plus active, une foule de considérations morales naissent comme d'elles-mêmes de ces résultats de la physique. Par quelle fatalité arrive-t-il que l'homme pauvre qui vit du travail de ses bras, qui est obligé de déployer pour sa subsistance, tout ce que la nature lui a donné de forces, consomme plus que l'homme oisif, tandis que ce dernier a moins besoin de réparer ? Pourquoi, par un contraste choquant, l'homme riche jouit-il d'une abondance qui ne lui est pas physiquement nécessaire, et qui sembloit destinée pour l'homme laborieux ? Gardons-nous cependant de calomnier la nature, et de l'accuser des fautes qui tiennent, sans doute, à nos institutions sociales, et qui, peut-être, en sont inséparables. Contentons-nous de bénir la philosophie et l'humanité qui se réunissent pour nous promettre des insti-

tutions sages, qui tendront à rapprocher les fortunes de l'égalité, à augmenter le prix du travail, à lui assurer sa juste récompense; à présenter à toutes les classes de la société, et sur-tout aux classes indigentes, plus de jouissances et plus de bonheur. Faisons des vœux, sur-tout, pour que l'enthousiasme et l'exagération qui s'emparent si facilement des hommes réunis en assemblées nombreuses, pour que les passions humaines qui entraînent la multitude, si souvent contre son propre intérêt, et qui comprennent dans leur tourbillon le sage et le philosophe comme les autres hommes, ne renversent pas un ouvrage entrepris dans de si bonnes vues, et ne détruisent pas l'espérance de la patrie.

L'ordre physique, assujetti à des lois immuables, arrivé dès long-temps à un état d'équilibre que rien ne peut déranger, n'est point sujet à ces mouvemens tumultueux que présente quelquefois l'ordre moral. C'est une chose vraiment admirable que ce résultat de forces continuellement variables et continuellement en équilibre, qui s'observent, à chaque pas, dans l'économie animale, et qui permettent à l'individu de se prêter à toutes les circonstances où le hasard le place. L'homme, à cet égard, a été plus favorisé, par la nature, qu'aucun des autres animaux : il vit également dans toutes les températures et dans tous les climats : son tempérament se prête au mouvement et au repos, à l'abstinence comme aux excès de nourriture : presque tous les alimens lui sont bons, soit qu'ils soient succulens, soit qu'ils ne le soient pas; soit qu'ils appartiennent à un règne ou à un autre.

Se trouve-t-il dans un climat froid ? d'un côté, l'air étant plus dense, il s'en décompose une plus grande quantité dans le poumon; plus de calorique se dégage et va réparer la perte qu'occasionne le refroidissement extérieur. D'un autre côté, la transpiration diminue, il se fait moins d'évaporation, donc moins de refroidissement. Le même individu

passe-t-il dans une température beaucoup plus chaude ? l'air est plus raréfié, il ne s'en décompose plus une aussi grande quantité ; moins de calorique se dégage dans le poumon ; une transpiration abondante, qui s'établit, enlève tout l'excédent du calorique que fournit la respiration : et c'est ainsi que s'établit cette température à peu près constante de 32°, (*Thermomètre de Réaumur.*) que plusieurs quadrupèdes, et que l'homme, particulièrement, conservent dans quelque circonstance qu'ils se trouvent.

Il existe de semblables compensations qui permettent à l'homme de passer successivement, suivant ses besoins et sa volonté, d'une vie active à une vie tranquille : se tient-il dans un état d'inaction et de repos ? la circulation est lente ainsi que la respiration : il consomme moins d'air : il exhale par le poumon, moins de carbone et d'hydrogène, et, conséquemment, il a besoin de moins de nourriture.

Est-il obligé de se livrer à des travaux pénibles ? la respiration s'accélère ; il consomme plus d'air ; il perd plus d'hydrogène et de carbone, et, conséquemment, il a besoin de réparer plus souvent et davantage par la nutrition.

En rapprochant ces réflexions des résultats qui les ont précédées, on voit que la machine animale est principalement gouvernée par trois régulateurs principaux ; la respiration qui consomme de l'hydrogène et du carbone, et qui fournit du calorique ; la transpiration qui augmente ou diminue suivant qu'il est nécessaire d'emporter plus ou moins de calorique ; enfin la digestion, qui rend au sang ce qu'il perd par la respiration et la transpiration.

L'intensité de l'action de ces trois agens peut varier dans des limites assez étendues : mais il est des bornes au-delà des-

quelles les compensations ne peuvent plus avoir lieu, et c'est alors que commence l'état de maladie. Quoique cet objet semble étranger à l'Académie, et faire plus particulièrement partie du domaine de quelques autres sociétés savantes; cependant, comme les travaux dont elle s'occupe embrassent l'universalité des connoissances humaines, nous nous reprocherions d'écarter quelques considérations importantes qui se trouvent essentiellement liées au sujet que nous traitons.

Dans la course, dans la danse, dans tous les exercices violens, quelqu'accélération qu'éprouvent la respiration et la circulation, quelqu'accroissement que prenne la consommation d'air, de carbone et d'hydrogène, l'équilibre de l'économie animale n'est pas troublé, tant que les alimens, plus ou moins digérés, qui sont presque toujours en réserve dans l'étendue du canal intestinal, fournissent aux pertes: mais si la dépense qui se fait par le poumon est supérieure à la recette qui se fait par la nutrition, le sang se dépouille de plus en plus d'hydrogène et de carbone; et telle est la cause, sans doute, des maladies inflammatoires, proprement dites.

Dans ces cas, l'animal est averti du danger qu'il court, par la lassitude, par l'épuisement et par la perte de ses forces; il sent le besoin de rétablir l'équilibre dans l'économie animale, par la nourriture et par le repos. Les individus, d'un tempérament foible, en sont avertis plutôt que les autres; et c'est par cette raison que les personnes d'un tempérament robuste, sont les plus exposées aux maladies violentes.

L'effet contraire doit arriver, soit par le défaut absolu de tout mouvement, de tout exercice; soit par l'usage de certains alimens; soit enfin par un vice des organes de la nutrition ou de ceux de la respiration. La digestion, dans ces différens cas, introduisant dans le sang plus de substance que la respiration n'en peut consommer, il doit s'éta-

blir dans la masse du sang un excès de carbone ou un excès d'hydrogène; ou de l'un et de l'autre à la fois. La nature lutte alors contre cette altération des humeurs : elle presse la circulation par la fièvre; elle s'efforce de réparer par une respiration accélérée, le désordre qui trouble sa marche : souvent elle y parvient, sans aucun secours étranger, et alors l'animal recouvre la santé. Dans le cas contraire, il succombe, à moins que la nature ne trouve d'autres moyens de rétablir l'équilibre. C'est très-probablement ce qui se passe dans les maladies putrides, les fièvres malignes, etc. classe de maladies bien connue quant aux simptômes, mais très-peu connue quant aux causes qui les produisent ; et quant aux méthodes curatives.

On conçoit, d'après ces simples apperçus, comment l'art du médecin consiste souvent à laisser la nature aux prises avec elle-même; comment, par la diète seule, il est possible de changer la qualité du sang, en diminuant la quantité de carbone et d'hydrogène qu'il contient : en effet alors la respiration consommant toujours, et la digestion ne fournissant plus, le sang doit alors se dépouiller de plus en plus de carbone et d'hydrogène.

On conçoit encore comment une diète trop austère et trop long-temps continuée, pourroit changer, à la longue, la nature de la maladie ; comment les purgatifs, en suspendant les fonctions de la digestion, donnent à la respiration le temps de remplir son office et d'évacuer l'excès du carbone et de l'hydrogène qui s'est accumulé dans le sang ; comment les mêmes purgatifs imprudemment administrés dans les maladies où les humeurs tendent à l'inflammation, contrarient le vœu de la nature, empêchent les organes de la digestion de rendre au sang l'hydrogène et le carbone qui lui manquent, augmentent l'inflammation et conduisent le malade à la mort.

Enfin, on conçoit comment les altérations survenues à

l'air qui nous environne, peuvent être la cause de maladies endémiques, des fièvres d'hôpitaux et de prisons, comment le grand air, une respiration plus libre, un changement de genre de vie sont souvent pour ces dernières maladies, le remède le plus efficace.

Nous ne nous dissimulons pas une objection qu'on peut faire, et que nous nous sommes faite à nous-mêmes, contre la théorie que nous venons de présenter. Aucune expérience ne prononce d'une manière décisive que le gaz acide carbonique, qui se dégage pendant l'expiration, se soit formé immédiatement dans le poumon, ou dans le cours de la circulation par la combinaison de l'oxigène de l'air avec le carbone du sang. Il seroit possible qu'une partie de cet acide carbonique se formât par la digestion, qu'il fût introduit dans la circulation avec le chyle ; enfin, que parvenue dans le poumon, il fut dégagé du sang à mesure que l'oxigène se combine avec lui par une affinité supérieure.

Les expériences que nous avons déjà entreprises sur la digestion et sur la transpiration, éclairciront probablement ce doute : elles léveront, nous l'espérons du moins, les incertitudes qui nous restent encore sur cet objet. Peut-être alors serons-nous obligés d'apporter quelques changemens à la doctrine que nous avons présentée dans ce mémoire. Ces modifications des premières idées, ne coutent rien à ceux qui ne cherchent la vérité que pour elle-même, et sans autre desir que celui de la trouver. Nous ne nous croyons pas, au surplus, éloignés du terme, où, après avoir éliminé toutes les incertitudes, la théorie de la respiration ne laissera plus rien à desirer.

Nous terminerons ce mémoire par une réflexion consolante. Il n'est pas indispensable, pour bien mériter de

l'humanité, et pour payer son tribut à la patrie, d'être appellé à ces fonctions publiques et éclatantes, qui concourent à l'organisation et à la régénération des empires. Le physicien peut aussi dans le silence de son laboratoire et de son cabinet, exercer des fonctions patriotiques : il peut espérer par ses travaux de diminuer la masse des maux qui affligent l'espèce humaine, d'augmenter ses jouissances et son bonheur ; et n'eût-il contribué, par les routes nouvelles qu'il s'est ouvertes, qu'à prolonger de quelques années, de quelques jours même, la vie moyenne des hommes, il pourroit aspirer aussi au titre glorieux de bienfaiteur de l'humanité.



MÉMOIRE

SUR

L'IMPORTATION ET LES PROGRÈS DES ARBRES A ÉPICERIE DANS LES COLONIES FRANÇOISES.

PAR M. L'ABBÉ TESSIER.

LE girofle, la muscade, la canelle et le poivre, produits des principaux arbres à épicerie, sont d'un usage si étendu, qu'ils font la plus riche partie du commerce d'une nation européenne. C'est dans les pays chauds sur-tout, que les épiceries sont le plus employées : on peut même les regarder comme nécessaires dans ces climats, parce que les fibres de l'estomac y étant affoiblies, on ne les fortifie qu'avec des toniques, et il n'y en a pas de plus puissans que les épiceries. Si elles devenoient plus communes et parconséquent à un prix modéré, elles serviroient à d'autres usages économiques, au lieu des substances moins actives et moins aromatiques, qu'on est forcé de leur substituer.

Lorsque les Hollandois se virent en possession des pays, où croissent naturellement les épiceries, ils ne négligèrent rien pour s'en assurer la propriété exclusive : les Moluques et Ceylan fixèrent toute leur attention : ils concentrèrent dans le moindre espace possible tout ce qu'il leur falloit d'arbres à épicerie pour suffire à l'approvisionnement de l'univers : le reste fut arraché ou brûlé par leurs ordres.

Des surveillans sévères écartèrent les étrangers des cantons conservés. Les malheureux habitans du pays, victimes de cette avidité, furent tourmentés et vexés : on ne leur permit ni de jouir, ni de disposer de ce que la nature produisoit pour eux.

M. Poivre, un de ces hommes rares, qui conçoivent fortement des idées de bien public, et qui ne les abandonnent pas qu'elles ne soient réalisées, forma le projet d'établir d'abord aux isles de France et de Bourbon les arbres à épicerie, pour les transporter ensuite par-tout où leur culture seroit avantageuse. Dans un voyage qu'il fit à Manille pour la compagnie des indes, il rapporta à l'Isle-de-France cinq plants enracinés de muscadier et un grand nombre de noix muscades en état de germer. Pour avoir des girolliers, il étoit nécessaire qu'il allât aux Moluques. Car, bien différens des noix muscades, les cloux de girolles du commerce, n'étant point le fruit mûr du girollier, mais les pédicules et les boutons, on ne peut le multiplier par leur moyen.

En 1754, M. Poivre s'embarqua sur une frégate pour se rendre aux Moluques. On lui donna à Timor, quelques plants de muscadier et une assez grande quantité de noix muscades et de baies de girolle mûres, mais trop altérées pour germer. C'étoit au moins prouver la possibilité d'en avoir de propres à être cultivées.

Quand M. Poivre fut intendant des Isles-de-France et de Bourbon, il reprit son projet et résolut de profiter de sa position, pour y introduire d'une manière sûre les arbres à épicerie. Par une lettre qu'il écrivoit au ministre de la Marine, on voit qu'en 1768, il fit faire une nouvelle tentative, sans succès. Des circonstances, dont il est inutile de rendre compte, forcèrent M. de Tremigon, lieutenant de vaisseau, et M. Provost, ancien écrivain de vaisseau, chargés de l'expédition, de borner leur mission à sonder, pour ainsi dire, le terrein.

L'année suivante, toutes les mesures ayant été mieux prises, deux bâtimens partirent de l'Isle-de-France; l'un commandé par M. de Tremigon, et l'autre par M. d'Etchevery, lieutenant de frégate. Obligés de se séparer, le premier fit route pour Timor et le second pour Ceram, située au centre des isles à épicerie. M. Provost montoit alors le bâtiment de M. d'Etchevery. M. de Tremigon rapporta des plants de muscadier, de l'espèce longue.

MM. Provost et d'Etchevery, étant arrivés à Ceram, furent avertis de s'adresser à Geby. Là, des habitans se détachèrent et passèrent à Patany, d'où ils revinrent, leurs pirogues chargées de plants de muscadiers et de girofliers. Il fallut se conduire avec sagesse, tant par rapport aux souverains du pays, qu'à cause des gardes et des vaisseaux hollandois répandus dans ces parages.

Cette riche cargaison entra à l'Isle de-France le 25 juin 1770, les vaisseaux en étant sortis le 17 mai 1769. Elle consistoit en 400 jeunes plants de muscadiers, hauts depuis un demi-pied jusqu'à un pied et demi, 10,000 muscades germées, 70 plants de girofliers et un grand nombre de baïes de ce dernier arbre, la plupart germées, parce qu'on avoit eu soin de les mettre dans du sable. Au mois de novembre suivant, M. Poivre mandoit au Ministre qu'il y avoit à l'Isle-de-France une quantité suffisante de plants de vrais muscadiers et de noix muscades germées ou prêtes à germer, pour en planter une forêt, et assez de plants et de baïes de girofliers, pour en former un beau verger.

Malgré cette abondance, qui sembloit devoir assurer le succès de l'entreprise, M. Poivre ne voulut pas s'en tenir-là. N'en trouvant pas encore assez, il chargea M. Provost d'un troisième voyage. Celui-ci s'embarqua, en 1771, sur un vaisseau commandé par M. de Coëtivi, accompagné d'un autre bâtiment, commandé par M. de Cordé. Ils allèrent d'abord à Manille pour y chercher des vivres et des agrès; leurs instructions portoient qu'ils revinssent par l'Archipel

des Molucques. Les facilités qu'ils avoient trouvées dans le précédent voyage, les décidèrent à s'arrêter à Geby. Ces vaisseaux y rassemblèrent tout ce qu'ils purent avoir de plants et de baïes de girofliers, de plants et de noix de muscadiers. On comptoit dans la cargaison, 1°. 28 plants de muscadiers et 500 de girofliers, dont 50 de deux à deux pieds et demi de hauteur, 100 d'un pied et demi et le reste au-dessous, tous bien verds et bien portans. 2°. Environ 6,000 noix muscades germées et en état de végéter. Dans cette énumération je ne compte pas les plants et les graines altérés dans les caisses, parce qu'on avoit négligé de leur donner de l'air. Cette seconde importation fut aussi riche en plants de girofliers que celle de 1769, l'avoit été en plants de muscadiers.

M. Commerson, botaniste distingué, que la mort a enlevé trop tôt, étoit à l'Isle-de-France depuis quelques années, après avoir fait le tour du monde avec M. de Bougainville. Il constata l'état des deux cargaisons et décida que les plants, noix et baïes appartenoient aux véritables muscadiers et girofliers, dont les productions passoient dans le commerce. Ce rapport fut confirmé en France par MM Bernard de Jussieu et Adanson, de cette Académie : on avoit besoin de ces autorités pour faire taire les bruits, que des esprits inquiets ou mal intentionnés répandoient et cherchoient à accréditer.

Les lettres de M. Poivre, au ministre de la Marine, rendent aux quatre officiers que j'ai nommés, la plus grande justice, non-seulement sur leurs talens et sur la manière dont ils ont conduit leurs vaisseaux dans des mers difficiles et peu pratiquées par des François, mais encore sur le zèle et la satisfaction qu'ils ont montré en concourant à l'introduction des épiceries, dans la plus belle de nos Colonies.

M. Poivre avoit fait l'acquisition d'un jardin ; il le céda au roi, pour le prix qu'il lui avoit couté. Ce fut là l'origine

du jardin du roi de l'Isle-de-France. On commença par y cultiver ce qui avoit été apporté des Moluques : on se promit d'en faire une pépinière plus étendue dans la suite. Ce jardin étoit en très-bon état, quand M. Poivre fut rappellé et quitta la Colonie, le 20 octobre 1772. Il y laissoit 956 pieds de muscadiers, propres à être sous un an transplantés et distribués aux Colons ; 5,000 muscades germées, 500 muscades douées de la vertu germinative, et un nombre considérable de girofliers. Par quelle fatalité, en 1775, c'est-à-dire trois ans après, ne restoit-il que 58 girofliers et 46 muscadiers, dont 10 ou 12 de la première expédition ? On en a accusé les efforts d'une nation blessée et jalouse ; on en a rejeté la cause sur des Colons méchans ou indifférens. On n'a souvent que trop à gémir des tristes effets des passions des hommes. Il seroit moins affligeant sans doute de n'avoir à imputer la diminution des plants du jardin du roi de l'Isle-de-France, qu'aux circonstances suivantes, qui doivent au moins y avoir contribué pour beaucoup. Les pays qu'on peut regarder comme la patrie du girofier et du muscadier, se trouvent presque sous la ligne ; l'Isle-de-France est à 20 degrés de latitude ; on n'y connoissoit pas les arbres qu'on y apportoit, ni le genre de soins qu'ils exigeoient ; cette isle est enfin sujette à de terribles ouragans, dont on ne savoit pas encore affoiblir les coups par des pallissades, capables de leur résister. Que ces trois dernières causes aient agi seules ou concurremment avec les premières, elles prouvent une vérité, c'est que M. Poivre avoit eu raison de chercher à accumuler tout le plant qu'il pourroit tirer des Moluques, afin d'en sauver au moins quelques-uns.

En 1775, le jardin du roi de l'Isle-de-France fut confié à M. Ceré, commandant d'un des quartiers de la Colonie. Le plus grand girofier avoit alors sept pieds six pouces de haut. M. Ceré, ami de M. Poivre, citoyen plein de zèle et d'activité, soigna avec intelligence les foibles restes de

deux grandes importations. Il ne trompa pas l'espérance qu'on avoit conçue de lui : suivant l'état qu'il m'a envoyé du progrès des muscadiers et girofliers, année par année, on voit qu'à mesure qu'il murissoit des fruits, il les mettoit en terre ; qu'il les cultivoit avec intérêt, et cherchoit tous les moyens de les multiplier. Malgré le dégât que lui causoient les ouragans, il y avoit dans les pépinières royales, en 1786, 4,000 plants de girofflier, dont 458 portoient des cloux, et promettoient 30,000 baïes pour planter, 76 muscadiers et 61 muscades en terre.

La culture suivie et raisonnée des arbres à épicerie, a fourni à M. Ceré les occasions de faire des observations curieuses et intéressantes : j'en rapporterai quelques-unes. Les girofliers à l'Isle-de-France commencent à former leurs cloux les premiers jours de l'année civile : long-temps après, les fleurs s'épanouissent ; les baïes, qui leur succèdent, ne sont mûres qu'en décembre, ensorte qu'il faut un an entier à ces arbres pour completter leur fructification. Le moment le plus favorable à la récolte des cloux, c'est lorsqu'ils commencent à développer leurs fleurs : alors ils sont onctueux, rouges et parfaitement aromatiques. Les Hollandois n'ont certainement pas l'attention de les récolter à cette époque, puisque dans le girofle qu'ils vendent on trouve beaucoup de baïes ou de fruits mûrs, tandis qu'il ne devroit y avoir que des cloux. On assure que les Hollandais passent les cloux de girofle à l'eau bouillante, qu'ils les exposent ensuite à la fumée sur des claies recouvertes de grandes feuilles, et qu'ils les font sécher au soleil. On croit que cette préparation leur donne la couleur brune ou noirâtre. Il me paroît d'autant plus vraisemblable qu'ils en agissent ainsi, que c'est le moyen de rendre incapables de germer les baïes, que par l'appas d'un plus grand gain ils mêlent parmi les cloux. M. Ceré croit avec raison, et d'après des essais que l'ébullition ôte aux cloux de girofle une partie de leur aromat.

On estime aux Molucques le produit des girofliers, l'un dans l'autre, à deux livres de cloux chacun. M. Ceré espère, qu'à l'Isle-de-France, leur produit sera égal à celui des girofliers aux Molucques. On en a vu un donner 4 livres; un autre, à Bourbon, a déjà donné jusqu'à 15 livres. Mais ce sont des arbres d'une beauté extraordinaire. 4.400 et quelques cloux de belle espèce, forment le poids d'une livre.

Le muscadier n'est point un arbre hermaphrodite, comme on le pensoit. M. Ceré a découvert et prouvé, que les organes mâles étoient sur un individu, et les organes femelles sur l'autre. Depuis le moment où la fleur femelle pointe sous l'aisselle des feuilles, jusqu'à son épanouissement, il s'écoule trois mois et neuf mois ensuite jusqu'à la parfaite maturité des noix; ce qui comprend l'espace d'un an. Mais la végétation du muscadier diffère de celle du giroflier, en ce que celui-ci ne porte que des fleurs d'abord, et après elles que des fruits, au lieu qu'on voit sur le muscadier en même-temps fleurs et fruits, dès qu'il a commencé à rapporter.

On hâte la germination des noix muscades, en les dépouillant de leur enveloppe ou macis; en 30 ou 40 jours elles lèvent : sans cette attention elles resteroient en terre, quelquefois douze à treize mois. Aux Molucques, le muscadier ne rapporte qu'à huit ou dix ans. En 1785, il y en avoit un à l'Isle-de-France en rapport, quoiqu'il n'eût que six ans. Il étoit provenu des premières noix récoltées dans l'Isle : il avoit 8 pieds de haut, 6 rangs de branches et 19 lignes de diamètre dans sa plus forte grosseur. Un seul muscadier, planté par M. Poivre, portoit 300 noix : il en faut 200 pour en faire une livre. Le produit ordinaire d'un arbre peut être évalué à une livre.

Le muscadier se multiplie par provins : M. Ceré l'a essayé avec succès.

Le but qu'on s'étoit proposé en important les arbres à épiceries, à l'Isle-de-France, étoit de les répandre dans toutes

les Colonies françoises. Les premiers plants n'ont été transplantables qu'en 1779. Dès cette année, on a commencé à distribuer aux habitans de l'Isle-de-France, de jeunes girofliers. Depuis cette époque, jusqu'en 1785, c'est-à-dire, pendant six ans, on en a donné seize mille provenans de trente-quatre mille baïes, récoltées dans l'Isle : il en avoit réussi la moitié.

En 1785, la distribution a été de dix mille quatre cents seize plants, non compris ce qu'on a envoyé à Bourbon ; en 1786, au lieu de plants on a offert des baïes, qui avoient été d'une grande abondance. Les habitans de l'Isle-de-France ont eu la facilité d'en semer soixante-un mille quatre cents quatre-vingt onze, et ceux de Bourbon, vingt-quatre mille cinq cents trente-quatre. Enfin, dans l'annonce de distribution, pour 1787, on proposoit trois mille plants, ayant depuis un pied jusqu'à quinze pouces de hauteur.

On n'a pu répandre que très-peu de muscadiers, la marche et les progrès de cet arbre ayant été très-lents par plusieurs causes. 1°. Les rats, très-multipliés dans l'Isle, sont friands des noix qu'on met en terre, et les dévorent. 2°. La fécondation des muscadiers s'est faite difficilement, parce qu'on ne savoit pas qu'il falloit le concours de deux individus. 3°. Les ouragans ont beaucoup plus de prise sur le fruit du muscadier que sur celui du girofflier, ce qui a déterminé M. Ceré à essayer la voie des provins. 4° Cet arbre annonce plus de délicatesse. Néanmoins, en 1779, le jardin du roi envoya à celui du gouvernement un provin de muscadier mâle et un provin de muscadier femelle : en 1782, l'Isle de Bourbon reçut aussi un provin : en 1783, six plants venus de graines, et deux provins furent portés à Cayenne : en 1785, on distribua, tant pour l'Isle-de-France que pour Bourbon et Cayenne, vingt plants; vingt-quatre muscades mûres furent données à l'Isle-de-Bourbon. On annonçoit, en 1787, vingt plants en état d'être transplantés.

Par une lettre de Cayenne, du 15 septembre 1785, il est constaté qu'il y avoit, à la Gabrielle, quatre mille quatre-cents

cents-onze girofliers. Ceux de 1780 et de 1781, au nombre de cinquante-huit, apportés de l'Isle-de-France, étoient tout couverts de fleurs. On présumoit que, l'un dans l'autre, ils produiroient chacun huit livres de clous. Cette lettre n'apprend rien sur le sort des muscadiers ; mais on ne peut douter que, si on y a envoyé les individus des deux sexes, ils ne prospèrent mieux encore qu'à l'Isle-de-France, Cayenne étant sous une latitude plus analogue à celle des Moluques, et moins exposée à des ouragans. L'impatience bien pardonnable de faire jouir, le plutôt possible, la métropole, a déterminé M. Ceré à envoyer en France les premiers clous de girofle de ses élèves : ils étoient *petits, secs* et *maigres*, comme l'a publié un des grands écrivains du siécle : mais ce qu'il falloit ajouter, pour ne les pas discréditer à tort, c'est que les premiers fruits de la plupart des arbres, sont dans le même cas. Les clous de girofle, envoyés depuis de cette colonie et de celle de Cayenne, ne le cèdent point, en grosseur à ceux des Moluques. Les chimistes de Paris les ont analysés comparativement ; on en a formé de la poudre dite, *poudre d'œillet* ; on en a aromatisé des pommades ; on en a fait usage pour assaisonner les mets ; il en est résulté que la qualité des produits s'est trouvée la même, ou que, s'il y a eu des différences, elles ont été à l'avantage des clous de giroflle de l'Isle-de-France et de Cayenne. L'examen chimique des muscades françoises n'a pu être aussitôt fait que celui des clous de girofle. Toutes celles qu'on recolte, servent à la multiplication des arbres, et l'on ne peut qu'approuver M. Ceré, de n'en point sacrifier encore à des recherches curieuses. Mais le macis, envoyé en France, est très-aromatique, et ne se distingue pas du macis des Moluques.

Je m'étendrai peu sur le canelier et sur le poivrier, quoique ces arbres à épicerie ne soient pas moins intéressans que les premiers ; soit parce qu'il est plus facile de se procurer le canelier et le poivrier, soit parce qu'ils croissent

aisément à l'Isle-de-France; soit parce qu'enfin, on s'est moins livré, encore, à leur multiplication. Il est parvenu très-peu de détails sur l'état actuel de ces arbres dans nos colonies : ce que je sais, seulement, à l'égard du poivrier, c'est que M. Renard de la Bretonnière, chargé en 1784, de la conduite des plants, qu'on envoyoit de l'Isle-de-France à Cayenne, y porta, entre autres objets, vingt-quatre boutures de poivriers. Suivant les dernières lettres de M. Ceré, à M. le maréchal de Castries, il en étoit très-occupé. Des cultivateurs intelligens pensoient aussi, à Cayenne, à sa multiplication, en 1785.

On sait que le canelier, dont l'écorce est si précieuse, se multiplie à l'Isle-de-France, puisqu'on se proposoit d'en distribuer trois mille plants, en 1785, et dix mille, en 1787. Cet arbre y végète avec une si grande facilité, qu'il est presque inutile de lui donner des soins : il suffit de le placer dans les endroits humides. En 1785, il y avoit à Cayenne, quatre caneliers. Un habitant de Saint-Domingue montra, l'année dernière, à M. la Luzerne, un arbre qu'il tenoit de M. Poivre : cet arbre, portant fleurs et fruits et en bel état, est le vrai canelier de Ceylan.

J'ai rendu compte, dans ce mémoire, de ce qui concerne les arbres à épiceries, et j'en ai rendu compte d'après des pièces originales. Leur histoire suivie, m'a parue d'autant plus nécessaire que les papiers publics n'en ont parlé que superficiellement, et n'en ont rapporté que des morceaux, la plupart infidèles, parce que les auteurs n'ont pas puisé dans [illegible] sources. Il me reste à [illegible] en peu de mots, l'utilité du jardin du roi de l'Isle-de-France.

Ce jardin peut servir d'entrepôt à un grand nombre de productions des Indes, de la Chine, de la côte orientale de l'Afrique et des Isles situées au-delà du cap de Bonne-Espérance. Les vaisseaux françois qui vont dans ces parties du monde et en reviennent, relâchent à l'Isle-de-France et offrent des facilités pour tirer des graines et des plants, des

lieux où le commerce et le service de guerre les appellent. Reposés, pour ainsi dire, et cultivés au jardin du roi de l'Isle-de-France, les végétaux sont plus en état de passer sans s'altérer, dans nos possessions d'Amérique, ou dans nos contrées méridionales d'Europe. L'usage qu'on a fait jusqu'ici, de ce jardin, pour la multiplication des épiceries, suffiroit seul pour en justifier l'établissement. Mais tout ce qu'il est important de naturaliser, dans nos possessions, n'est pas encore acquis. Le berceau des épiceries pourroit être celui de beaucoup d'arbres et de plantes dont les fruits, la moëlle, la fécule ou les racines seroient utiles aux hommes et aux arts. Par les avantages que le jardin du roi, de l'Isle-de-France a procuré, on peut juger de ceux qu'il procurera dans la suite, s'il est toujours dirigé avec intelligence et attention; si on l'environne entièrement de palissades de bois noir de Madagascar, pour l'abriter des ouragans. Déjà il a fait partager ses richesses à Pondichéry, à Goa, aux Isles-de-France et de Bourbon, aux Seychelles, à Madagascar, à Cayenne, à Saint-Domingue et à la Martinique. Il a fait des envois à l'empereur, au grand-maître de Malthe, à beaucoup de personnes distinguées de France, et sur-tout au jardin des Plantes de Paris. La botanique et l'agriculture lui ont de grandes obligations. Rien n'est plus curieux ni plus intéressant que le catalogue des objets, qu'on y cultive, et dont une partie est si abondante qu'on en fait des distributions comme celles des arbres à épiceries. En 1785, il contenoit cinq cents soixante-neuf, tant espèces que variétés, d'arbres et de plantes, la plupart originaires d'Asie et d'Afrique.

De si grands succès me firent naître le projet d'une communication étendue d'agriculture, entre l'Isle-de-France et Saint-Domingue, situées, l'une et l'autre, sous le 20e. de latitude, dans un hémisphère différent. Il y avoit à espérer que tout ce qui étoit acclimaté, dans la première, s'acclimateroit sans peine dans la seconde, et seroit plus aisé à transporter ensuite, dans les autres possessions

françoises. Ce projet offroit trop d'avantage pour n'être pas accueilli de M. le maréchal de Castries (1). Ce ministre, le 20 juillet 1786, fit expédier des ordres, à M. Ceré, pour lui dire d'entretenir une correspondance avec M. la Luzerne, alors gouverneur de Saint-Domingue, dont le zèle n'étoit point incertain, et de lui adresser les graines, plants et instructions qu'il croiroit convenables. Des circonstances ne permirent pas d'adopter, dans l'instant, tous les articles du projet, et particulièrement celui dans lequel on proposoit de ne point s'en rapporter à des vaisseaux marchands, pour le transport des graines et des plants, parce qu'ils négligent tout ce qui n'est pas mercantile; mais de frêter un bâtiment exprès, sur lequel un jardinier les soigneroit dans la traversée. Ce que M. le maréchal de Castries a si bien commencé en donnant, à l'Isle-de-France, et à St-Domingue les ordres nécessaires pour cette communication, sera quelque jour continué, et nos colonies d'Amérique se verront bientôt, indépendamment des épiceries, en possession des meilleurs fruits de l'Inde et de la Chine; par exemple, des caramboliers, des litchis, des oranges mandarines, des badamiers, des jacquiers, puisque ces arbres, et beaucoup d'autres précieux, se trouvent en grand nombre et en bon état au jardin de l'Isle-de-France.

Ces motifs me paroissent propres à faire sentir combien ce jardin est utile, combien il est digne d'une grande nation, combien on a d'obligation à M. Poivre de l'avoir établi, et combien acquérera de droits à la reconnoissance publique l'administration, qui en assurera l'existence.

---

(1) Lorsque j'eus reçu et examiné le catalogue du jardin de l'Isle de France, que m'avoit envoyé M. Ceré, cette idée me vint à l'esprit; je la communiquai à M. de Malesherbes qui, par l'entremise de M. Boutin, la fit passer au maréchal de Castries, alors ministre de la marine, avec lequel j'eus ensuite quelques relations sur cet objet. D'autres personnes ont eu peut-être la même pensée; mais je fus assez heureux pour qu'on fît quelqu'attention à mon projet.

EXTRAIT

DU JOURNAL

Envoyé de Macao, par M. de Guignes le fils, concernant les observations météorologiques faites en ce lieu-là et à Canton, pendant l'année 1787.

PAR M. LE MONNIER.

COMME le ministre de la marine de France a bien voulu consentir, il y a deux ans, à l'impression de quelques suites des observations météorologiques faites en Chine, et qu'il est utile de rendre publiques; je vais en donner ici un extrait fort succinct, puisqu'il s'agit de les comparer à celles d'Europe; comme aussi à d'autres, faites aux Indes orientales et à l'Isle-de-France. Les Mémoires de l'Académie ont fait mention plusieurs fois de celles-ci, par les soins de feu M. de Réaumur.

Il paroît d'abord qu'en ces parties méridionales et embouchures des fleuves de la Chine, par 22 et 23 degrés de latitude boréale, les variations du baromètre ne sont plus aussi grandes qu'ici en France; mais qu'elles tiennent un milieu entre celles-ci et d'autres presqu'insensibles, que nos anciens Académiciens ont éprouvés dans leur baromètre, soit pendant leur séjour sous la ligne, soit pendant une année entière en l'île Cayenne : à peine remarque-t-on, sous la ligne équinoxiale, une ou deux lignes de variation pendant le cours de chaque année.

Or, à Macao, ainsi qu'à Canton, les plus grandes hauteurs du baromètre n'ont pas excédé, en 1787, pendant la

mousson du nord, 28 pouces 8 lignes. Ce qu'il y a d'ailleurs à remarquer, c'est que le vent du nord n'a pas toujours été le vent qui soufiloit au temps des plus grandes élévations du mercure dans le baromètre. D'un autre côté, les vents d'est et du sud-est se sont manifestés lors des plus grands abaissemens du mercure, et sur-tout les 25 et 26 décembre 1787. Enfin les brouillards continus qui s'y sont soutenus plus d'un jour entier, ont indiqué, comme ici, les plus grandes hauteurs de la colonne de mercure, puisque le 26 décembre, [illegible] dans le baromètre, 28 pouces 7,6 lignes. Nous voyons aussi qu'à la fin de février, les calmes cessant et le vent du nord soufflant avec force, le mercure a monté à sa plus grande hauteur, ainsi que le 13 novembre, où il a reparu à 28 pouces 6 lignes.

Au contraire, il paroit que c'est en été, temps auquel l'atmosphère est censée moins dense dans l'hémisphère boréal, que le baromètre a paru descendre au plus bas à Macao; savoir, les 9 juin et 9 septembre y ayant paru à midi, abaissé jusqu'à 27 pouces 10,4 lignes, ou bien 11 lignes tout au plus; cependant les 28 et 31 mai, il avoit déja baissé jusqu'à 27 pouces 11,8 lignes; enfin le 9 octobre, il est descendu encore à 27 pouces 10,4 lignes.

Nous ne voyons pas qu'il y ait eu cette année de grandes tempêtes ni des ouragans extraordinaires, ou du moins assez considérables. Il n'est fait mention dans le journal, que de quelques grains, et quelquefois avec tonnerre.

De toutes ces observations faites en Chine en 1787, nous pouvons très-bien conclure que la variation du baromètre pendant cette année-là, n'a pas été de 9 ½ lignes.

C'est-là à-peu-près toute l'étendue des variations du baromètre qu'on a observé à l'Isle-de-France, et même au Cap de Bonne-Espérance, sous des latitudes de 20 degrés 10 minutes, et d'environ 33 ½ à 34 degrés; mais ce n'est guère que la moitié de celles que nous observons ici et à Londres.

A l'égard de la variation de la chaleur, nous la trouvons ici communément de l'été à l'hiver, d'environ 30 degrés, quoiqu'elle s'accroisse jusqu'au de-là de 40 degrés, depuis les plus grands froids jusqu'aux chaleurs excessives.

Mais nous ne voyons pas qu'à Canton et à Macao, les variations du froid au chaud, soient, à beaucoup près, aussi grandes, puisqu'en l'année 1787, les 26 et 27 décembre, le thermomètre de Réaumur y a paru ne s'y abaisser tout au plus qu'à 4 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessus de la congellation. En janvier il n'avoit descendu qu'à 7 et 8 degrés; savoir, les 20 et 22 du même mois, abaissemens pareils à celui qu'on y a apperçu les 15 et 20 décembre.

Enfin, au mois de mai, lorsque le soleil s'approchoit du zénith de Macao, le thermomètre a monté seulement à 25 degrés; il s'y est soutenu en juin plusieurs jours de suite, et par surabondance à 24 degrés, qu'il a indiqué les 15 et 25 juin; dans les plus grandes chaleurs de l'été, il a marqué le 31 juillet 25 degrés, et même 25 degrés $\frac{1}{2}$ le 21 août.

Au reste, ces degrés de chaleur, d'environ 25 degrés, se sont soutenus en septembre et même jusqu'au 11 octobre; il y avoit peu de variation pendant la nuit, puisqu'à peine le thermomètre a-t-il descendu, au lever du soleil, à 20 et 21 degrés, et cela, quinze jours avant et après l'équinoxe d'automne. Sur ces objets de plus d'un genre de réflexion, nous ne pouvons recourir qu'à la somme totale des effets de la chaleur en ces régions australes de l'empire Chinois, là où d'ailleurs la variation du thermomètre n'a été, dans le cours de l'année, que de 21 degrés seulement.



MÉMOIRE

Sur quelques corrections essentielles aux nouvelles tables du soleil, et sur l'accélération du mouvement de la lune.

PAR M. LE MONNIER.

COMME nous ne connoissons pas encore assez exactement la situation précise du soleil dans l'écliptique aux temps des éclipses observées en différens siècles ; je me suis vu, par là, plus d'une fois dans le cas de supprimer le plus long-temps qu'il m'a été possible, le travail que j'avois ébauché autrefois sur deux éclipses observées en Égypte au grand Caire, par les astronomes orientaux ou Sarazins. Il s'agit de le traiter aujourd'hui plus amplement et [illegible], à l'aide d'un intervalle de temps, d'environ 800 ans.

Mais ces éclipses du soleil supposent, comme je viens de le déclarer, le lieu ou la longitude du soleil parfaitement connue. Au reste, elles paroissent d'autant plus décisives, qu'on étoit, selon le récit qu'en a fait l'auteur Égyptien, bien plus à portée d'en connoître l'heure vraie, que de toutes celles, qui, sous les regnes précédens des Califes, et dans la plus haute antiquité, les avoient successivement précédées. Cela ne doit s'entendre néanmoins que des anciennes éclipses, adoptées par nos modernes, comme ayant été vues à Babylone, et en dernier lieu à Aracta ou Racca, en Mésopotamie. Celles-ci avoient été publiées par Albategnius, astronome Arabe, qui n'a pas été traduit en latin avec tous les détails qu'on pourroit desirer. On y a voulu suppléer en Allemagne, à Tubinge : Albategnius vivoit

vivoit sous les règnes de nos Califes, tant renommés parmi les Sarazins. Or, notre auteur, qui les a suivis dans les démembremens du Califat, et qui résidoit en Egypte, est connu sous le nom d'Ib Jounis : il paroît être le premier qui ait songé à nous détailler l'histoire des observations. On trouve dans ses écrits les hauteurs du soleil, observées lors du commencement et de la fin des éclipses du soleil ; ce qui est le moyen le plus assuré d'en connoître l'heure, ou bien ce que nous nommons les temps apparens, et sur-tout lorsque le vertical du soleil paroit devoir être éloigné du plan du méridien.

J'ai déjà dit que nous n'avions pas les mêmes avantages à espérer, soit aux temps des premiers Califes et d'Albategnius, soit en remontant aux anciens astronomes d'Alexandrie, qui ont vécu sous les rois Grecs, successeurs d'Alexandre, et encore après l'ere chrétienne, jusques sous l'empire d'Antonin. Ceux-ci s'étant exprimés d'une manière trop vague et trop incertaine, nous ont assigné avec bien moins de soins, d'abord les solstices et les momens des éclipses observées, comme aussi les vrais momens de l'entrée du soleil aux signes du Belier et de la Balance, c'est-à-dire, de l'un et de l'autre équinoxe.

Voyant d'abord qu'il n'y avoit pas de remède à ces incertitudes, je fis consulter à la bibliothèque de Leyde, les manuscrits Arabes dont parle Golius, y étant porté d'ailleurs, parce que je sentois trop la nécessité d'une traduction nouvelle de l'article contesté à Oxfort, qui concernoit les éclipses ; cela s'est passé pendant mon voyage en Ecosse. J'en ai fait la lecture à nos assemblées, en août 1749, et en ayant pris date, cet écrit a été enregistré au secretariat ; ce que j'ajoute ici, à cause des divers autres écrits répandus pour lors, soit en France, soit en Angleterre.

En effet, depuis cette époque, nous voyons que feu M. Euler en a parlé aux transactions philosophiques, et si le public en vit pour lors quelques détails imprimés, ils n'ont

pas servi absolument à lever les doutes proposés contre la certitude de ces observations Egyptiennes, ni à éclaircir ce qui étoit déja connu de ces éclipses, puisque j'avois déjà examiné ces éclipses, d'après une plus ancienne traduction du même manuscrit : elle avoit été publiée à Ausbourg, en 1672, et insérée dans l'histoire céleste de Curtius, d'après Schikard, célèbre professeur des langues orientales à Tubinge : celui-ci avoit indiqué, de concert avec Golius, les mêmes éclipses vues au grand Caire en 977 et 978 de l'ere chrétienne.

Il est à propos de considérer ici, que nous connoissions déjà assez exactement pour ces temps-là, la grandeur de l'année solaire, l'obliquité de l'écliptique, comme aussi les hauteurs du soleil, qui donnoient avec tant de facilité l'heure vraie des phases des éclipses. Mais nous ne voyons pas qu'on ait cherché suffisamment à nous produire, à la suite des articles traduits des divers manuscrits Arabes, ce qui doit nous annoncer, avec une exactitude suffisante, l'entrée du soleil aux deux équinoxes du printems et de l'automne. Nous ne pouvons gueres y suppléer quant à présent, qu'à l'aide de ceux qui ont été observés avec soin au siécle précédent. C'est de là, à ce qu'il semble, que paroît dépendre, quant à présent, la correction des époques des mouvemens du soleil, au dixième siécle. Enfin, nous n'avons garde, pour des raisons qu'on va bientôt exposer, de nous arrêter à ce qui a été fait aux quinzième et seizième siécles ; en un mot, à des temps moins reculés.

Effectivement, au renouvellement des lettres en Europe, le fameux Tycho-brahé, et avant lui, quelques astronomes à Nuremberg, avoient observé avec assiduité les momens des équinoxes, et nous savons aussi que pour ces temps-là, déjà trop à proximité des nôtres, les instrumens se sont trouvés tellement inférieurs à ceux d'aujourd'hui, qu'on seroit naturellement porté à abandonner les premiers essais faits en ce genre en Europe, faute d'une précision suffi-

sante à cet égard. Bientôt les principes de dioptrique, publiés par Kepler et par Descartes, nous ont fourni les plus grands avantages au siècle de Louis XIV; et pourroit-on actuellement se flatter que des observations faites par Tycho avec des pinnules, combinées avec le peu de durée du temps qui s'est écoulé depuis 200 ans, nous conduisissent plus sûrement aux lumières que nous cherchons à nous procurer pour les siècles antérieurs? Ce n'est pas là non plus le cas de pouvoir en déduire avec sûreté, outre les lieux du soleil, la longitude de la lune, il y a environ 800 ans. Car je le répète encore, on ne peut constater, aux temps des éclipses, la longitude de la lune, qu'autant qu'on est parfaitement éclairé sur celle que la terre doit avoir à chaque instant, c'est-à-dire, sur la longitude apparente du soleil, et cela surtout dans le cas d'éclipses aussi authentiques que celles des années 977 et 978. La nouvelle traduction du manuscrit de Leyde, nous a fourni en même-temps une preuve bien complette de leur authenticité, par l'énumération des princes astronomes et amateurs, rassemblés le jour de la première des deux éclipses, comme autant de témoins éclairés qui se trouvèrent présens, lors de cette même observation.

Pour parvenir, s'il est possible, à mieux connoître, au dixième siècle, les mouvemens apparens du soleil, auxquels la lune a été comparée, je ne vois rien de préférable, ni qui convienne mieux que de combiner nos équinoxes observés avec ceux de nos premiers astronomes françois, depuis l'application des lunettes d'approche à leurs octans et quarts de cercle. Ils étoient déjà munis, dès l'an 1667, d'instrumens à lunettes bien centrées, et d'autant plus complets en ce genre, qu'il n'est guères permis d'ignorer qu'on vit alors tout-à-coup, non sans quelque surprise, un nouvel art éclore, presqu'en même temps que la découverte des horloges à pendule. Ces instrumens furent placés d'abord dans nos anciennes salles d'assemblées, aux jardins de la bibliothèque du roi, et cela dès l'origine de cette académie naissante.

Il n'est donc pas possible de se refuser ici, à adopter de préférence des observations faites avec de pareils instrumens. J'y ai considéré sur-tout l'intervalle du temps qui s'est accru jusqu'à ce jour, après quarante années révolues depuis mon premier écrit ; ce qui nous offre bien au-delà d'un siècle entier d'observations des équinoxes, à compter des premières années de l'établissement de l'Académie des Sciences. C'est ainsi que nous pouvons mieux en déduire les mouvemens du soleil, aux temps des éclipses vues autrefois au grand Caire, et qu'on sera plus à portée de mieux régler ces divers mouvemens de la lune, que quelques modernes nous ont présentés plus ou moins accélérés, avec des différences qui ne sont pas tolérables, et qui ne sauroient manquer à l'avenir d'être bien mieux réglés.

Je dois encore ajouter à la suite de ce travail, d'autres comparaisons d'éclipses, vues pendant la minorité de Louis XIV, avec celles que nous avons observées en ces derniers temps, non pas seulement comme une confirmation plus ample des mouvemens accélérés de la lune, mais comme une deuxième époque, servant aussi à régler ce genre d'accélération. On en trouve déja plus d'un essai dans nos derniers volumes.

Il y a déja près de 80 ans que dans la seconde édition de la philosophie de Newton, l'accélération du mouvement de la lune a été annoncée. Hallei avoit comparé les tables newtonniennes aux observations des Arabes ; c'est-à-dire, à celles d'Albategnius ; et en 1746, dans les institutions astronomiques, on a fait voir que Kepler et Boulliaud, n'admettant pour lors que les éclipses anciennes, vues à Babylone, indiquoient pour 1000 ans le mouvement de la lune moins accéléré de 12 à 15', que nous ne le faisons aujourd'hui. Aussi, dès ce temps-là, ayant réduit au méridien d'Aracta, pour l'année 901, les époques des mouvemens de la lune, tirées des tables des institutions, on a trouvé 1' 06", dont Albategnius fait son époque plus avancée.

Mais il s'agit maintenant d'entrer en matière, et de tendre, autant qu'il sera possible, à une plus grande précision; il s'agit, dis-je, avant toutes choses, de rétablir les mouvemens du soleil, d'après les observations réitérées que nous allons présenter.

Les tables du soleil, publiées depuis que nous avons proposé pour sujet du prix, en 1748 et aux années suivantes, l'effet des perturbations, par l'action mutuelle des planètes les unes sur les autres; ces tables, dis-je, ne représentent pas assez exactement les mouvemens apparens du soleil, observés il y a plus de 100 ans, et à plus forte raison il y a plus de 800 ans et au delà. On va faire voir quelle a dû être l'erreur de ces tables, qu'on trouve en effet trop considérable en 1672 et 1673.

Nos premiers Astronomes se contentoient, au siècle précédent, de comparer les mouvemens du soleil, pour en déduire ceux de la lune, aux tables Rudolphines de Kepler; mais ils s'apperçurent bientôt après qu'il leur falloit corriger ces mêmes tables par leurs propres observations. Ils y procédèrent sans délai, à l'aide des hauteurs méridiennes, vu l'excellence de leurs quarts de cercles, et cela principalement vers les temps des équinoxes.

L'histoire céleste nous a conservé ces mêmes observations, ainsi que la tradition des faits que je viens de rapporter. Cela nous a d'abord fourni les moyens d'éclaircir une question aussi intéressante qu'est celle des erreurs des tables modernes pour ces temps-là.

On va donc comparer le résultat des calculs du lieu du soleil, selon ces dernières tables, avec les observations choisies et le plus sévèrement soumises à des examens complets et réfléchis.

En 1670, on se servoit d'un grand quart de cercle, qui fut vérifié plusieurs fois sur le tour de l'horison et au niveau. Comme l'observatoire royal n'étoit pas achevé de bâtir, il fut placé dans un lieu stable, près la porte Mont

martre, et à portée de nos assemblées qui se tenoient pour lors rue Vivienne, à la Bibliothèque du Roi. Les 20, 25 et 27 mars, l'erreur des tables modernes et usitées, publiées à Londres par les soins du bureau des longitudes, se trouve en défaut de 1′ 17″ $\frac{1}{2}$; savoir, en rejettant celle des trois observations qui paroît en effet devoir être négligée, comme étant défectueuse : cette erreur seroit néanmoins 10″ encore plus grande, si l'on veut avoir égard, comme il le faut nécessairement et à juste titre, aux effets de l'aberration de la lumière et de la nutation.

Le 22 septembre de la même année, l'erreur des tables n'étoit plus que de 17 à 18″ en défaut, si l'on a égard aux deux équations physiques dont on vient de parler. Or, il s'ensuit delà qu'en l'année 1670, l'époque des tables du soleil a dû être défectueuse d'environ 52″ $\frac{1}{2}$. On trouve aussi l'année suivante, les 19 et 20 mars, qu'à l'équinoxe du printemps, l'erreur des tables étoit de 1′ 14″; ce qui cadre assez avec les observations de l'équinoxe du printemps qui l'avoit précédé.

Cependant il fut résolu dans l'assemblée de l'Académie, d'envoyer un ou deux observateurs fort exercés, en l'île Cayenne, aux côtes de la Guyanne en Amérique, vers 5 degrés de latitude septentrionale. On vouloit sur-tout qu'on y observât la longueur du pendule à secondes, qu'on prévoyoit devoir y être accourcie. Mais il étoit recommandé sur-tout aux observateurs, de s'appliquer principalement à déterminer avec un fort bon octant de six pieds de rayon, l'obliquité de l'écliptique, et les momens des équinoxes. Ceux-ci deviennent donc actuellement l'objet principal de notre attention.

Les hauteurs méridiennes du soleil étant le principal moyen qu'on a employé pour connoître les mouvemens et la position de cet astre ; il faut avouer que nous avons ignoré jusqu'à ce jour, les foibles erreurs des divisions de l'octant dont on s'est servi en l'île Cayenne. Il semble néan-

moins qu'elles n'auroient pas dû être négligées, puisque cet instrument a fait paroître l'obliquité de l'écliptique, 10 à 12″ trop petite : peut-être l'arc entier étoit-il défectueux, et le limbe étant d'ailleurs divisé avec soin, les erreurs de l'arc entier n'influèrent qu'insensiblement sur les observations des équinoxes, lorsque le soleil s'approchoit pour lors du zénith de l'île Cayenne. Il paroît aussi que le plan du limbe n'est pas toujours resté le même que celui du méridien, quoiqu'on y ait remédié plusieurs fois pendant les six ou huit premiers mois de cette célèbre expédition.

Les déclinaisons du soleil, observées d'abord en l'île Cayenne, à l'équinoxe d'automne de l'année 1672, savoir, les 20, 21, 22 et 24 septembre, ont donné à peine 52″ à 59″, dont les tables représentoient le soleil moins avancé que selon les observations. Il est fort aisé de les comparer, si l'on veut, avec l'unique observation faite à l'observatoire royal, le 20 septembre, et qui a été publiée. Mais celles du mois de septembre de l'année suivante, sont en plus grand nombre.

En 1673, je trouve qu'en l'île Cayenne, les 19 et 20 mars, l'erreur des tables, déduite de la déclinaison du soleil, observée à midi, étoit en défaut de 52″ $\frac{1}{2}$ et de 42″ $\frac{1}{2}$; au lieu qu'à Paris, ayant égard à l'erreur des divisions du nouveau quart de cercle, proportionnelle à celle de l'arc entier de 60 degrés ou de 90 degrés, les nouvelles tables du soleil seroient en défaut de 1′ 21″ $\frac{1}{2}$.

Je n'ai point insisté, pour l'île Cayenne, sur la nécessité d'admettre une latitude différente de celle qui est généralement adoptée, ni toutes autres corrections que celle qui avoit été reçue pour la vérification faite au zénith. L'octant étoit placé, comme il en a été averti, sur la ligne méridienne, et alternativement en sens contraires. Il eût été peut-être à desirer qu'en des saisons éloignées de six mois, cette dernière opération eût été répétée. On n'ignore plus aujourd'hui que la moindre négligence n'est guères excusable,

si l'instrument s'écarte du plan du méridien ; dans les cas, sur-tout, où il s'agit d'observer des hauteurs fort approchées du zénith.

En général, il y a trop d'incertitude à ne pas observer les hauteurs du soleil au centre de la lunette, à l'instant du midi : nous en avons un exemple à l'observatoire royal, dans la hauteur du soleil du 20 septembre, qui a précédé de deux jours celle de l'équinoxe : on a redoublé sans doute d'attention les jours suivans, plaçant, comme il convenoit, beaucoup mieux le quart de cercle mobile dans le plan du méridien. L'erreur des tables s'est trouvée les 22 et 25 septembre 1673, d'environ 50″ en défaut ; en un mot, peu différente de celles qu'on avoit reconnues une année auparavant, d'après les observations faites dans la même saison, en l'île Cayenne

On voit par tout ce que nous venons de dire, que l'erreur des tables modernes du mouvement du soleil, étoit d'environ une minute en défaut ; savoir, un siécle entier avant la publication de ces tables, et j'ajouterai à ceci, qu'un premier coup d'œil jetté sur les époques d'Albategnius, pour l'année 901 de l'ere chrétienne, nous fait voir dans le même sens une erreur bien plus grande, puisqu'elle s'accroît à 9′ 42″ ½.

Il y a lieu de croire que Flamsteed avoit adopté ces tables, publiées dans les institutions astronomiques, aux époques données par Albategnius, puisque ces mêmes tables donnent une minute seulement en défaut, sur les 9ˢ 14° 55′ 52″, valeurs assignées par Albategnius ; mais il supposoit alors la précession des équinoxes de 50″ précisément. Hallei et ceux qui l'ont suivi, ont cru devoir accroître la précession des équinoxes, d'environ 30″ par siécle ; ensorte que les tables des institutions corrigées, donneroient en effet 4′ ½ moins que les époques d'Albategnius.

On trouve ces époques restituées par Hallei, dans les Transactions philosophiques de l'année 1693. Il y corrige les

les fautes des deux traductions, et il admet sans autre examen, les momens des équinoxes assignés par l'auteur Arabe, comme Street et Flamsteed les avoient à très peu de chose près adoptés. Il semble qu'avant eux, Boulliaud ait voulu corriger les hauteurs méridiennes du soleil, aux temps des équinoxes, par l'effet d'une parallaxe relative à celle que Ptolomée et Albategnius admettoient, de 3' à l'horison. Or, selon les données d'Albategnius, on auroit la latitude du lieu, déduit des hauteurs solstitiales les plus grandes et les plus basses en hyver, de 36° 00′ 22″ $\frac{1}{2}$. Enfin la latitude d'Aracta seroit 1′ $\frac{3}{6}$ plus grande, si Albategnius n'a pas corrigé ses hauteurs solstitiales par l'effet des parallaxes, ce qu'il me semble ne devoir pas être admis, puisque dans la traduction latine (au défaut du texte arabe) nous trouvons, *post partium reductionem*, pag. 8, chap. IV.

De tout ce que nous venons de dire, il doit s'ensuivre qu'en attendant la suite de la traduction des ouvrages de l'auteur Égyptien, sur ce qui regarde l'entrée du soleil au Bélier et dans la Balance, nous n'avions rien eu de plus précieux à consulter, que ce que nous a laissé Schikard, dans des notes manuscrites qu'on a eu soin de publier, comme aussi des autres observations d'Albategnius.



CATALOGUE

Des étoiles de la nébuleuse de l'Ecrevisse.

PAR M. LE MONNIER.

COMME la nouvelle planète va traverser l'amas d'étoiles que nous connoissons sous le nom de nébuleuse de l'Ecrevisse, et dont on trouvera des cartes gravées dans nos Mémoires de 1692 et de 1707, je vais donner ici, d'après mes registres d'observations astronomiques, le catalogue de ces mêmes étoiles que j'ai observées depuis l'année 1747, soit dans les crépuscules du soir, en mars et avril, soit dans celle du matin, lors du passage des mêmes étoiles par le méridien.

Cela s'est pratiqué constamment à mes deux quarts de cercle muraux, le plus grand qui a sa lunette de sept pieds et demi, m'ayant donné quelqu'avantage, sur-tout pour y mieux distinguer les étoiles de la septième et huitième grandeur.

J'ai réduit, au commencement de l'année 1790, les ascensions droites qui suivent, ainsi que les déclinaisons boréales de ces étoiles: j'y ajouterai, si on le juge nécessaire, les détails de chaque observation, y compris les dates et jours des passages observés, tant en ascension droite que relativement à la déclinaison. J'ai inséré dans un même catalogue et dans une nouvelle carte les quatre grosses étoiles, si connues des anciens, et principalement les deux dernières, sous le nom d'*Asinus australis* et *borealis*. Faute de nous les avoir représentées, comme avoit fait Bayer, sous leur vrai

noms, θ, η, γ, et δ, on a tant soit peu plus de peine, à l'inspection des cartes particulières de MM. de la Hire et Maraldi, dont j'ai déjà parlé, à reconnoître tout l'ensemble et même les distances à l'écliptique des étoiles de la nébuleuse du Cancer; ils auroient pu du moins y insérer les étoiles γ et δ, la latitude boréale de cette dernière ayant été reconnue plus exactement par Tycho (1), le Prince de Hesse, et par Flamsteed, au lieu que selon Ptolomée, et Ulug-Beigh, on auroit un sixième ou un quart, ou enfin, un huitième de degré pour la latitude australe d'*Asinus australis*. Il paroît aussi par l'étoile γ, nommée par les anciens, *Asinus borealis*, que sa latitude ayant augmentée pareillement, c'est à la variation de l'obliquité de l'écliptique décroissante qu'on doit attribuer les changemens apparens en latitude. En effet, le vieux catalogue d'Hipparque, publié par Ptolomée, nous donne pour γ, la latitude boréale de 2 degrés 40 minutes; Ulug-Beigh, 3 degrés 6 minutes; Tycho-Brahé, 3 degrés 8 minutes; le Prince de Hesse, 3 degrés 10 minutes deux cinquièmes; Flamsteed, 3 degrés 09 minutes 41 secondes, et nous la trouvons aujourd'hui de 3 degrés 10 minutes 20 secondes; Bayer représente cette constellation d'après deux médailles frappées sous l'empire d'Antonin le pieux, et il n'a pas obmis sur-tout la prairie où l'étoille ε, (*præsepe cancri*) qui est la plus vive de l'amas d'étoiles qui forment principalement la nébuleuse du Cancer.

J'avois donné, au feu abbé Outhier, une copie de ma carte des pleïades, publiée dans nos volumes de 1748, et sur les triangles ainsi formés, et nous étions convenus qu'il acheveroit, par des alignemens, ou autres configurations, d'y insérer les plus petites étoiles, ce qu'il a d'abord exécuté avec soin. Il seroit donc possible de faire ici, à peu de choses près, les mêmes opérations, sur-tout à l'aide des lunettes acroma-

(1) Voyez son premier catalogue pour l'an 1587, Progymnasm. Tom. I.

d'ajouter des meilleurs télescopes, savoir sur la carte que je présente aujourd'hui à l'Académie. Voici mon catalogue annoncé.

	Ascension droite	Déclin.
1 ♀ de l'Écrevisse...	[illegible]	[illegible]
2 [illegible]	[illegible]	[illegible]
3 [illegible]	[illegible]	[illegible]
4 [illegible]	[illegible]	[illegible]
5 [illegible]	[illegible]	[illegible]
6 [illegible]	[illegible]	[illegible]
7 [illegible]	[illegible]	[illegible]
8 [illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]

MÉMOIRE

SUR QUELQUES EFFETS DU TONNERRE,

Observés en 1787, à l'église de Saint-Paul.

Par M. LAVOISIER.

Le 13 juin 1787, le tonnerre est tombé, un peu avant deux heures de l'après-midi, sur l'église Saint-Paul. Il a endommagé la couverture du côté du chevet de l'église; il s'est introduit dans l'intérieur avec fracas. Un enfant qui y étoit alors, en a été atteint au poignet, sans cependant qu'il en soit résulté d'accident grave. Quelques personnes qui étoient également dans l'église, ont chacune rapporté, avec des circonstances différentes, ce qu'elles ont vu; mais toutes s'accordent à dire qu'elles ont été éblouies par une grande clarté.

Le curé de Saint-Paul ayant paru desirer qu'on profitât de cette circonstance pour armer l'église de Saint-Paul de paratonnerres, m'adressa M. Baradelle: et dès le sur lendemain, nous allâmes faire la visite de l'église, tant pour retrouver les traces du coup de tonnerre, que pour déterminer le nombre des paratonnerres dont il seroit nécessaire d'armer l'église; reconnoître les emplacemens où il conviendroit de les établir; enfin, pour me mettre en état d'en rendre compte à la fabrique. M. Hassenfratz a bien voulu me seconder dans cette visite.

Cet examen m'a fait voir que l'orage du 13 juin, étoit

venu du côté du levant ; qu'il s'étoit dirigé vers l'église, et que le courant électrique s'étoit divisé en deux portions.

Une de ces deux portions s'est jettée sur une croix de fer, placée sur le chevet de l'église : cette croix qui paroît avoir servi d'excitateur, est implantée dans la charpente, et communique par sa tige avec des bavettes de plomb qui sont appliquées sur le toit. Le courant électrique a suivi une de ces bavettes ; il a fait sans doute étincelle en en sortant, car l'extrémité inférieure de cette bavette a été fondue. M. Hassenfratz a bien voulu monter jusqu'en cet endroit, et a coupé la portion qui a été fondue pour servir de preuve.

L'explosion du fluide électrique, au sortir de la bavette de plomb, a été assez forte pour balayer les tuiles qui couvrent l'église, dans un espace de dix pieds en largeur environ, et dans toute la longueur du rempant du toit : ces dix pieds n'ont point été entièrement dégarnis de tuiles ; il en est resté une portion de deux pieds environ dans le milieu, et quatre pieds de chaque côté ont été complettement dégarnis du haut en bas du toit.

Le coup de tonnerre paroît n'avoir attaqué qu'un seul chevron de la charpente : ce chevron a été détaché et lancé assez loin ; les fibres du bois se sont trouvées séparées et disséquées dans leur longueur ; ensorte qu'il ne ressembloit plus qu'à un faisceau de longues allumettes qui ne tenoient presque plus ensemble.

Le courant électrique arrivé au bas du toit, s'est précipité dans le chassis de fer d'une des fenêtres de l'église. Nous en avons eu la preuve, 1°. parce que les scellemens de ces barres, dans le haut de la fenêtre, ont été ébranlés, et que les pierres dans lesquelles ils pénétroient, ont été disjointes ; 2°. parce que quelques portions du plomb des vitraux ont été fondues, et que nous en avons retrouvé plusieurs goutes dans la gallerie intérieure qui fait le tour de l'église.

Des chassis de fer de la fenêtre de l'église, le courant

électrique s'est porté sur une barre scellée à peu de distance dans le mur. Il y a eu encore étincelle en cet endroit ; car dans les environs du scellement de cette barre, la couche de peinture en détrempe avoit été calcinée, et le blanc de craie avoit été converti en chaux vive ; nous nous en sommes assurés par des expériences : tous les environs de ce scellement, à la distance de cinq à six pouces, paroissoient avoir éprouvé une grande in- tensité de chaleur.

Comme cette dernière barre communique avec une suite d'autres barres qui règnent le long d'une gallerie intérieure, qui fait tout le tour de l'église, le fluide électrique s'est sans doute perdu et dispersé dans cette grande étendue de corps métalliques non isolés. Il paroît cependant qu'il a fait explosion dans différens endroits de l'intérieur de l'église, au grand effroi du petit nombre de personnes qui y étoient dans cet instant; mais sans en blesser aucune gravement.

Telle est la marche qu'a évidemment suivi la première portion du fluide électrique. L'autre paroît s'être jettée sur la tour, et avoir suivi un tuyau de descente en plomb, qui règne depuis le haut jusqu'en bas, et qui a servi de décharge. Ce n'est pas que nous ayons trouvé dans la tour aucun indice de cet effet ; mais une circonstance remarquable ne nous a pas permis d'en douter. Dans le bas de la conduite de plomb, dont il est question, régnoit un fil de fer de sonnette ; ce fil de fer, après avoir été renvoyé par un tourniquet, coupoit à angle droit la descente de plomb ; il passoit ensuite le long d'une cuvette de plomb, placée au bas d'une fenêtre au premier étage d'un bâtiment voisin, et alloit gagner le voisinage d'un puits, dont la poulie étoit en cuivre, et à laquelle étoit adapté une chaîne de fer au lieu de corde. Une partie du fluide électrique s'est dirigé par le fil de fer, et nous en avons eu plusieurs preuves.

Premièrement, dans l'endroit où le fil de fer étoit en contact avec la cuvette de plomb, ce dernier métal a été fondu,

et on voyoit encore des gouttes brillantes qui en avoient coulé; d'où il résulte évidemment que le fil de fer a fortement rougi.

Secondement, ce même fil de fer avoit été fondu lui-même en deux endroits; et en examinant les bouts qui avoient été séparés, nous avons reconnu les gouttes arrondies qui portoient le caractère de la fusion. Enfin, à l'extrémité du fil de fer du côté du puit, le passage du fluide électrique étoit encore marqué par une circonstance; c'est que le scellement d'une des barres de fer qui soutient la poulie, avoit été étonné et ébranlé.

Il est aisé de juger par ces détails, que si la quantité de fluide électrique eût été plus considérable, elle auroit pu causer de grands ravages, sur-tout du côté du chevet de l'église: que la communication qui s'est établie de la croix de fer placée extérieurement, avec les barres de fer de la gallerie qui fait le tour de la nef, ayant déterminé l'explosion en dedans de l'église, elle auroit pu être funeste à ceux qui y auroient été rassemblés, si cet évènement fût arrivé pendant le temps des offices: enfin, qu'il est important de changer ces dispositions.

Le moyen de prévenir, pour la suite, de pareils accidens, est indiqué par les effets même que nous avons observés, et dont je viens de rendre compte. La route qu'a pris le fluide électrique étant bien connue, il ne s'agit plus que de lui préparer d'avance une suite de conducteurs non interrompus, qui le conduisent au réservoir commun. Je propose en conséquence de placer sur l'église Saint-Paul, deux aiguilles de fer, ou paratonnerres, de quarante pieds environ de longueur; l'un à la place de la croix de fer, sur laquelle le tonnerre est tombé le 13 juin dernier; l'autre sur la tour; et d'adapter à chacun des décharges qui s'enfonceront en terre jusqu'au niveau de la nappe d'eau, c'est-à-dire, à la profondeur du niveau des puits, dans les plus basses eaux. La dépense de ces deux paratonnerres ne sera pas

pas fort considérable; et elle préservera, à l'avenir, de tout accident de ce genre, l'église et même les bâtimens circonvoisins, à une assez grande distance. Il seroit à souhaiter qu'on fît une semblable opération pour l'église des Jacobins, ci-devant des Grands-Jésuites, et pour celle de Sainte-Marie. Ces grands édifices, une fois armés, procureroient une grande sûreté aux habitations particulières de tout le quartier.



OBSERVATIONS

Faites pendant la gelée des mois de décembre 1788 *et janvier* 1789, *au château d'Andonville en Beauce;*

PAR M. TESSIER.

Les observations qui suivent, ont été faites dans un pays situé à 57,000 toises, au sud de Paris. Sa hauteur est estimée de 456 pieds au-dessus du niveau de la mer. Parmi ces observations, il y en a qui concernent seulement le plus ou le moins d'intensité du froid; d'autres ont pour objet quelques phénomènes occasionnés par le froid rigoureux.

Observations du Thermomètre.

Le thermomètre dont je me suis servi, ou plutôt celui dans lequel j'ai eu le plus de confiance, car j'en avois plusieurs, est à mercure, et divisé, suivant l'échelle de Réaumur, en 80 parties, dont la dernière est le terme de l'eau bouillante, comme je m'en suis assuré. Il étoit placé à 30 pieds ou environ du sol, en plein nord, sans abri, n'étant exposé à aucune réverbération; il étoit appuyé seulement au côté extérieur d'une fenêtre, mais loin de tout appartement où l'on faisoit du feu. Je l'observois ordinairement trois fois par jour, à huit heures du matin, à onze heures du soir, et dans le milieu du jour, à midi, parce que ces heures m'étoient les plus commodes. Cet instrument est composé d'un tube de verre fin, qui, par son extrémité inférieure, entre dans une espèce de cilindre de 19 à 20 pouces de longueur, sur 4 à 5 lignes de diamètre: ce ci-

lindre est arrondi par en bas et joint par en haut, moyennant un rebord, à un gros tube de 6 à 7 pouces de diamètre, dans lequel est l'échelle de graduation; le gros tube est séparé du tube fin jusqu'à son extrémité supérieure, où étant rétréci, il forme la crosse pour s'y unir: cet instrument étoit destiné à être plongé dans des liqueurs.

Le tableau des observations du thermomètre qui accompagne ce mémoire, commence au 10 décembre, époque où la rigueur du froid m'y fit faire plus d'attention; et finit au 11 janvier, temps où l'instrument a été constamment au-dessus du terme de la congélation. Il résulte de ce tableau, 1°. que sur les vingt-deux derniers jours du mois de décembre, il y en a eu quinze où le thermomètre est descendu à 10 degrés ou au-dessous de 10 degrés; 2°. que dans ces quinze jours il est descendu 4 fois à 11 degrés, 2 fois à 12, 3 fois à 13, 1 fois à 13 et demi, 1 fois à 14 et demi; 3°, que le 30, il est descendu à 15, et le 31 à 17; 4°. que comme le 30, à huit heures du matin, il étoit à 15, à midi, à 11, et dans la soirée encore à 15, c'est le jour où la somme des degrés du froid a été la plus considérable, quoique le 31 il ait été plus extrême; car ce jour il n'a été qu'un moment à 17 degrés: de-là, il a monté successivement, et n'étoit, dans la soirée, qu'à 7 degrés au-dessous de zéro.

Dans les 11 premiers jours du mois de janvier, le thermomètre a encore baissé une fois à 10 degrés, deux fois à 11, une fois à 11 et demi, une fois à 12, et une fois à 14.

Depuis le 10 décembre, jusqu'au 11 janvier, le thermomètre n'a pas toujours été au-dessous de zéro. Le 22 décembre, à 8 heures du matin, il étoit à zéro; il étoit à ce degré le 24 à midi et à 11 heures du soir, et le 26 à midi. Le froid n'en a été que plus fort à la suite de cette courte rémission; puisque cinq jours après est venu le froid de 17 degrés.

Le 2 janvier, encore, le thermomètre étoit à zéro à une heure après midi; le froid a repris ensuite assez fortement pour que le thermomètre marquât 14 degrés le 5 : ce n'a été

que vers le 8 que le temps s'est adouci d'une manière plus suivie. Le dégel a été décidé le 11. On voit que le froid a eu, dans sa continuité, pour ainsi dire, des hauts et des bas.

Les jours qui m'ont paru les plus insupportables, ne sont pas ceux où le thermomètre étoit le plus bas : ce sont ceux où il régnoit un vent de nord-est, qui souvent enlevoit de la neige, et glaçoit la figure.

Quoique j'eusse peu de confiance dans deux autres thermomètres, dont un étoit à esprit de vin, j'y regardois de temps-en-temps. J'ai vu que dans les jours où le froid étoit le plus fort, le thermomètre à esprit de vin ne baissoit pas à proportion de ce qu'il baissoit dans les froids modérés, et qu'il étoit alors à quelques degrés au-dessus du thermomètre à mercure. La même remarque a été faite au château d'Arbouville, placé sur la même ligne qu'Andonville, à égale distance de Paris, par M. Segretier, qui avoit un thermomètre à mercure et un à esprit de vin, ce qui est d'accord avec les observations de M. Messier.

Ordinairement après de grandes gelées, l'eau qui est sur la terre gèle encore pendant quelques nuits, lors même que le thermomètre est au-dessus du terme de la congélation. Cet effet a été plus sensible encore après la dernière gelée; car les 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22 et 23 janvier, il a gelé toutes les nuits, quoique le thermomètre fût au-dessus de zéro, et le vent le plus souvent au sud, quelquefois au sud-ouest et au sud-est. Le 15 même, la glace d'une marre avoit 4 lignes d'épaisseur, et le 17, la glace de la nuit en avoit 5. C'est vers les cinq heures du matin que la gelée prenoit; depuis midi jusqu'à cette heure, on ne s'en appercevoit pas : il y a eu un seul jour où l'eau glacée dans la nuit ne s'est pas dégelée.

Phénomènes observés pendant la gelée.

Je regrette de n'avoir pas observé chaque jour quelle étoit

l'épaisseur de la glace, selon les degrés du thermomètre. Ce que je puis dire, d'après mes notes, c'est que le 19 décembre, par un froid de 10 degrés, deux livres sept onces d'eau, mises dans un vase de fer blanc de 5 pouces de hauteur, sur trois pouces neuf lignes de diamètre, posé sur ma fenêtre, recouvert d'une ardoise et d'un poids de seize livres, ont gelé entièrement. Le 5 janvier où le froid étoit plus fort, de l'eau qui remplissoit un vase de verre de trois pouces de haut, sur trois de diamètre, posé aussi sur une fenêtre, a gelé en entier, depuis huit heures du matin jusqu'à huit heures du soir.

Le 3 janvier, j'ai pris 3 pouces cubes de neige, pour voir ce que j'en retirerois d'eau. Elle étoit gelée en partie, et plus compacte que la neige récemment tombée. Je l'ai mise dans un sceau de bois, auprès du feu, dans ma chambre, la seule du pays où il n'ait pas gelé, et par [illegible] la plus [illegible]fée; il a fallu douze heures à cette quantité de neige pour se fondre. J'ai mesuré l'eau, il y en avoit deux pintes, un demi-septier et un poisson, mesure de Paris. C'est donc dix pintes et demi, ou vingt-une livres d'eau, que produit un pied cube de neige compacte. Au reste, tout cela doit varier suivant son plus ou moins de compacité.

On a remarqué, le 31 décembre au matin, dans deux écuries de ferme, que les poils des chevaux étoient couverts de petits glaçons; c'étoit leur transpiration qui avoit gelé: ces écuries sont cependant assez chaudes. Les fermiers, dont un est très-âgé, n'avoient jamais vu cet effet.

Il avoit gelé cette nuit dans des caves, jusques-là à l'abri de la gelée; au fond des maisons les plus closes; auprès de certaines cheminées où il y avoit un peu de feu couvert; sur le lit même des paysans; car j'ai vu la partie du drap d'une femme malade, qui recevoit son haleine, sensiblement glacée. Un garde de la terre de Mereville a été rencontré venant de faire sa tournée. Les cils de ses yeux étoient bordés de petits glaçons, qui en arrêtoient le mouvement; il

avoit peine à y voir pour se conduire. Il avoit aussi de l'eau glacée au bout du nez.

Le 8 janvier, depuis 4 jusqu'à 6 heures du soir, il est tombé à Andonville de l'eau gelée, qui faisoit du bruit en tombant sur la surface de la neige et sur les habits. Les miens en étoient roides quand je rentrai. Le lendemain matin, il y avoit sur la neige une croute de glace, assez épaisse pour por- [illegible], c'est-à-dire, jusqu'à huit heures. Les tiges et branches d'arbres, la vigne, les murs, à l'exposition du nord et de l'est, étoient couverts de la même couche, qui étoit luisante. A cinq heures du matin, on avoit entendu un bruit considérable, par éclats; les uns l'ont comparé à des coups de fusil, les autres à de simples pétards. Ce n'étoit pas des coups secs, mais prolongés. Il en partoit aussi des arbres. Réveillé par ce bruit, je crus que c'étoit celui que faisoient des hommes en cassant de la glace. Il a été tel, que les paysans, sur tout dans les fermes isolées, en ont été effrayés : ils sont sortis pour en chercher la cause. D'après les informations que j'ai faites, ce bruit a eu lieu dans une partie de la Beauce, et vraisemblablement dans la totalité du pays et dans bien d'autres. Dans la journée du 9, on a encore entendu quelques éclats, mais plus foibles. Les fentes multipliées de la croute de glace qui étoit sur la neige, m'ont donné facilement l'explication de ce phénomène. Le vent avoit tourné au sud le matin.

Un fait qui m'a été raconté et attesté par des bucherons, est le suivant. Depuis que la gelée étoit forte, jusqu'au 8 janvier, ils ne pouvoient faire des hars pour les fagots, parce que le bois cassoit. Il avoit fallu même, à cause de la nécessité de donner du bois, apporter auprès du feu les brins de chêne, de coudre et de charme destinés à cet usage, afin de les faire dégeler. Le 9 au matin, le bois étant encrouté de la glace tombée la veille, les hars se tordirent facilement, comme avant la gelée, au grand étonnement des bucherons.

J'ai remarqué ce jour-là que la glace qui étoit sur les

branches, les tiges et les feuilles des arbres en avoient pris la forme et les impressions ; entr'autres, les feuilles d'un laurier cerise en étoit recouvertes entièrement. Cette glace avoit une ligne d'épaisseur : on y voyoit empreintes toutes les nervures et les sinuosités, même les plus legères des feuilles; les trous même qui se trouvoient dans les feuilles naturelles, étoient marqués sur les feuilles de glace qui tomboient à terre et y conservoient leur forme quand on secouoit les branches.

Il est tombé de la neige à plusieurs fois pendant la durée de la gelée : il souffloit constamment quelques jours après un vent de nord-est violent, qui l'enlevoit de certains endroits pour l'amonceler dans d'autres. Les terres ensemencées en froment, ont presque toujours été à découvert, parce qu'étant sèches et pour ainsi dire en poussière, la neige n'avoit pu s'y fixer. On avoit été obligé, lors des ensemencemens, d'écraser au rouleau les mottes que la sécheresse des labours avoit occasionnées. Cet état de terre ensemencées a attiré un nombre prodigieux de corneilles qui trouvoient du grain sain à manger: on n'a pu se débarrasser de ces oiseaux qu'en se réunissant pour les chasser à coups de fusil. Les champs où il y avoit des chaumes de froment ou d'avoine, ont retenu beaucoup de neige. Une pierre, quelque petite qu'elle fût, suffisoit pour arrêter et défendre de l'action du vent, à une assez grande distance, toute la neige qui étoit à sa hauteur et du côté du sud-ouest. Les portions que le soleil fondoit un peu, geloient plus fortement et prenoient une couleur jaune, au lieu d'être blanches, parce qu'elles se mêloient avec la terre du pays, qui est un peu martiale.

On est accoutumé, sans doute, dans les pays de montagnes, à voir de beaux effets de la neige transportée par le vent. En voici un, qui a eu lieu à Andonville, après la deuxième neige. Le vent nord-est en a fait passer une quantité prodigieuse à travers un massif de bois, qui présentoit le flanc au nord ; ce massif est séparé d'un autre par une allée. Dans un espace de 2 à 300 toises de longueur, sur 3 à 4 de lar-

geur qui formoit l'allée, il y avoit plus de six pieds de neige de hauteur. Les bords de cette bande élevée offroient la représentation de draperies agréables, de demi voûtes, de grottes de stalactites, ect. J'ai marché sur cette neige dans toute sa longueur; car elle étoit très dense et est restée long-temps glacée. Le même vent avoit apporté, auprès des villages, des montagnes de neige, qu'il a fallu couper avec des pioches, pour ouvrir des chemins.

Effets de la gelée sur les animaux et les végétaux.

Le plus grand malheur qu'ait causé la gelée, est la mort de plusieurs hommes. On en a trouvé, sans vie, dans quelques villages, où ils n'avoient ni dequoi se couvrir la nuit, ni assez de force pour résister à un froid excessif, ayant manqué de vivres, ou n'en ayant pas eu ce qu'il leur en falloit. On m'a assuré aussi que dans les chemins on avoit trouvé des hommes morts. Plusieurs ont eu les membres gelés, et par une ignorance, qu'on ne sauroit trop chercher à detruire, ils ont contracté la gangrene en se chauffant. J'en ai connu même que cette ignorance a tués.

Les fermiers ont perdu beaucoup de poules. La plupart de celles qui ont résisté, avoient la crête plus ou moins violette. Ce qu'il y a de singulier, c'est qu'il est mort beaucoup de poules d'un poulailler chaud, bas, et au midi, tandis que dans la même ferme, il n'est mort aucune de celles qui juchoient sous un hangard au nord. Apparemment que ces dernières étoient plus endurcies au froid.

J'ai vu beaucoup de rats, morts du froid, dans une étable, dont on avoit ôté les vaches. Quelques uns étoient sous des pièces de bois et entre des solives du plancher. Plusieurs fermiers m'ont dit qu'ils avoient la même obligation au grand froid. Il n'y a que les rats qui se sont réfugiés dans les étables habitées, ou dans les monceaux de gerbes des granges, qui auront pu résister.

C'est

C'est peu de temps après le dégel que j'ai quitté la campagne ; il étoit difficile alors de prononcer affirmativement quelles plantes et quels arbres étoient gelés.

Parmi les végétaux qui paroissent l'être, il y en aura peut être qui ne le seront pas, et on en perdra beaucoup de ceux qu'on croit maintenant exempts des effets de la gelée. Il m'a semblé que les arbres fruitiers n'avoient pas souffert ; j'en ai coupé beaucoup de branches dont l'écorce étoit encore verte. On dit que la vigne est gelée dans ses bourres : j'ai ouvert cependant un grand nombre de bourres et j'ai trouvé l'œil vif; il en est peut-être autrement dans d'autres. Les tiges du thim, des sauges, du phlomis, de la lavande, sont brunes et sèches. Les lauriers cerises, les lauriers francs, les grenadiers en pleine terre, même couverts, sont dans le même état. Les racines de ces végétaux sont vivantes. Des figuiers situés dans des fossés secs, butés avec de la terre, ayant leurs tiges empaillées, n'ont qu'une partie de leurs branches mortes. Les carottes, les navets restés en terre, les laitues d'hiver, romaines, ou d'autres espèces, qui étoient grosses, les choux pommés de Milan et autres, verts ou rouges, la sommité des poireaux, si durs à la gelée, les gros pieds d'artichauds, même butés et couverts de fumier, les forts pieds de giroflée jaune ; toutes ces plantes ont gelé. Il n'en est pas de même de la tige des choux à jets et de celle des poireaux, ni des jeunes laitues, ni des jeunes giroflées jaunes, ni des jeunes pieds d'artichauds qui ont été conservés. Les taratoufs ou topinambours, sont restés intacts, quoique la terre ait gelée au-dessous de leurs racines. Les mâches et les épinards étoient gelés verts, et on en a pu manger aussi-tôt après le dégel. Je ne parle ici que des plantes d'un jardin, et je ne prétends rien dire de ceux où je n'ai pas fait de recherches. Les fromens enfin, les plus précieuses des plantes, n'ont pas paru avoir souffert. Après la journée du 31, j'en avois apporté avec des mottes de terre, pour mettre sous des chassis et auprès de mon feu. Les

grains y ont germé et ont bien poussé. Dans les campagnes de la Beauce, les fromens levés sont très-beaux; ils ne le sont pas moins à Rambouillet, suivant les nouvelles que je viens d'en recevoir.

Profondeur de la gelée dans la terre.

A compter du 19 novembre, jusques au 21 janvier, ce qui comprend un espace de deux mois et de deux jours, la terre a été tellement gelée, que les fermiers n'ont pu labourer du tout. Ils sont en retard pour la préparation de leurs terres, destinés à recevoir les grains de mars.

Desirant connoître jusqu'à quelle profondeur la terre a gelé, j'ai fait faire des fouilles, dans différens terrains, à diverses expositions, dans des endroits plus ou moins gazonnés, et dans ceux où il y a eu plus ou moins de neige. 1°. En plaine, à trois places différentes. Dans la première, 8 pouces de terre végétale, et 14 pouces d'une terre rouge, compacte, étoient gelés, en tout 22 pouces. Dans la deuxième, 8 pouces de terre végétale, 14 pouces de terre rouge, et 7 pouces de tuf calcaire, en tout 29 pouces. Dans la troisième, 8 pouces de terre végétale, 28 pouces de terre rouge, en tout 36 pouces. Ces trois fouilles ont été faites à 50 toises les unes des autres. J'ai commencé par l'endroit où il y avoit eu le plus de neige, et j'ai continué dans ceux où il y en avoit eu le moins. Le dernier étoit le plus élevé; le vent en avoit emporté la neige. Le champ avoit été ensemensé en avoine au mois de mars, et n'avoit pas été labouré depuis le mois de février 1788.

2°. Dans une pente au midi; où je présumois qu'il n'y avoit pas eu de neige. J'ai trouvé 1 pouce de terre végétale et 20 pouces de tuf calcaire gelés, en tout 21 pouces.

3°. Le long d'un mur du village au nord, à une place médiocrement gazonnée, la terre étoit gelée à 16 pouces, toute terre végétale. Sous un gazon encore plus épais, 14 p.; dans ces trois places il n'y avoit presque pas eu de neige.

4°. J'ai fait découvrir la terre dans un endroit, où le 17

janvier il y avoit encore 2 pieds de neige. Je savois qu'il y en avoit eu jusqu'à 5 pieds ; je n'ai trouvé que 8 pouces de terre gelée. Peut-être cette gelée s'étoit elle formée avant que la neige couvrit la terre, qui étoit foiblement gazonnée.

5°. Dans un potager ; d'abord le long d'un mur, au midi, 14 pouces de gelée. La terre avoit été labourée avant d'être gelée, et avoit été couverte d'un pied de neige : ensuite, à 12 pieds de ce mur, où il y avoit eu une égale quantité de neige, 17 pouces 3 lignes de gelée. Assez près d'un mur, au nord, où le vent avoit transporté plus de deux pieds de neige, 1 pied de gelée. Enfin, au pied d'un mur, aussi au nord, et où cependant il n'y avoit pas eu de neige, j'ai trouvé la terre gelée jusqu'à 36 pouces. Dans toutes ces places, c'étoit de la terre purement végétale. Celle de la dernière avoit été défoncée, même au-delà de 36 pouces. N'ayant point à Andonville toutes sortes de terrains, j'ai écrit à Rambouillet, en indiquant les endroits où je desirois qu'on fit des fouilles. On me mande que, sous un gazon, la terre a gelée à 21 pouces ; que la gelée a pénétré à 22 p. dans du sable non gazonné ; à 24 dans une terre blanche et legère, et à 40 dans un terrain mêlé de sable et d'argile.

Il résulte de ces recherches que la terre a gelé plus ou moins profondément, selon qu'elle étoit plus ou moins couverte de neige, plus ou moins soulevée par les labours, plus ou moins exposée au nord, et enfin selon sa nature. La terre auroit peut-être gelée plus profondément encore, si le froid n'eut pas été précédé d'une grande sécheresse.

Les signes de la terre gelée sont faciles à appercevoir. Elle est dure, difficile à fouiller, d'une couleur brune, quand c'est de la terre végétale. On y trouve des crystaux de glace plus ou moins arrondis, le plus souvent grouppés, rassemblés particulièrement dans les fentes et dans les trous faits par des insectes, ou par des racines de végétaux. Ces crystallisations sont d'autant plus rares, plus petites et moins grouppées, que la terre est plus éloignée de la surface.

MÉMOIRE

SUR L'ORAGE DU DIMANCHE 13 JUILLET 1788.

Par M. TESSIER.

L'orage du 13 juillet a répandu la consternation dans une grande partie de la France. L'Académie a, sans doute, été déjà informée des funestes effets qu'il a produits dans différens pays. Il me semble qu'il seroit important que l'on pût rassembler ce qui s'est passé dans chaque canton, afin de constater les momens où cet orage a exercé ses ravages et la manière dont il les a exercés. C'est dans cette vue que je viens rendre compte à l'Académie des observations particulières, que j'ai faites relativement à ce triste événement.

J'étois alors au village d'Andonville, situé au-delà d'Etampes, presque au sud de Paris, à 37,000 toises de cette capitale. Vers les huit heures du matin, une nuée parut dans le sud-ouest, au bas de l'horison. Elle étoit en général très-noire, ayant une partie d'un blanc jaune, comme toutes les nuées à grêle. Un éclair et un coup de tonnerre ouvrirent la scène. Aussi-tôt la nuée s'avança avec une très-grande rapidité, précédée d'un coup de vent et faisant un bruit considérable, pareil à celui de plusieurs carosses roulans sur le pavé. Les animaux en étoient effrayés et couroient de tous côtés. Une femme malade, que j'avois laissée assez bien la veille au soir, se trouva à l'approche de l'orage dans un état inquiétant, qui se dissipa quand le calme fut rétabli dans l'air. On sait que

des personnes délicates sont mal à l'aise, quelquefois long-temps avant qu'il tonne, à plus forte raison, des personnes véritablement malades. Les gens qui soignent les animaux, ont remarqué qu'ils sont inquiets et agités, quand le temps menace de vent, de grandes pluies, et sur-tout d'orage. La nuée paroissoit très bas. Elle occasionnoit une si grande obscurité, qu'un prêtre qui disoit la messe demanda de la lumière. La grêle suivit de près l'éclair et le coup de tonnerre; elle tomba avec une grande abondance, seulement pendant 7 à 8 minutes, temps bien court, mais trop long, puisqu'il n'en a pas fallu davantage pour perdre toute la recolte. La grêle, en cassant les vitres, entroit jusqu'au fond des appartemens et répandoit le verre pulverisé, de manière qu'on ne pouvoit approcher des croisées. J'ai distingué trois sortes de grains de grêle. Les uns étoient parfaitement sphériques et d'un blanc opaque; ils avoient de 12 à 14 lignes de diamètre; les autres irréguliers et transparens, paroissoient des crystaux grouppés et anguleux, c'étoit les plus nombreux. Leur grosseur et leur épaisseur varioient beaucoup : on en a mesuré qui couvroient un écu de 6 liv. D'autres enfin, aussi transparens, étoient semblables à des stalactites plus ou moins branchues : ces derniers se trouvoient en moindre nombre. J'en ai vu un, qui avoit 2 pouces et demi de longueur, sur un diamètre de 6 à 8 lignes, il étoit déja en partie fondu. Ces grêlons étoient lancés avec une telle force, qu'ils bondissoient comme des balles de paume. Il y a eu des momens et des pays où la grêle étoit séche et sans pluie. On distinguoit une marque blanche et opaque, qui paroissoit en être le noyau : elle avoit à peu près la grosseur d'un petit pois, et ressembloit aux grains de grêle qui tombent au printemps. Je présume que pendant la grêle, il tonnoit, à en juger par quelques éclairs, qui paroissoient; car le bruit de la grêle sur les toits et contre les vitres, qu'elle cassoit, et celui du vent, empêchoient d'entendre

le tonnerre. On sait qu'il est tombé à Berches près Chartres. Il n'y avoit presque point d'eau parmi la grêle : un second orage vint une heure après et fournit beaucoup de pluie. Alors on entendit de grands coups de tonnerre.

Le baromètre, le 12 à sept heures du soir, étoit à 27 pouces 11 lignes et demie ; et le 13, jour de l'orage, une heure auparavant, il étoit à 27 pouces 11 lignes. Le 11, à 3 heures après midi, un thermomètre à mercure, échelle de Réaumur, placé en plein nord sans réverbération, avoit marqué 26 degrés, et le 12, veille de l'orage, à la même heure, 27 degrés 3 quarts. Les malheurs qui suivirent la grêle me firent oublier d'examiner mon thermomètre le jour où elle tomba ; mais le temps ne parut rafraîchi que le soir ; ce qui est d'autant plus surprenant que le froid de la grêle se fait ordinairement sentir aussi-tôt après l'orage.

On n'est point étonné qu'une grêle aussi grosse ait cassé tous les carreaux de vitre qui étoient au midi, tous les verres des chassis et les cloches de jardin, que les fruits soient tombés ou meurtris, que les légumes aient été hachés ; que les lièvres, les perdrix et autres oiseaux, et des moutons même aient été tués, et que des hommes aient reçu de fortes contusions à la face et aux mains. Le desordre dans les troupeaux de bêtes à laine et de bêtes à cornes qui étoient dehors, se conçoit facilement : on s'attend bien aussi que des chevaux attelés à des voitures, battus par les coups redoublés de la grêle, ont exposé la vie de leurs conducteurs et celle des voyageurs.

La dévastation des campagnes est le plus grand malheur qui en ait résulté. L'année n'offroit pas en général l'espérance d'une riche récolte, sur-tout si on la comparoit à l'année précédente : néanmoins on avoit lieu de croire qu'on recueilleroit une certaine quantité de toute espèce de grains; maïs, seigles, fromens, orges, avoines, pois, vesces, lentilles, tout a été brisé, couché. Celles des plantes qui approchoient de la maturité ont été égrainées. Dans la plupart

des champs, il sembloit que des troupeaux de moutons très-nombreux et très serrés eussent passé et les eussent foulés sous leurs pieds. Toutes les pailles des seigles et des fromens subsistoient, cassées et pliées à 5 ou 6 parties de leur longueur : l'avoine étant moins avancée et parconséquent moins cassante, plusieurs tuyaux restèrent droits, mais les grains en étoient séparés. Il y a des pièces de terre, dont les plantes sont rentrées dans terre ; il y en a, où on ne voit pas trace de plantes : elles ont été apparemment divisées par la grêle, et emportées par le vent. Les tiges couchées l'étoient à-peu-près dans la direction du sud-ouest au nord-est, c'est celle de la grêle et du vent. Ayant appris que Rambouillet étoit frappé du même fléau, je m'y suis rendu le 15. Rambouillet est à environ dix lieues d'Audonville, en allant du levant au couchant : dans cet espace, quatre lieues de pays, depuis Angerville jusqu'à Aulneau, avoient été préservés de la grêle ; les campagnes en étoient riantes et assez belles : mais à Aulneau la scène étoit bien changée ; indépendamment de la dévastation des plaines, aussi complette qu'à Audonville, la grêle et le vent avoient causé d'autres dommages. Je vis une partie des tuiles des maisons tombées, ou restées sur place, et moulues comme avec un pilon ; le crépi des murailles du côté du sud-ouest étoit enlevé ou criblé comme si on y eût tiré des millions de balles. En suivant ma route, je passai dans quelques allées d'ormes et au milieu d'un bois de chêne : les arbres des allées avoient été élagués l'hiver précédent ; on n'y avoit laissé qu'une cime peu garnie, qui donnant peu de prise au vent, avoit empêché sans doute qu'ils ne fussent arrachés ; d'ailleurs l'orme résiste plus aisément aux grands vents : quelques branchages seulement se trouvoient cassés. La terre sous le bois et dans tout le chemin qui le traversoit étoit jonché de feuilles, dont l'odeur se faisoit sentir à une très-grande distance. Je passai auprès d'une maison, presque entièrement construite, dont les murs

et la charpente avoient été renversés : je vis aussi un moulin à vent, dont la calotte en bois, assise sur de bons murs de pierres, étoit à bas.

Le parc de Rambouillet est le lieu qui offre le plus l'image de la destruction : on voit, à la vérité, dans la forêt, sur laquelle il est appuié quelques arbres abbatus ; mais ils sont en petit nombre, eu égard à ceux du parc ; soit qu'une grande masse de bois, telle que celle de la forêt, se soutienne mieux, soit que tous les efforts de la tempête se soient réunis dans le parc, une grande quantité d'arbres a été abbattue ou rompue : il n'y a presque que le côté du sud-ouest qui ait souffert. Les arbres des allées, ou ceux qui étoient à l'entrée des massifs ont été les plus maltraités, des tilleuls, des maronniers d'inde, des aulnes, des chênes ont été compris dans la destruction ; ce sont sur-tout des peupliers blancs, en grand nombre dans le parc, que la tempête a ravagé : dans un espace d'environ 100 toises j'en ai compté 88, tant abbatus que rompus ; le moindre a 40 pieds de haut, les autres ont de 60 à 80 pieds ; ces derniers sont des arbres qui ont près des racines 2 pieds, 2 pieds et demi, presque jusqu'à 3 pieds de diamètre et qui ont plus de 50 pieds avant les branches . une autre allée, dans une plus grande étendue, en a perdu 133. D'aussi grands ravages forceront à abbatre le reste de ces allées pour les replanter entièrement. Il y a des bords de massifs, qui offrent par places 15, 20 et 30 arbres culbutés les uns sur les autres : on prendroit ces endroits pour un bois de futaie, qu'on vient d'abbatre, et où on a seulement laissé des baliveaux : le passage des allées est obstrué par les corps d'arbres étendus; les canaux sont remplis de ceux qui étoient sur leurs bords ; par-tout on ne rencontre que des branchages, on en a trouvé de jettés à plus de 50 pas des arbres auxquels ils appartenoient et que trois hommes ne pouvoient déranger; de plus petits ont été portés plus loin. Parmi les arbres maltraités, les uns sont entièrement déracinés ; les racines de

plusieurs

plusieurs avec la terre qui y est jointe, ont un diamètre de 50 pieds; les autres sont rompus à diverses hauteurs, il y en a dont la rupture n'est pas complète; la cime de ceux-ci, ou leurs plus grosses branches, sont pendantes et descendent presque à terre : on en voit encore qui ne sont que pliés; il semble qu'ils aient été tortillés comme des hars de fagots. Un de ces derniers est ainsi contourné dans une longueur de 12 pieds, en commençant à 12 pieds du sol; quelques-uns ne sont que fendus, n'ayant eu qu'un commencement de tortillement : il s'en trouve aussi, dont le vent a enlevé toute la partie supérieure, et la moitié de la partie inférieure jusqu'à la racine, laissant le reste en chicot. J'ai vu deux chênes jumeaux, dont l'un subsistoit en entier, l'autre en ayant été séparé. Les deux effets qui m'ont le plus intéressé sont les suivans : un peuplier, placé sur le bord d'un canal, étoit tellement panché du côté du couchant, qu'on s'attendoit depuis long-temps à le voir tomber; l'orage du 13 l'a fait tourner pour le jeter du côté du nord : c'étoit un arbre de 100 pieds de hauteur; il avoit trois pieds et demi de diamètre près des racines, et un pied et demi à 64 pieds de hauteur.

Dans un petit massif, quatre chênes étoient presque les uns vis-à-vis des autres, le plus gros, de 3 pieds de diamètre, a été brisé à 8 pieds du sol; il y a lieu de croire qu'il a été renversé le premier, quoiqu'il fût le deuxième de la ligne : il est tombé sur le troisième d'une grosseur moitié moindre, qui en étoit à 30 pieds; celui-ci sur un quatrième, éloigné de 20 pieds, et bien plus petit; ces trois chênes avoient 60 pieds de hauteur : enfin un sicomore, qui se trouvoit au bout du quatrième chêne, a été écorché. Ce qu'il y a de singulier, c'est que le chêne qui étoit le plus exposé au vent, et que j'appelle le premier de la ligne, s'étant rompu à 4 pieds de hauteur, s'est placé en tombant entre deux chicots du deuxième arbre dont il étoit distant de 12 pieds, et s'est étendu sur son tronc en grande partie; car il y

avoit une partie qui n'est pas soutenue, ensorte que cet arbre avoit fait la bascule : comme il n'avoit que 50 pieds de haut, et une circonférence de 4 pieds, il n'est pas probable qu'il ait renversé un chêne du double de sa force, mais il s'est jeté où le vent l'a porté.

J'ai cru avoir remarqué, qu'en général les arbres arrachés ou déchirés étoient sains, et les arbres rompus creux et gâtés; ils étoient tombés tous vers le nord-est. Ce qui reste d'arbres entiers dans le parc est effeuillé, les feuilles en sont criblées, et ont pris la couleur terne qu'elles ont au commencement de l'automne.

L'orage a découvert quelques parties des toits du château de Rambouillet et de la ferme, placé sur une éminence; environ 12,000 carreaux de fenêtres ont été cassés dans les bâtimens du roi, non compris les fermes et tous les grains ravagés.

Je ne pourrois dire ce qui s'est passé au moment de l'orage, que d'après le récit de personnes dignes de foi. Il a été de la plus grande violence : c'est aussi à huit heures du matin qu'on l'a éprouvé. La grêle étoit si grosse, que six heures après on en a ramassé des grains qui avoient plus d'un pouce de diamètre. On assure en avoir vu qui étoient presqu'aussi gros que le poing. J'ai vu un homme, qui, pour avoir reçu un coup de grêle, avoit encore, quatre jours après, le dessous de l'ongle violet et échimosé. On a fait saigner plusieurs de ceux qu'elle avoit le plus maltraités. On m'a assuré qu'au moment de l'approche de l'orage, des vaches effrayées et troublées, couroient avec la rapidité d'un cheval. Des pigeons qui, à cause du bruit épouvantable causé par la grêle et le vent, sur le colombier, en étoient sortis, ont été tués, ainsi que beaucoup de lièvres, de perdrix, et de faisans. Un taureau, vigoureux, qui s'étoit trouvé dans la prairie, tomba malade aussitôt, et mourut le lendemain, enflé comme un ballon, ayant du sang épanché dans le corps. Il y a lieu de croire qu'il avoit été frappé du tonnerre.

Si l'on fait des informations sur la marche et les effets de l'orage du 13, on voit que celui qui a dévasté Andonville, n'est pas le même que celui qu'on a éprouvé à Rambouillet, qui en est à dix lieues. Le vent n'a pas été aussi violent qu'à Rambouillet, puisqu'aucun arbre n'a été sensiblement maltraité. Il paroît qu'on pourroit partager en deux bandes les pays de la Beauce, qui ont, ce jour là, éprouvé l'orage; au milieu desquelles une autre bande en a été préservée. Andonville étoit de celle où l'orage n'étoit pas accompagné d'un vent si fort, ainsi que Toury, Artenay, etc. Dans la bande où est compris Rambouillet ; sont au sud-ouest, Gallardon, dont l'église a été renversée ; Sourd, encore plus maltraité ; une partie du pays Chartrain ; Bonneval, etc., où le vent a été impétueux ; et au nord-est, le Perrey, Souchamp, Cognières, Marly, etc. Enfin, dans la bande favorisée se trouvent Arpajon, Dourdan, Oisonville. Ouarville, etc. Les nouvelles qu'on reçoit apprennent que la Tourraine et la Picardie ont été exposées aux mêmes ravages.

A l'époque où la grêle a tombée, les seigles étoient mûrs, les fromens approchoient de leur maturité. Les avoines et les orges étoient encore vertes. Les seigles et les fromens se sont égrainés, de manière que les champs sont couverts de ces grains, qui germent. Il y a des pièces de terre où il en reste encore une bonne partie aux épics ; c'est un avantage de les recueillir avec les précautions ordinaires, lorsque les épics n'en contiennent presque pas ; il suffit de ramasser la paille avec des rateaux, ce moyen étant peu dispendieux ; ou de la couper avec une faux nue et sans crochets, comme celle qui sert pour le foin et la vesce. Les orges et les avoines ont plus souffert, parce que toute leur tête a été coupée : 20 gerbes de seigle, qui, année commune, auroient rendu 9 boisseaux de Paris, ne m'ont donné que 3 boisseaux ; de 28 gerbes de froment je n'ai retiré que

3 boisseaux et un tiers de boisseau, ce qui auroit donné, année commune, 10 boisseaux et demi.

Les avoines auxquelles il reste des grappes ou pandeules, ayant été en leurs tiges frappées de grêle, rouilleront et ne fourniront que du grain léger sans farine. J'ai cru devoir faire enterrer à la charrue un champ d'orge, dont les tiges avant l'orage avoient 3 pieds et demi de hauteur, et qui a été tellement détruit, qu'on n'en pouvoit rien retirer, dans l'espérance que les débris serviroient d'engrais.

Il faut observer que les champs des expériences que je fais à Rambouillet, ont été les moins maltraités du pays, parce qu'ils étoient protégés par des bois.

Il ne seroit pas impossible de calculer la perte que la France vient de faire par ce terrible orage ; il s'agiroit de connoître toutes les paroisses grêlées et leur étendue ; les unes le sont au quart, d'autres à moitié, d'autres en totalité. D'après la connoissance de leur produit ordinaire, et des espérances qu'elles donnoient pour cette année, on les supposeroit toutes l'une dans l'autre grêlées, ou au tiers, ou à moitié ; la valeur des denrées est aisée à apprécier. On ajouteroit à ce manque de produit pour l'année, celui qui aura lieu l'année prochaine dans une partie des fermes, dont les fermiers n'étant pas secourus ne sémeront pas ; cette perte sera d'un douzième ou d'un huitième. Je ne parle pas des pays vignobles, qui ne récolteront rien pendant trois ans, parce qu'il faut couper au pied la vigne frappée de grêle.

Le roi va donner les ordres les plus précis pour la destruction des lapins dans ses capitaineries, dans la crainte que ces animaux ne nuisent aux cultivateurs, et sur-tout ne mangent les bourgeons des vignes qu'on coupera au pied.

Les cultivateurs de grains peuvent être rangés en trois classes : la première est composée des fermiers aisés, de ceux qui, ayant eu le bonheur de tenir leurs terres de

propriétaires raisonnables, n'ont jamais payé des fermages trop forts. La seconde, des fermiers qui commencent, ou qui n'ayant jamais eu d'avances, n'ont récolté que pour vivre ; et des métayers, qui partagent par moitié avec les propriétaires ou les fermiers-généraux des terres. La troisième, des particuliers possesseurs de quelques champs, qu'ils labourent à la bèche ou font labourer par les fermiers.

Ceux de la première classe sont en état de continuer leurs travaux, avec la remise des fermages et des impositions, et quelques emprunts s'ils en ont besoin. Il n'en est pas de même de ceux de la deuxième classe, dont tout l'avoir étoit dans leur récolte. Il faut qu'ils se nourrissent, qu'ils payent et nourrissent leurs domestiques, qu'ils entretiennent leurs bestiaux, et se procurent des semences. Ceux de la troisième classe sont encore plus à plaindre, s'ils ont des labours anciens et nouveaux à payer. Un mal qui résultera de l'état des cultivateurs, c'est qu'ils n'employeront plus de journaliers, d'autant plus à plaindre, que le froment, la principale denrée, augmentera nécessairement.

Pour remédier à une partie de ces maux, le plus instant est de labourer les terres les plus maltraitées, et sur-tout celles qui ont porté de l'avoine, et de les ensemencer en raves ou rabioules, en moutarde jaune, en vesces, en spergule, en choux, en navets, ou en chicorée sauvage. Plusieurs fermiers, qui ont senti l'importance de ces cultures, ont déja semé de ces plantes, dont les unes fourniront des feuilles cet automne, les autres après l'hiver, et d'autres des racines en hiver, pour les vaches et les bêtes à laine.

On a conseillé de herser la terre parsemée de bled, dans l'espérance qu'il leveroit et pourroit donner une seconde récolte avec peu de frais ; mais je crois qu'il ne faut pas s'en flatter, et qu'on ne doit l'attendre tout au plus que dans les meilleurs terres ; encore un hersage

ne suffit-il pas pour favoriser la végétation d'une plante, la même que celle que la terre vient de produire. Le bled levera bien sans doute, car je viens d'en semer qui lève; mais il faudroit l'enterrer à la charrue, et couvrir les champs de fumier en hiver, comme je me propose de le faire.

L'intérêt des propriétaires des terres, est d'encourager leurs fermiers, et de les aider en tout ce qu'ils pourront. Le premier soin est de leur procurer des semences. Les fromens de l'année dernière sont bons, s'ils ont été bien gouvernés; j'en ai semé de plus de trois ans, qui ont bien réussi. Il en est de même des autres grains qu'il faudra semer au printemps. On doit donner, ou faire des avances aux cultivateurs de la deuxième classe; les particuliers possesseurs de quelques champs, auxquels on procurera des semences et d'autres secours, n'hésiteront pas à faire ensemencer leurs terres; des travaux de charité multipliés offriront une ressource aux journaliers, qui n'auront pas d'ouvrage chez les fermiers.

Quoique ces dernières idées puissent être regardées comme étrangères à l'Académie, j'ai cru devoir les consigner dans ce Mémoire, parce qu'elles ont été communiquées, dès les premiers instans, à toutes les personnes qui m'ont fait l'honneur de me consulter.

L'Académie, après avoir entendu ce Mémoire, a nommé des commissaires pour prendre des renseignemens sur les effets de cette grêle, en suivre la marche dans tous ses détails et lui en rendre compte.

OBSERVATIONS
DES ÉCLIPSES
DE SATELLITES DE JUPITER,
FAITES A PERINALDO,

PAR M. J. PH. MARALDI,

ET COMMUNIQUÉES A M. DE CASSINI.

Le grand âge de notre confrère, M. Maraldi, et sa santé chancelante ne lui permettant plus, quelque temps avant sa mort, de continuer les observations de satellites de Jupiter, auxquels il s'étoit entièrement livré pendant une longue suite d'années; M. Jacques-Philippe Maraldi, son neveu, s'est fait un devoir et un plaisir de le suppléer, tant pour complaire à un oncle respectable et se montrer digne de porter un nom cher à l'astronomie, que pour se rendre agréable et utile à l'Académie des Sciences, à qui il se propose de présenter ce tribut annuel, si elle daigne toujours l'accueillir favorablement.

J'ai déjà présenté l'année dernière plusieurs observations de M. Maraldi. En voici une nouvelle suite qui comprend toutes les éclipses des satellites de Jupiter qui ont pu être observées à Perinaldo, depuis le 3 septembre 1788, jusqu'au 10 de mai 1789. L'Académie les recevra sans doute avec un intérêt qu'augmente la perte qu'elle a faite de son illustre

membre, dont elle verra avec plaisir revivre le zèle et les talens dans la personne de son neveu.

		[illegible]	
[illegible]	2	[illegible]^{h}26′56″	Imm. du IVe. Beau, les bandes sont bien distinctes.
Oct.	7	13.37.31	Imm. du II^{d}. On voit fort bien les bandes.
	29	18. 4.45	Imm. du IIIe. Beau, on distingue très-bien les bandes.
Nov.	22	18.22.42	Imm. du II^{d}. *Idem.*
	27	9.53.44	Imm. du IIIe. Ciel chargé de vapeurs, bandes mal terminées.
		13.17.19	Emers. *Idem.*
D[illegible]	10	[illegible] 3	Imm. du II^{d}. Beau, les bandes très-distinctes.
	11	17.43.26	Imm. du IIIe. Ciel chargé de vapeurs, les bandes assez distinctes.
	12	14.39.29	Imm. du I^{r}. *Idem.*
	30	7.14.54,5	Imm. du I^{r}. Beau, les bandes sont distinctes.
1789. Janv.	22	6.57. 1	Emers. du II^{d}. Beau, les bandes bien terminées.
		9.31. 2	Emers. du I^{r}. *Idem.*
Févr.	5	12. 9.35,5	Emers. du II^{d} *Idem.* Mais le vent agite la lunette.
		13.16.51,5	Emers. du I^{r}. *Idem.*
	12	14.46.44,5	Emers. du II^{d}. Les bandes mal terminées, grand vent qui agite la lunette.
		15.11.35	Emers. du I^{r}. *Idem.*
	14	8.39.36,5	Emers. du IIIe. Très-beau, les bandes très distinctes.
		9.39.55,5	Emers. du I^{r}. *Idem.*
Mars	9	12. 2.14	Emers. du II^{d}. Beau, les bandes bien terminées.
Avr.	5	9.21.25	Immers. du IIIe. *Idem.*
	8	8.31. 1	Immers. du IVe. *Idem.*
Mai	10	8.56.50	Emers. du I^{r}. *Idem.*

Toutes ces observations ont été faites avec une lunette acromatique de 3 pieds, la même dont s'est toujours servi M. Maraldi l'oncle, depuis son établissement à Perinaldo.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS
DES ETOILES,
FAITES A L'ÉCOLE MILITAIRE EN 1784.

PAR M. LE PAUTE D'AGELET.

AVERTISSEMENT
DE M. DE LALANDE.

LORSQUE j'ai publié, dans les Mémoires de 1785, quelques observations de M. d'Agelet, sur les planètes, j'ai annoncé qu'il y avoit beaucoup d'observations d'étoiles; j'espérois alors qu'il les publieroit lui même; mais puisque dans trois ans (1) on n'a point de nouvelles des vaisseaux avec lesquels M. de la Perouse et M. d'Agelet faisoient le tour du monde, l'Académie a cru devoir commencer à publier les observations d'étoiles qui peuvent être utiles aux astronomes, et l'on trouvera ici environ 1000 observations de 1784. Le mural de sept pieds et demi avec lequel ces observations ont été faites, marquoit 1′ 45″ de trop, quand le fil à plomb étoit exactement sur le point; quand j'ai trouvé sur le re-

(1) Les dernières lettres étoient du mois de mars 1788; elles sont arrivées le 16 juin 1789. M. d'Entrecasteaux est parti le 28 septembre 1791, avec les gabarres la *Recherche* et l'*Espérance*, pour tâcher d'avoir des nouvelles de ces malheureux voyageurs.

gistre la quantité dont le fil s'éloignoit du point, j'en ai fait mention, et alors, il y a quelques secondes à ajouter ou à ôter, indépendamment de la soustraction de 1′ 45″. Lorsqu'il n'y a rien de marqué, j'ignore si le fil avoit été remis sur le point; mais on le reconnoîtra quand on fera le calcul par les étoiles dont les déclinaisons sont bien connues, comme celles que j'ai publiées dans la connoissance des temps de 1793, ou par les étoiles qui seront déterminées par les observations des jours où la correction est marquée. Ainsi, le 2 octobre, où il y a beaucoup d'étoiles, je trouve par les hauteurs de la chèvre et de α Persée, dont j'ai les déclinaisons exactes, qu'il y avoit 8″ à ôter, ensorte que l'erreur devoit être 1′ 53″ ce jour-là, au lieu de 1′ 45″.

Pour avoir les ascensions droites de ces étoiles, il faut les comparer avec celles qui sont connues et qui en diffèrent peu en déclinaison; pour cela, il faut tenir compte du changement qu'il y a d'un degré à l'autre dans le plan de l'instrument: voici le résultat de quelques hauteurs correspondantes, prises en 1784: on en a vu une table pour 1783, dans les *Mémoires de* 1785, *pag.* 268.

D.	M.	S.	
2[illegible]	1[illegible]	—	[illegible]
2[illegible]	[illegible]7	—	2,[illegible]
[illegible]6	8	—	2,[illegible]
4[illegible]	10	—	1,8
47	1[illegible]	—	1,8
52	[illegible]0	—	0,[illegible]
5[illegible]	45	+	[illegible],8
[illegible]	0	+	[illegible]
[illegible]	[illegible]	+	[illegible]

Au reste, les étoiles dont les ascensions droites sont bien connues, fourniront un moyen d'avoir encore mieux ces différences dans le plan du mural. On en trouve plusieurs de M. de Lambre, dans la connoissance des temps de 1793, où il a donné les corrections d'une partie du catalogue de la Caille, d'après ses nouvelles observations; j'espère en publier aussi beaucoup d'autres.

Il est encore nécessaire de tenir compte de la marche de la pendule, dans le cours des observations d'une même nuit, par exemple, le 22 Mars, elle retardoit de 2″ 4 par jour, sur la révolution des étoiles; le 11 juin, 3″ 6; du 21 juin

au 14 juillet, 3″ 5; le 7 septembre, 3″ 4; le 5 octobre, 2″ 6. On trouvera facilement la valeur exacte de ce retardement diurne, en comparant les passages d'une même étoile, à des jours différens.

La pendule marquoit aussi environ $2^h\ 51'$ de trop, relativement au premier mobile. J'aurois pu les retrancher de tous les passages; mais j'ai préféré de donner les temps tels qu'ils sont marqués dans le journal de M. d'Agelet; depuis le 11 juin jusqu'au 6 septembre, elle marquoit $6^h\ \frac{3}{4}$ de trop, et depuis le 7 septembre 45′ seulement, parce que quand la pendule avoit été arrêtée, ou par absence, ou par maladie, ou par des occupations forcées de M. d'Agelet, à l'Ecole militaire, il la remettoit en mouvement sans toucher aux aiguilles, pour éviter le petit dérangement que cela auroit pu causer; au reste, il importe peu quelle heure elle marque, pourvu qu'on connoisse la différence. J'ai eu soin de marquer dans la troisième colonne, les ascensions droites des principales étoiles et quelquefois du centre du soleil, seulement en minutes, pour avertir ceux qui pourront en faire usage; c'est par un calcul rigoureux qu'il faudra chercher les secondes; mais les calculs peuvent se faire par-tout et en tout temps, il est rare de trouver des observateurs tels que M. d'Agelet, avec des instrumens comme les siens. Ce sont donc les observations qu'il importoit de publier.

La plupart des étoiles où il n'y a point de nom ni de grandeur marquée, sont des étoiles du catalogue de Flamsteed, mais on les reconnoîtra facilement quand on voudra faire usage de ces observations.

Depuis le mois de février 1783, jusqu'au mois d'avril 1785, je vois que M. d'Agelet avoit parcouru tout le tour du ciel, en ascension droite, entre le zenit et le tropique du Capricorne, quelquefois même au-dessous. J'espère publier les autres observations successivement, à compter même du 23 août 1778; Dans le volume de 1790, je mettrai les observations faites depuis le 6 octobre 1784 jusqu'au 29 avril 1785,

où M. d'Agelet termina ses observations pour se préparer à son voyage autour du monde. On le voyoit à regret abandonner un travail aussi utile, mais le Roi, l'Académie, le ministre, M. de la Perouse parroissoient lui en faire une loi : l'avantage que l'on promettoit à son père, en intéressant son cœur, acheva de le forcer à se détacher de tout ce qui l'intéressoit, c'est-à-dire, sa famille, l'Académie et son observatoire, comme je l'ai dit dans le *Journal des Savans*, novembre 1791. Le travail que j'ai entrepris sur les étoiles boréales, et dont on a vu le commencement dans ce volume, étoit destiné à servir de continuation à celui de M. d'Agelet, pour le côté du nord ; et je publierai ces observations ensemble successivement ; par ce moyen, l'on aura peu-à-peu les étoiles du nord et celles du midi, tout à la fois. Ce recueil important est ce qui manquoit le plus à l'astronomie. Nous éprouvions sur-tout, à l'apparition des comètes, l'inconvénient de n'avoir pas un dénombrement des étoiles avec des positions exactes. La bonté de l'instrument que M. d'Agelet y employoit, et le zèle qu'il y mettoit, nous a procuré de quoi y suppléer pour l'avenir, en augmentant nos regrets sur la perte de cet utile astronome.

Je finirai en annonçant que M. Millet de Mureau, adjudant-général des armées, est occupé à nous procurer la publication des mémoires envoyés successivement par M. de la Perouse; on y verra le résultat du grand nombre d'observations faites pour les longitudes par M. d'Agelet, avec une notice de ses travaux astronomiques, plus détaillée que celle que l'on trouve dans le *Journal des Savans*.

OBSERVATIONS DES ÉTOILES, FAITES EN 1784,

PAR M. D'AGELET.

NOMS des CONSTELLATIONS.	GRANDEUR.	Ascension droite à-peu-prés	PASSAGES DES ÉTOILES. Premier fil.	Milieu.	Troisiéme fil.	DISTANCES au zenit.	DIVISION en 96.	RÉDUCTION.
22 mars 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
Th. + 2°.								
Bar. 28 p. o l.								
Soleil, 1 bord.		0 9	2 59 10	59 32,5	59 55	47 35 27	50 12 3 + 5	47 35 25,8
2 bord.			1 19	1 42	2 5,5			
γ Gémeaux.		6 25	9	16 38,5	17 4	32 18 6		
Sirius.	1	6 35	9 26 33,5	26 57,5	27 22	65 16 47	96 10 1 + 6	65 16 43,6
						35 13 20		
			9 32 42	33 14,5	33 47,3	3 31 23	3 12 20 — 1	
	7		9 36 26,5	36 52,3	37 18	22 31 32	24 0 7 0	22 31 32,3
	7		9 37 5,5	37 31	38 57,3	22 40 52	24 3 1 + 7	22 40 53
α Gémeaux.	7		9	40 39	41 4,5	24 21 57	25 15 13 + 7	24 21 57,4
ζ Gémeaux.		6 51	9	42 41,7	43 7	28 0 2	29 13 14 — 4	27 59 57,8
			7 47 41,5	48 11	48 41	9 13 17	9 13 6 + 1½	9 13 17,3
			9	50 42	51 8	24 23 57	26 0 6 + 6½	24 23 55,1
	6		9 53 24,3	53 50,5	54 17	20 37 0	21 15 14 — 6	20 36 57,6
			9 56 41	57 5,3	57 29,3	31 57 18	34 1 6 — 4	31 57 16,6
δ Gémeaux.		7 7	9		59 2	26 0 25	28 4 6 + 1½	26 30 22,9
	6		10 4 0,5	4 23,5	4 48	36 47 24	39 3 14 0	36 47 22,4
	5. 6		10 7 19	7 45	8 11,5	20 51 38	21 14 7 + 6	20 52 6,4
Procyon.		7 27	10	19 23,5	19 46,2	43 6 1	45 15 9 + 1½	43 5 57,7
β Gémeaux.		7 32	10 23 2,5	23 28,5	23 54,5	20 20 28	21 11 2 + 5½	20 20 26,7
			10 31 29,5	31 52,3	32 15,3	46 33 30	49 10 9 + 6½	46 33 29,0
	6		10	34 27	34 52,5	28 25 48	30 5 3 + 5	28 25 49,2
			10		36 32	32 30 58	34 10 15 — 5	32 30 [illegible]
			10	38 31	38 54	46 4 34	49 2 5 + 7	46 4 29,8
	7		10 42 4,5	42 29,5		26 12 34		
	7		10	44 54	45 19,5	25 38 1	27 5 8 — 7	25 37 58,2
	6		10	46		26 40 32		
			10	48 2,3	46 26,3	34 36 46	36 14 11 + 3	34 36 41,1
	8		10	50 57	51 21	31 42 10	33 13 0 + 5	31 42 2,2
	7		10 51 43	52 7,3	52 31,3	31 43 15		
	7 8		10	55 14,5	55 43	12 29 45	13 5 4 + 4	12 29 46,4
	6		10	59 9	59 33,5	27 27 18	29 4 9 — 3	27 27 14,4
	7		11 1 59	2 23,5	2 48,5	29 51 29	31 13 9 + 1	29 51 26,8
			11 4 40,3	5 6	5 32,5	21 14 46	22 10 10 — 5	21 14 46,2

25 mars 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES, etc.	D. M. S.
Th. + 4°.								
Bar. 27. p. 10 l.						47 44 2		
[illegible] 1 bord.			3 2 45,5	3 [illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible] 5 8 − 1	47 11 4[illegible] 2
2. bord.			3		5 [illegible]			
α du Taureau.		4 23	7	15		32 48 31.	34 15 14 0	32 48 18,6
Chevre.		5 0	7				3 7 8	
Rigel.		5 4	7 55 4,5	55 27,3		57 19 17	61 2 4 + 6	57 19 9,6
β du Taureau.		5 12	8 3 34,5	4 0,3		20 27 55	21 13 5 − 5	20 27 58,1
γ Orion.		5 13	8 5		5 17,5	42 43 33	45 9 3 + 3	42 43 36,0
ζ Orion.		5 29	8 20 47,5	21 10,3	21 35	50 55 54	54 5 4 − 4	50 55 53,4
κ Orion		5 37	8			58 36 50		
β Cocher.		5 43	8 34 31,5	35 3	35 35,5	3 58 19	4 3 13 − 5	3 58 19,2
γ Gemeaux.		6 25	9 16 12,5	16 36,5	17 0,5	32 18 9	34 7 4 − 8	32 17 51,3
			9			4 9 58		
ι Gémeaux		6 30	9 21 35,5	22 0,5	22 26	23 32 41	25 1 13 + 6½	[illegible]
			9 24 8,7	24 32,5	24 56	35 45 24	38 2 4 − 4	[illegible]
Sirius.		6 35	9 26 30,5	26 54,5	27 18,5	65 17 48	69 10 2 − 5	[illegible]
			9 32 39,7	33 11,5	33 44,2	3 31 21	3 12 2 + 1	[illegible]
			9 24	50	16,5	22 31 31	24 0 7 0	[illegible]
			9			22 40 53	24 3 1 + 6	[illegible]
			9		39 37	32 30 19	34 10 13 − 6	[illegible]
			9	45 40	41 5	25 55 37	27 10 8 − 4	[illegible]
			9 47 39,5	48 8,7	48 38,7	9 13 20	9 13 6 + 6½	[illegible]
	7 8		9	50 53	51 9,5	22 16 48	24 4 12 + 8	[illegible]
	7 8		9		53 16	23 37 46	25 3 4 + 2	[illegible]
	7		9		55 27	21 48 38	23 4 4 − 2	[illegible]
			9 58 28,5	58 57	59 26,3	11 43 35	12 8 2 + 6	[illegible]
			10 3 13,5	3 39,3	4 5,3	20 39 46	22 0 10 + 4	[illegible]
ε Grand chien.		7 15	10	6 47	7 13,5	77 42 12	82 14 2 − 3	[illegible]
α Gémeaux.		7 20	10 11 41,5	12 8,5	12 35,7	16 31 44	17 10 1 + 6	[illegible]
Procyon.		7 27	10 18 57	19 20	19 43,5	43 6 4	45 15 9 + 4	[illegible] 1,7
Vendredi 26 mars.								
γ Gémeaux.		6 25	9 16 5,5	16 29	16 52,5	32 18 7	34 7 4 + 5	32 18 [illegible]
ι Gemeaux.		6 30	9 21 27,5	21 52,5	22 18	23 32 41	25 1 13 + 4	[illegible]
			9 24 2	24 25,5	24 49,3	35 45 23	38 2 4 − 5	[illegible]
Sirius.		6 35	9	26 47,7	27 12,5	65 16 50	69 10 2 − 1	[illegible]
	6		9 38 42,5	39 6,5	39 30,5	32 30 30	34 10 13 − 4	[illegible]
ε Grand chien.		6 50	9			77 30 12	82 10 11 + 4½	[illegible]
			9 46 50,5	47 14,5	47 38,5	32 36 35	34 12 8 + 7½	[illegible]
	7		9 50 21,5	50 46,5	51 12,3	22 46 47	24 4 12 + 6	[illegible]
			9		53 8,7	23 37 43	25 3 4 0	[illegible]
	7		9	55 36	56 0,5	32 21 31	34 8 4 − 1	[illegible]
			9 58 21,5	58 50,5	59 19	11 43 34	12 8 2 − 1	[illegible]
	6		10 1 19		2 10	25 31 38	27 3 10 + 6	[illegible]
			10 5 3	6 27,5	5 52,3	28 11 55	30 1 4 − 3	[illegible]
α Gémeaux.		7 20	10 11 35,3	12 1,7	12 20,5	16 31 45	17 10 1 + 6	[illegible]
			10	13 9,5	13 32,5	45 2 19	48 0 10 + 6	[illegible]
	7		10 16 58	17 22,5	17 48	24 10 35	25 12 9 + 6½	[illegible]
Procyon.		7 27				43 6 1	45 15 9 + 2	[illegible]
Th. + 7°.								
Bar. 27 p. 7 l.								
Mardi 25 mai.								
Soleil. 2 bord.			7 0 39	1 3,5	1 28	27 34 19	29 5 2 + 1	[illegible]
ζ Vierge.		13 23	16		12 28	48 21 5	51 9 3 + 2	[illegible]
	7		16	20 11		1 30 7	1 9 10 + 2	[illegible]

Mar. 25 mai 1784		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	[illegible]	D. M. S.
			16 25 12	25 36	26 0	30 20 4	32 5 11 + 5	30 2[illegible] 4,7
η Grande ourse.		13 25	16			88 2[illegible] 10	94 6 2 + 6	88 2[illegible] 8,0
			16	31 29	31 54	2[illegible] 52 12	31 13 13 − 5	2[illegible] 52 13,6
θ Épaule cent.		13 39	16		42 56	84 3 0	89 10 7 − 4½	84 2 56,7
Arcturus.		14 5	16 54 0,5	54 25	54 49,5	28 33 37	30 7 7 − 4	28 33 34,8
Vendredi 4 juin.								
Th. 20°.								
Bar. 28 p. 3 l. ¾.								
Soleil 1 bord.			7 38 28,5	[illegible]	[illegible] 18	2[illegible] 7 2[illegible]	27 12 12 − 5	
2 bord.			7	[illegible]	[illegible]			
Samedi 5 juin.								
Th. 19°. ½.								
Bar. 28 p. 2 l.								
Soleil 1 bord.			7 42 31	42 55,3	43 20,5	26 28 40	28 3 14 + 2	26 28 39,4
2 bord.			7			25 56 5[illegible]	27 10 14 − 3	25 56 55,9
Chèvre.		5 0	7 48 3,3	48 35,5		[illegible]	[illegible] 5 + 7	[illegible]
Rigel.		5 4	7	51 55,5	52 19,5	57 19 11	61 2 4 0	57 19 9,6
	7		16 52 24,5	52 48,5		27 57 35	29 13 3 − 6	27 57 30,7
Arcturus.		14 5				28 33 36	30 7 7 − 2	28 33 36,8
	7 8		16		59 2,5	49 51 33	53 2 15 − 2	49 51 32,6
			17	2 15	2 42	20 28 33	21 13 7 + 5	20 28 34,5
	7		17	6 57	7 22,5	22 2 10	23 8 1 + 4	22 2 9,7
	6		17 52 16	52 38,5	53 2	47 41 7	50 13 13 + 1	47 41 4,6
			17 55 44	56 7,3	56 30,5	46 16 24	49 5 12 − 4	46 16 23,9
			18 0 2	0 25	0 48,3	49 6 24	52 6 1 + 3	49 6 21,8
			18 5 11	5 33,5	5 56,3	46 15 48	49 5 9 − 3	46 15 45,3
			18 9 17	9 39,5	10 3	49 18 26	52 9 8 + 1½	49 18 24,9
			18		12 30	16 46 5[illegible]	17 14 6 + 3½	16 46 5[illegible],2
			18	19 28	20 11,3	28 29 58	30 6 6 0	28 29 54,7
			18	21 30,7	21 56,5	21 55 13	23 5 9 − 4	21 55 14,3
			18 26 50	27 13	27 36,5	46 0 0	49 1 1 − 4	45 59 55,1
α Couronne.			18 30 28,5	30 56,3	31 25,3	12 32 34	13 6 1 + 2	12 32 2[illegible],8
			18 34 45	35 16,5	35 48,5	5 6 24	5 7 2 + 7	5 6 24,9
α Serpent.			18 40 26	40 50,5	41 16,3	25 27 42	27 2 9 − 5	25 27 40,5
			18		45 35	[illegible]		
			18	45 41	46 4,5	[illegible]		
	7		18 50 21	[illegible]		[illegible]		
			18		51 30	34 45 24	37 1 3 − 2	34 45 23,5
	7		18	53 42	54 6	[illegible]		
	7		18	[illegible]		2[illegible] 12 1[illegible]		
γ Hercule.		16 12	19	0 15,5	0 40	29 12 9	31 2 6 + 5½	29 12 11,0
			19 6 10,5	6 34	6 58	64 58 37	69 4 15 − 3	64 58 32,5
	7		19	9 48	10 11	42 52 25	45 11 1 + 5½	[illegible]
	7		19	18 40,5	19 4	43 33 54	46 7 8 + 5½	[illegible]
Mardi 8 juin.								
Th. 16°.								
Bar 28 p. 4 l.								
Ajoutez 7″. ½.								
Chèvre.		5 0	7 47 50,5		48 56	3 7 14	3 5 4 + 5	[illegible]
Soleil 1 bord.			7 54 40,5			25 39 57	27 6 0 + 5	[illegible]
	7		52 12,5			[illegible]		
Arcturus.		14 5	16	53 28,3	53 33	28 33 36	30 7 7 − 3	[illegible]
θ Bouvier.			17 3 40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ρ Bouvier.			17 9 42	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
			17	18 1[illegible]		[illegible]		

Mer. 16 juin. 1784.			H.	M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES SEC.	D. M. S.
On a touché à la pendule.										
Th. 18°										
Bar. 28 p. 4 l.										
Chèvre.			5	0	7 47 11,5	47 44	48 17	3 7 12	3 5 4 — 1	3 7 11,4
Rigel.			5	4	7			57 19 10	à 2" près.	
Soleil 1 bord.					8 27 12,5	27 37,3	28 2	2[illegible] 44 0	27 7 3 — 2	25 43 59,1
[illegible]					8		[illegible] 21	[illegible] 2 18	[illegible] — 4	25 12 18,7
Sirius.			6	35	[illegible] 8	22 31,6	22 55,3	[illegible] 21	[illegible] + 7	65 16 44,6
Regulus.			9	[illegible]	12 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + 5½	35 51 12,4
α Grande Ourse.					[illegible]	[illegible]	26 [illegible]	8[illegible]	[illegible] 2 + 4	88 29 6,0
α Bouvier.					16 51 0	51 24	51 [illegible]	[illegible] 12	[illegible] 5 8 + 5½	[illegible] 10 2
ϑ Épaule centaure.			13	49	16			84 3 11	89 10 7 + 7	84 3 3,7
Arcturus.			14	5	16 52 24,5	52 48,5	53 13,5	28 33 35	30 7 7 — 7	28 33 32,8
					17	6 5,5	6 31,5	22 2 52	23 8 4 + 8	22 2 53,2
	5	6			17		13 46	24 40 34	26 5 2 + 2	24 40 33,1
	7	8			17 17 33,5		18 27	17 29 39	18 10 9 0	17 29 38,0
ε Bouvier.			14	35	17 22 6,5	22 32,5	22 58,5	20 52 57	22 4 6 + 6½	20 52 58,9
	6	7			17	25 48	26 13,5	23 36 15	25 2 13 + 4	23 36 12,3
					17	27		[illegible] 24		
	8	9			17 29 59	30 25	30 51,5	20 29 6	21 13 10 — 4	20 29 5,0
		7			17		[illegible]	17 55 39	19 1 15 + 5	17 55 38,7
	7	8			17 [illegible]	[illegible] 11	[illegible]	23 19 33	24 14 2 — 5	23 19 34,5
								[illegible] 10 11		
	7	6			17	38		8 [illegible]		
					17 41 5	41 30,5	41 56	20 56 28	22 5 6 0	20 56 23,8
ψ Bouvier.					17 41 44	42 10,5		21 4 56		
		8			17	45 [illegible]	46 16,5	19 31 12	20 13 2 + 2	19 31 10,6
Il faut ajouter		7			17 48 25	48 52,5	49 20,3	14 58 18	15 15 8 + 3½	14 58 17,5
13", à cause de la	[illegible]	7			17 [illegible]	[illegible]	[illegible]	18 [illegible]	20 2 10 — 5	18 [illegible]
situation du fil		8			17 55 38	56 5	56 32	17 14 27	18 6 4 — 1	17 14 27,4
		7			17	58 46	59 12	23 7 43	24 10 12 — 2	23 7 [illegible]5,6
Lundi 21 juin matin.										
Th. 13° [illegible].										
Bar. 28 p. 0 l. ½										
β Persée.			2	54	9 40 22,5	40 52		8 45 57	9 5 10 — 4	8 45 57,5
α Persée.			3	9	2 55 15	55 40	56 16	89 48 14	95 12 10 + 7	89 48 15,1
Aldebaran.			4	23	11 9 50,5	10 14,5	10 38,7	32 48 32	34 15 15 — 1	32 48 30,8
Vénus.					11 51 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	28 [illegible] + 1½	26 25 7,4
Soleil 1 bord.			6	3	12 47 42,2	48 [illegible]	[illegible]	25 40 [illegible]	[illegible] 1 + 6	25 40 9,8
2 bord.						50 25	[illegible]	25 8 27	26 13 1 + 3	25 8 28,4
Il faut ajouter 9" aux dist. au zén.										
Mardi 22 juin.										
	[illegible]				2[illegible]		17 [illegible]	[illegible]	[illegible] + 7	[illegible]
Étoile double.		[illegible]			[illegible]	17 [illegible]	[illegible] 31	11 [illegible]	[illegible] + 5	11 [illegible]
Le pendule retarde de 3" 5		[illegible]			[illegible] 2	[illegible]	[illegible]	21 [illegible]	[illegible] 8 [illegible]	21 [illegible] 11,2
par jour.	[illegible]				21	12 52	2[illegible]	[illegible]	[illegible] + 5	[illegible]
Dimanche matin 4 juillet.										
Th. 15°										
Bar. 28 p. 3 l.										
Ajoutez 7" ½.										
Aldebaran.			4	[illegible]	11 [illegible]	[illegible]	10 [illegible]	[illegible]	[illegible] — [illegible]	[illegible]
Chèvre.			[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Rigel.			[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Vénus.					[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Merc. 14 juil. mat.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	[illegible]	D. M. S.
Th 18°.								
Bar. 28 p. 5 l.								
Chèvre.		5 0	11			[illegible] 7 24		
Rigel.		5 4	11 49 [illegible]	[illegible]	49 49	[illegible] 19 10	61 2 [illegible]	[illegible]
Vénus.			[illegible]	[illegible],7	53 [illegible]	[illegible] 48 18	[illegible] 8 [illegible]	[illegible]
Soleil 1 bord.			[illegible] 21 [illegible]	[illegible]	21 [illegible]	[illegible] 1 26	28 13 3 + 5	[illegible]
2 bord.			14	[illegible],2	24 [illegible]			
	8		0	58 [illegible]	59 [illegible]	[illegible] 22 18		
Ajoutez 10″ aux dist. zen.	6		1	[illegible]	3 [illegible]	[illegible]	[illegible] 10 [illegible] + 6	[illegible]
	6 7		1	[illegible]	7 [illegible]	[illegible] 4 46	34 3 [illegible] 5	[illegible]
Lyre		18 29	1 14 26	[illegible]	15 [illegible]	[illegible] 17 7	10 15 [illegible] 2	[illegible]
γ du Sagittaire.	6	8 41	1	[illegible] 17	27 [illegible]	[illegible] 45 25	76 8 [illegible] 2	[illegible]
σ		15 51	1 [illegible]	[illegible] 8	37 [illegible]	[illegible] 52 31	75 [illegible] + 6	[illegible]
α Aigle.		19 37	2	29 [illegible]		40 33 13	43 4 [illegible] + 1	[illegible]
Mardi 7 sept.						[illegible] 20 18		
γ Aigle.		19 [illegible]	20 18 2	18 5,5	18 [illegible]	[illegible] 45 56	41 5 [illegible] + [illegible]	[illegible]
α		19 40	20 [illegible] 17	[illegible]	[illegible] 5	40 33 11	43 [illegible] — [illegible]	[illegible]
	7	19 [illegible]	20 7 29	[illegible]	25 [illegible],5	[illegible] 59 41	28 [illegible] + [illegible]	[illegible]
	7	19 [illegible]	20		[illegible]	[illegible] 59 37	27 [illegible] — [illegible]	[illegible]
	6 7	19 48	20	[illegible] 8	[illegible]	[illegible] 27 44	19 [illegible] + 8	[illegible]
	6		20	[illegible]		[illegible] 29		
Renard.		19 57	20		[illegible]	[illegible] 52	27 [illegible] + 1	[illegible]
α¹ du Capricor.			20 47 38	8 1,5		[illegible] 28 0	48 1	
α².			20 [illegible] 1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + 5	[illegible]
β			20			[illegible]	[illegible] + 5	[illegible]
γ Cygne.			20 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + [illegible]	[illegible]
ω¹ Cygne		20 18	21 2 [illegible]	[illegible] 7	[illegible]	0 12 7	0 [illegible] 0	[illegible]
ω² Cygne.		20 [illegible]	21		[illegible]	0 38 37	0 [illegible] — [illegible]	[illegible]
1 Dauphin.		20 [illegible]	21	9 5 [illegible]	10 [illegible]	[illegible] 13 [illegible]	40 [illegible] — [illegible]	[illegible]
	7	20 [illegible]	21 13 43	[illegible]	[illegible] 3	[illegible] 50	4 [illegible]	[illegible]
α Cygne.		20 [illegible]	21	[illegible] 3	[illegible] 0,5	[illegible] 21 33	4 [illegible]	[illegible]
α du Capricor.			21		21 58	[illegible] 31 38	81 [illegible]	[illegible]
	6		21	[illegible] 0		[illegible] 34 15		
	6	20 [illegible]	21	[illegible] 5,5	28 12	[illegible] 37 24	23 [illegible]	[illegible]
ε Cygne.	4	20 [illegible]	21 [illegible]	[illegible] 52,5	[illegible] 2,7	[illegible] 31 47	9 [illegible]	[illegible]
	7 8	20 [illegible]	21 [illegible]	[illegible] 23,5	30 [illegible]	[illegible] 21 50	18 [illegible]	[illegible]
9* du petit cheval.	[illegible]	21 10	21 [illegible]	[illegible] 18	53 [illegible]	[illegible] 24 46	49 [illegible]	[illegible]
β du Verseau		21 20	21 [illegible]	[illegible] 5[illegible],5	2 [illegible]	[illegible] 21 51	59 [illegible]	[illegible]
866 Mayer.	3 4		[illegible]	[illegible]	10 [illegible]	[illegible] 28 4	70 [illegible] + 1	[illegible]
λ Verseau (870).			[illegible]	17 1[illegible],5	17 8[illegible]	[illegible] 11 58	65 4 8 [illegible] 6	[illegible]
μ du Capricor.			[illegible]		24 15	[illegible] 24 11	67 [illegible]	[illegible]
α du Verseau.		21 [illegible]	[illegible]	[illegible] 3,5	37 [illegible]	[illegible] 13 0	53 9 [illegible] 6	[illegible]
θ Pegase.		21 [illegible]	21	[illegible],2	42 [illegible]	[illegible] 42 57	46 [illegible]	[illegible]
Jupiter			[illegible]	[illegible],2	57 [illegible]	61 11 16	65 4 [illegible]	[illegible]
Jeudi 9 sept.								
Th. 20°.								
Bar. 28 p. 5 l.								
Soleil 1 bord.			23 54 17	54 40,5	55 3	43 35 52	46 8 1 + 1	[illegible]
2 bord.			[illegible]		[illegible]			
Vénus.			0	29 [illegible],5	30 8,5	46 4 10	49 2 4 + [illegible]	[illegible]
Mercure.			1 27 6,5	27 30	27 53	5[illegible] 45 20	51 7 9 + [illegible]	[illegible]
γ Ophiucus.		17 47	18 28 5[illegible],5	29 22,7	29 46,5	58 35 12	62 7 1[illegible] — [illegible]	[illegible]
o Ophiucus.						45 54 [illegible]5		
P Ophiucus.			18 36 27,5	36 49,5	37 13	46 17 54	49 6 2 + [illegible]	[illegible]
						[illegible] 19 9	41 15 0 + [illegible]	[illegible]
						[illegible] 19 50		
						[illegible]	29 15 3 — [illegible]	28 [illegible]
A Hercule.		18 3	18	46 3,7	46 31,2	17 30 36	18 10 13 + [illegible]	17 30 [illegible],5
		18 9	18 52 11	52 36	53 1,5	2[illegible] 30 [illegible]		
106 Hercule.			18		53 53,5	2[illegible] 59 16	28 12 9 + 6	26 5[illegible] 16,[illegible]

Jeudi 9 sept. 1784.		H.	M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
							19 6 16		
d Serp. d'Ophi		18	16	18 58 3,5	58 26,5	58 49,5	48 46 48	52 0 8 — 1½	48 46 44,0
60 Serp. Oph.							50 58 12		
61. Serp. Oph.				19	3 4	3 27,5	50 0 8	53 5 6 — 3½	50 0 6,2
	7	18	24	19 6 56	7 20,7	7 46,5	28 53 24	30 7 6 0	28 [illegible] 2,2
	7 8	18	27	19	10 25		10 8 44		
α Lyre.				19 11 25,5	11 54,5	12 24,5	10 16 52	10 15 8 — 5	10 [illegible] 5
Mardi 14 sept.									
Soleil 1 bord.		11	31	13 11 57	12 20	12 43		49 1 13 + 3	[illegible] 10,3
2 bord.				13	14 28,5	14 52,2	45 30 39	48 8 11 + 6	[illegible] 8,[illegible]
Mercure.				13 46 23,5	46 47	47 10,5	58 50 38	62 6 9 + 1	[illegible]
				18		55 [illegible],5	19 6 17	20 6 1 — 5	19 [illegible] 3,8
d Ophiucus.				18 58 45	58 7,7	58 31,2	48 46 46	52 0 8 — 1	[illegible]
P Serp. Oph. 60.	6			19		0 47,2	50 58 16	54 5 14 + 5	50 58 [illegible],3
e Serp. Oph. 61.	6			19	2 46	3 9	50 0 14	53 5 6 — 2	50 0 [illegible],8
	7	18	25	19 6 38,5	7 2,7	7 27,7	28 53 31	30 7 6 + 4	[illegible]
Lyre.		18	17	19 11 7,5	11 36,7		10 16 54	10 15 7 + 7	10 [illegible],3
		19		19		12 46,5	58 5 55	61 15 9 — 5	[illegible] 7,7
110 Hercule.	6 5			19	18 22,5	18 47	28 30 59	30 6 11 — 1	[illegible]
	7			19 21 20	21 43		52 21 16		
	6			19 21 36		22 22	5 24 50	55 14 8 + 7	[illegible] 50,6
γ Lyre.		18	51	19			16 33 32	17 10 9 + 7	[illegible]
θ' Serpentaire.				19 27 5,5	27 28	27 51	44 55 33	47 14 12 — 5	44 [illegible],3
θ' Serpentaire.				19 27 7	27 29,5	27 53	Id.		
2 Antinous		18	48	19		32 18	54 53 6	58 8 11 + 1	54 53 3,5
	5 6			19	38 51	39 15,5	70 11 16	74 13 14 — 2	70 11 14,8
	5 6			19 44 25	44 48	45 11	46 55 13	50 0 12 + 5	46 55 1[illegible],2
1re. étoile de l'oie.				19 48 32	48 56		27 50 52	29 11 4 + 1	27 50 49,0
	7 8	19	21	20	2 46,5	3 11	31 36 40	33 11 8 — 5	31 36 35,8
	6 7	19	25	20 6 9,5	6 33	6 55,5	46 24 40	49 8 1 + 5	46 [illegible] 41,7
	7	19	28	20 9 36	9 59	10 22	45 57 25	49 0 5 + 3½	45 57 23,9
45 Antinous.		19	30	20		11 56	49 58 1	53 4 12 + 4½	49 58 1,0
47 Aigle.				20 14 4		14 49	37 32 5	46 0 9 + 1	37 31 59,7
γ Aigle.							38 45 55		
α Aigle.		19	36	20 21 52,5	22 15,5	22 38,5	40 33 11	43 4 1 + 6½	[illegible] 9
9. Flèche.	7	19	37	20	24 44,5	25 9,5	30 44 18	32 12 10 — 4	30 44 19,1
β Aigle.	4 5			20	26		42 58 58		
Flèche.	6	19	48	20 29 34	29 57,5	30 22	32 38 19	34 13 3 — 3	[illegible] 17,7
6. Renard.				20		32 10,2	26 20 39	28 1 9 + 8	[illegible]
τ 63 Antin.				20 35 12,5	35 35,2	35 58,5	42 10 52	44 15 14 + 5½	[illegible]
15. Renard.				20 39 12,5	40 37	40 2	25 51 58	27 9 7 + 1	[illegible]
65 Antin.	4			20	42 7	42 30,5	50 18 30	53 10 9 + 2	[illegible]
α' Capricorne.				20 47 13,5	47 36	48 0	62 0 40	66 2 5 — 1	62 [illegible],8
α²		20	5	20 [illegible] 30,5	8 0				
α².	6			20 50 13,5	50 37	51 0,5	62 16 25	66 6 13 — 3	62 16 [illegible],0
γ Cygne.				20	56 28,2	56 58	9 17 57	9 14 11 + 6½	[illegible]
				21 1 5	1 33,5	2 3	11 8 1	11 14 0 + 4½	11 8 2,1
44 Cygne.	7			21 4 18,5	4 41,5	5 15	12 59 22	13 8 0 — 3	12 [illegible]
26 Renard.	6 7			21 8 28	8 53	9 18,5	23 43 12	25 4 15 — 4	[illegible]
	6			21 9			23 8 54		
	7	20	32	21 13 33,5	14 6,2		3 57 52	4 3 11 — 3	3 [illegible],8
α Cygne.		20	34	21 15 32	16 4	16 36,5	4 21 30	4 10 6 — 2	[illegible]
	7 8	20	40	21	22 51,5	23 17	22 17 9		
31e. de l'oie.	6 5	20	42	21	24 51,5	25 18,5	22 34 17	24 1 5 + 7	[illegible]
	6	20	46	21 26 55	27 21	27 46,6	21 37 25	23 1 0 + 7½	[illegible]
β Verseau.				22	2 7,5	2 30	53 21 53	54 0 14 + 3	[illegible]
	7 8			22 19 32	19 56,2	20 20,2	62 33 56	66 11 12 + 5	[illegible]
μ Capricorne.				22	23 27	23 51	63 14 18	67 10 1 + 6	[illegible]
ι Verseau.	5			22 36 18,5	36 2	37 6	63 45 11	68 0 1 — 5	[illegible],2
Jupiter.				22 53 9,5	53 32,2	53 56,5	61 28 50	65 9 4 + 1½	[illegible]

Mer. 15 sep. 1784.		H M.	H M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
Th. 18°.								
Bar. 28 p. 2 l. ½.								
Soleil 1 bord.			0	15 52	16 15,2	45 53 51	48 15 5 + 2	45 53 52,0
2 bord.			0	18 0,7	18 24			
Vénus.			0 56 12	56 3,5	56 57,5	49 7 57	52 6 8 + 5	49 7 56,1
e Serp. oph.			19 2 19,5	2 42,5	3 5	50 0 12	53 5 6 + 0	50 0 8,8
	7 6	18 24	19 6 34,5	6 55,5	7 23,5	28 33 30	30 7 6 + 5½	28 33 30,7
	6	18 27	19 9 47	10 10,5	10 33,5	56 49 25	60 9 12 + 7	56 49 23,6
o Aigle.	5	18 29	19 11 56	12 19,5	12 43,2	58 5 54	61 15 9 − 4	58 5 53,7
Aigle.			19 15 28	16 50,5	16 14	47 0 26	50 2 4 + 1	45 0 25,6
110. Hercule.	5		19 17 54,5	18 18,5	18 43,5	28 31 2	30 6 11 + 1½	28 31 1,6
	7	18 39	19 20 46,5	21 11,5	21 36,5	25 35 3	27 4 10 0	25 35 0,6
112. Hercule.	6		19 24 35,2	24 [illegible]	25 24,5	27 41 33	29 8 9 + 8	27 41 29,2
	7	18 46	19 28 4	28 28		31 8 22	33 3 7 + 2	31 8 22
	6		19 28 8	28 31,5	28 55	31 1 15		
ι Antinous.	4 5		19	32 1	32 25	54 53 5	58 8 11 + 3½	54 53 5,5
π Sagittaire.			19	38 46,5	39 12	70 11 19	74 13 14 − 3	70 11 13,8
			19	47 56	48 21	28 0 11	29 13 14 0	28 0 1,8
			19 48 28,5	48 52		27 50 53	29 11 4 + 4½	27 50 52,0
	6		19 54 53	55 18	55 43	71 1 25		
Saturne.			19 5[illegible]	56 59	57 24	71 12 47	75 15 6 − 2	71 12 46,2
35 Antin.	7	19 18	19 59 38	0 1	0 23,2	47 20 18	50 7 14 + 7	47 20 18,1
	8	19 20	20 2 19,5	2 43	3 7	31 50 44	33 11 8 + 1	31 53 41,8
	7	19 24	20	5 29,2	6 52,5	46 24 42	49 8 1 + 6½	46 24 41,7
	7	19 27	20 9 32	9 55	10 18,5	45 57 19	49 0 5 + 2½	45 57 22,9
	7 8		20 15 15	15 38	16 0,5	39 50 58	42 8 1 + 6	39 50 56
α Aigle.			20 21 48	22 11,5	22 35,5	40 33 12	43 4 1 + 6½	40 33 7,9
γ	5	19 49	20	31 5,5	31 30,5	29 57 3	31 15 2 + 7	29 57 2,4
	6	19 52	20	34 32	34 57			
	5		20 34 23	34 48	35 13,5	24 31 30	25 2 9 − 1½	24 31 29,5
	7		20	37		17 15 13		
	6	19 58	20	40 16	40 44,5	13 29 8	14 6 2 + 7½	13 29 9,0
	7 6	20 2	20	44		22 41 36		
	5 6	20 5	20 47 37,5	48 3	48 28,5	23 55 36	25 8 5 + 7	23 55 35,4
La 24. Renard.	6	20 7	20	49 29,2	49 54,5	24 51 9	26 8 2 + 5	24 51 8,9
	6 7	20 10	20 52 8	52 30,2	52 54,5	31 44 32	33 13 12 − 3	31 44 32,4
25. Renard.	6	20 12	20	54 42,5	55 8,2	25 6 4	26 12 6 + 5	25 6 5,4
γ Cygne.			20	56 24,5	56 54,5	9 17 56	9 14 11 + 4½	9 17 57,6
	7 8	20 18	20	59 56	0 20,3	25 46 48	27 8 0 − 3	25 46 49,5
ι Cygne.	5	20 20	21 2 3,2	2 29,5	2 56,5	19 12 42	20 7 14 + 1½	19 12 42,6
44. Cygne			21		5 11,5	12 39 16	13 8 0 − 4	12 39 18,5
2[illegible]. Renard.	6		[illegible] 8 [illegible]	8 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	6 7	20 30	21 11 35,5	12 1,5	12 28	19 16 55	20 9 1 + 2½	19 16 52,6
α Cygne.		20 34	21 15 28,2	15 59,5	16 32,5	4 21 31	4 10 6 + 5	4 21 33,5
ι Cygne.		20 37	21	19 24	19 51,5	15 42 1	16 11 15 + 4	15 42 2,7
	8	20 41	21		23 13,5	22 17 6		
31. Oie.	6	20 43	21 24 24	24 49,5	25 15,5	22 34 14	24 1 3 + 4	22 34 14,5
83. Pégase.	6 7	23 41	0	23 20	23 26	28 23 37	30 4 0 + 3	28 23 35,4
84. Pégase. ♃	6		0 28 18	28 43	29 8,7	24 55 27	26 9 6 − 1	[illegible]
	7	23 43	0		31 44	23 8 49	24 11 0 + 7½	[illegible] 8 [illegible]
85. Pégase.	6 7		0		33 17,5	22 55 42	24 7 5 + 0	22 55 42,5
	7	23 53	0	35 33,5	36 0,5	15 25 4	15 7 2 + 1	15 25 3,9
α Androm.		23 57	0 38 46	39 11,5	39 37,5	20 58 11	22 5 14 + 1½	20 58 10,8
γ Pégase.		0 2	0 43 41,7	44 5,5		34 52 16	7 3 4 + 1	34 52 11,5
κ Pégase.			0	45 24	45 48	29 51 27	31 13 9 − 1½	29 51 24,8
	7		0 48 47	49 18,5	49 50	6 16 58	6 11 4 − 3	6 17 0,0
ρ Androm.	6 5	0 10	0		52 12	12 6 0	12 14 8 + 1	12 5 59,6
	6	0 13	0	55 20	55 43	52 16 0	55 12 0 0	52 15 56,3
10. Baleine.	6	0 15	0	57 26	57 50	50 6 0	53 7 1 + 6½	50 6 10,7
	7	0 17	1 0 35		1 21	45 11 30	48 3 4 + 4	45 11 [illegible]
51 Poissons.	6	0 20	1	3 10,6	3 34,5	43 5 47	45 15 8 − 1	43 5 45,5
53 Poissons.	7	0 25	1		7 54	33 49 12		
δ Andromède.		0 27	1	9 44	10 11,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Mer. 15 sep 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES ÉQU.	D M S.
β Baleine.		0 38	1 14 12,5	14 36	15 1	63 0 26	72 8 10 + 4	68 0 23,3
δ Poissons.		0 57	1 19 2,5	19 27	19 50,5	42 27 3	45 4 8 — 5	42 26 59,2
	8	0 41	1 23 30	23 55		20 33 0		
Andromède.		0 43	1		25 43	26 24 36	28 2 11 + 6½	26 24 32,9
Andromède.	6	0 51	1 32 31	32 57,5	33 24,5	18 15 38	19 7 1 + 0	18 15 34,7
ε Poissons.		1 2	1 43 34	43 59,5	44 25	25 25 46	27 2 0 — 1	25 25 45,9
	7	1 [illegible]	1 46 57	47 25,5	47 50	18 16 8	19 7 12 + 7½	18 16 6,8
Jeudi 16 sept.								
Th. 16°.								
Bar. 28 p. 3 l.								
Soleil 1 bord.			12 19 1	19 23,7	19 46	46 17 3	49 5 14 + 7	46 17 1,3
2 bord.					[illegible]			
Vénus.			13 0 39,5	1 22	1 29,5	49 38 42	52 15 4 + 4½	49 38 40,8
[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
ι Antinoüs.	4 5		19 31 34	31 57	32 21	54 53 4	58 8 12 — 7½	54 53 8,7
π Sagittaire.			19		39 8	70 11 17	74 13 11 — 4	70 11 12,8
Aigle.	6		19 44 17,5	44 40,2	45 3,2	46 55 17	50 0 12 + 7½	46 55 15,2
1re. Flèche.			29	47 51	48 16	28 0 9	29 13 14 + 6	28 0 7,8
	6	19 11	19 52 42	53 5,5		49 30 29	52 11 14 — 7	49 26 51,9
δ Aigle		19 14	19 56 5,2	56 27,5	56 50,5	46 9 47	49 3 14 — 5½	46 9 47,4
		19 16	19		58 4,5	29 11 13	31 2 2 — 1½	29 11 11,2
7e. de l'oie.	6		20 1 24	1 48,2	2 13	29 1 17	30 15 5 — 5	29 1 17,0
ζ Cygne.		19 22	20		4 18	21 21 8	22 12 7 — 5	21 21 8,5
ι Aigle.			20	7 22,5	7 45	50 30 31	53 15 12 — 2	50 30 35,3
[illegible]	6		20 11 3	11 26	11 49	49 57 59	53 4 12 + 1	49 57 58
[illegible] Aigle.	6 7	19 32	20		[illegible]	[illegible] 2		
	6	19 35	20		17 25	41 45 36	44 8 11 + 3	41 45 35,5
	7	19 38	20	20 8,2	20 31,5	38 41 42	41 4 6 + 2	38 41 39,9
α Aigle.		19 40	20 21 44	22 7,5	22 30,7	40 33 6	43 4 1 + 3	40 33 4,9
12. Renard.	7 6		20	23		2[illegible] 47 40		
13 Renard.	6	19 44	20		26 34	25 20 24		
	6 5	19 45	20		27 38,5	25 6 14	26 12 7 + 1½	25 6 14,5
γ Flèche.	5	19 49	20 30 38	31 2,5	31 27	29 57 1	31 15 1 + 4½	29 56 46,2
	8	19 51	20	33 7	33 32,5	23 15 47	24 13 0 + 1	23 15 45,2
	7 8	19 54	20 35 44	36 11	36 38,2	17 30 25	18 10 13 — 4	17 30 26,8
	7	19 55	20 37 33	37 59,7	38 26,5	17 15 16	18 6 7 + 6½	17 15 15,9
	6	19 58	20 39 44	40 11,5	40 40,5	13 29 6	14 6 2 + 4½	13 29 6,5
	7 8	20 0	20	42 18	42 42,5	28 35 2	30 7 13 0	28 34 57,9
δ Flèche.	7	20 1	20	45 2[illegible]	[illegible]	[illegible]	30 4 1 + 3½	[illegible]
	7	20 2	20		[illegible]	21 41 5[illegible]		
	7	20 2	20		[illegible]	[illegible]		
	6 5	20 6	20 47 34,5	47 59,5	48 24,5	23 55 34	25 8 5 + 3½	23 55 31,4
	6 5	20 7	20	48 41		21 42 23	23 2 8 — 6	21 42 26,3
	6		20		52 41	14 3[illegible] 1[illegible]		
γ Cygne.			20 55 51	56 20,5	56 50,5	9 17 55	9 14 11 + 6	9 17 59,1
			21 0 57,5	1 25,5	1 55	11 8 0	11 14 0 + 1	11 7 59,5
44 Cygne.			21 4 10,7	4 38,5	5 7,5	12 39 18	13 8 0 — 2	12 39 20,5
ε Dauphin.			21 8 57	9 20	9 43,2	38 13 46	40 12 7 — 3½	38 13 40,5
			21 9 0	9 23	[illegible]			
10 Dauphin.	7 6		21 12 39,5	13 3,2	13 26,5	35 2 18	37 6 0 + 0	35 2 20,6
α Cygne.			21	15 56	16 29	4 16 31	4 10 6 + 3½	4 21 31,5
ε Cygne.			21 18 53	19 19,5	19 47,5	15 42 1	16 11 15 + 4½	15 42 2,1
31 Renard.	6 5	20 41	21 24 20,5	24 46,2	25 11	22 34 14	24 1 3 + 1½	22 34 11,5
32 de l'oie.	6	20 43	21	27 13,5	27 39,5	21 37 22	23 1 0 + 7	21 37 22,9
β Verseau.			22 1 36,5	1 59	2 22,5	55 21 49	59 0 14 — 4	55 21 45,6
ι Capricorne.			22 6 21,5	6 46,5	7 10,5	69 15 24	73 13 15 + 6½	69 15 21,4
γ.			22 9	9 54,2	10 18,5	66 28 0	70 14 6 — 5	66 27 57,2
d.	6 7		22 12 41	13 5	13 29,2	64 13 11	68 8 0 — 1	64 13 6,5
ι Pégase.			22			39 57 58		
			22		18 31	47 9 37	50 4 14 — 4	47 9 34,3
			22 21 22	21 45,5	22 9,5	32 34 21	34 11 14 + 7	32 34 21,9

[illegible]		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	[illegible]	D. M. S.
15 Pégase.	6	21 42	22 24 18,5	24 44	25 10,5	21 4 39	22 7 11 + 6	21 4 37,6
	8	21 48	22	31 0	31 23,5	20 3 31	21 6 5 + 3	20 3 2[illegible],5
	7	21 51	22 33 45	34 8,5	34 32,5	33 54 37	36 2 13 + 7	33 55 0,0
ι Verseau.	4	21 54	22	36 34	36 58	63 45 8	68 0 0 + 2	63 45 2,0
e Verseau.		21 59	22 40 29,5	40 52,5	41 16,5	61 27 49	65 9 0 + 3	61 27 50,4
θ Verseau.		22	22 46 51	47 14,2	47 37,5	57 41 55		
51 Verseau.	6		22 50 14,5	50 37,5		57 44 49		
Jupiter.			22 52 11,2	52 34,5	52 57,7	61 33 14	65 10 8 0	61 33 9,8
34 Pégase.	6	22 15	22 57 6	57 29	57 52,5	45 33 26	48 9 8 + 1	45 33 24,9
37 Pégase.	6		23 0 31	0 54	1 17,5	45 30 57	48 8 13 − 2	45 30 56,9
	7 8	22 19	23	1 36		45 37 21		
	7 8	22 23	23		6 27	9 9 0	9 12 5 + 6	9 9 38,2
	6 7	22 26	23		9 21	14 19 56	15 4 9 + 3	14 19 50,4
	6 7	22 29	23	11 40,5	12 9,5	12 23 54	13 3 9 + 6	12 23 40,5
ο Pégase.			23	14 45	15 12	19 46 16	21 1 7 − 1	19 46 17,2
λ Pégase.			23		18 26	26 25 55	28 3 1 + 6	26 25 52,2
μ Pégase.			22 21 4,2	21 28,5	21 53,7	25 24 1	27 1 8 − 1	25 24 0,1
δ Verseau.		22 43	23 24 35	24 58,5	25 23	65 48 6	70 3 0 + 5	65 48 7,8
Suiv. Fomalhaut.	5 4	22 47	23	29 29,5	29 56	79 24 24	84 11 3 − 1	79 24 18,9
β Pégase.		22 53	33 34 46,5	35 11	35 37	21 57 3	23 6 10 0	21 57 2,4
4 d'Androm.		22 57	23 39 9	39 42	40 14,5	3 39 4	3 14 5 0	3 39 4,0
	7 8	23 0	23		42 54	6 29 43	6 14 11 + 5	6 29 13,1
9 d'Androm.		23 8	23 49 33,5	50 4,2	50 34,5	8 16 31	8 13 4 − 2	8 16 32,5
10 Androm.	2	23 [illegible]	23	51 [illegible]	52 1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7 8	23 13	23 55 12,5	55 42,5	56 13	8 26 35	9 0 1 + 6	8 26 34,2
13 Androm.		23 17	23 58 7,5	58 38,5	59 9,5	7 8 54	7 10 0 + 1	7 8 55,4
14 Androm.		23 21	0 2 5,5	2 34,5	3 4	10 49 8	11 8 10 + 6	10 49 10,3
16 Androm.		23 24	0 5 29	5 58	6 27,5	9 49 27	10 7 11 − 1	9 49 30,6
74 Pégase.		23 26	0	8 38	9 1	33 13 48	35 7 2 − 2	33 13 46,9
76 Pégase.		23 31	0	13 40	14 4	33 43 24	35 15 8 + 6	33 43 21,5
φ Pégase.		23 41	0 23 0,5	23 24,5	23 48,5	30 55 30	33 0 1 − 2	30 56 26,2
Pégase. ψ		23 46	0	28 39,5	29 4	24 55 29	25 9 6 + 0	24 55 27,5
85 Pégase.		23 50	0	32 47	33 13	22 55 37	24 7 4 + 6	22 55 35,5
α Androm.			0 38 41	39 7,2	39 33,7	20 58 13	22 5 14 + 5	20 52 14,5
γ Pégase.			0 43 38	44 1,5	44 25	34 52 46	37 3 4 0	34 52 40,5
θ Androm.		0 5	0 47 14,5	47 43,2	48 12,5	11 23 21	12 2 6 + 6	11 23 27,0
			0	49 46		6 16 55	6 11 3 + 5	6 16 54,9
ρ Androm.	6		0		52 8	12 6 1		
	7 8	0 13	0	55 13	55 40	18 41 31	19 15 0 + 2	18 41 31,1
	6	0 16	0 58 1	58 33,5	59 4,5	5 40 34	6 0 14 − 2	5 40 32,6
	7 8	0 20	1	2 29,5	2 53,5	31 56 47	34 1 3 + 6	31 56 45,5
	7	0 24	1 6 23,5	6 49	7 14,5	22 48 6	24 5 1 + 5	22 47 52,9
δ Andromède.		0 28	1 9 14	9 40,5	10 7,2	19 11 30	20 7 8 + 7	19 11 29,0
β Baleine.			1 14 8,5	14 32,5	14 56,5	68 0 19	72 8 10 + 1	68 0 20,3
δ Poissons.	0		1 18 34,5	18 [illegible]	19 [illegible]			
ε.			1 18 58	19 21		42 27 0	45 4 8 − 5	42 26 50,2
	7 8	0 42	1 23 26	23 52,5	24 18	20 33 3	21 14 12 − 1	20 33 5,3
μ Androm.			1 26 12,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
			1	29		5 19 6		
	7 8	0 51	1 32 59,5	32 33	33 6	2 39 48		
	6	1 18	1 59 44	0 7,7	0 32,2	31 37 47	33 11 13 − 1	31 37 45,7
ν Andromède.		1 24	2 5 33	6 3,2	6 33,7	8 33 15	9 2 0 − 1	8 33 16,9
	7		2 8 48	9 17,5		9 17 26		
	5		2 9 16	9 46		9 25 2	10 0 6 − 4	9 23 45,0
	7 8	1 30	2		12 17,5	9 35 31		
3 Bélier.	6 7	1 34	2 16 23	16 46,5	17 10,5	32 32 17	34 11 5 0	32 32 16,2
	6	1 38	2 19 43	20 7,2	20 31,5	27 40 11	29 8 4 − 1	[illegible]
γ Bélier.			2 22 11,2	23 35,5	23 59,5	30 38 0	32 10 13 − 1	30 38 0,8
	6 7		2		26 8	26 21 12		
ι Bélier.	6		2		27 52	32 6 23	34 5 15 + 1	32 6 21,6
Et. double α Pois.			2 32 20,5	32 43,7	33 6,7	47 8 25	50 4 8 + 5	47 8 2[illegible]
κ Bélier.			2 35 59	36 23,5	36 48,2	27 15 17	29 1 [illegible] − 1	27 15 11,5
16 ♈.	6	1 59	2 40 9,5	40 34	40 58,2	30 23 21	32 6 11 − 6	30 23 24,6

[illegible] 16 sep. 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
	8	2 2	2	43 47	44 11	[illegible] 16 11	52 [illegible] 10 — 5	[illegible] 16 12,6
	7 8	2 5	2 46 28,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Chang. bal. parolt.	6 7		2	[illegible]	[illegible] 23	51 [illegible] 1	[illegible] 6 + 6	[illegible] 28 [illegible] 8
25 Bélier.	5		2	[illegible]	[illegible]	[illegible] 15 8	[illegible]	[illegible]
26 Bélier.	6		2	57 [illegible]	58 10,[illegible]	[illegible] 42	[illegible] 4 [illegible] 0	[illegible]
Vendredi 17 sep.								
Th. [illegible]								
Bar. 28 p. 3 l.								
Soleil 1 bord.		11 42	12 22 32	22 54,5	23 17,5	47 12 17	Bord infér.	
2 bord.			12		5 27	46 40 16	Bord supér.	
Vénus.			13 5 6,7	5 29,5	5 53	50 9 26	53 8 10 + 6½	50 9 28,5
Mercure.			13 56 20,5	56 45,5	57 7	59 55 39	63 14 12 + 3	59 55 39,3
δ Ophiucus.			16 44 24,5	44 47,5	45 11	51 59 14	55 7 4 0	51 59 14,3
ε Ophiucus.			16		49 2,5	53 0 46	56 8 12 + 1	53 0 46,7
Antares.			16 57 28	57 53,5	58 19	74 45 50	79 11 15 + 4	74 45 47,1
ε Hercule.			17 2 20,2		3 0,5	26 54 1	28 11 1 + 5	26 53 58,5
			17 [illegible]	28 53,2	29 [illegible]	[illegible] 14		
τ Ophiucus.			18		33 27,5	57 1 17	60 13 2 + 6	57 1 14,6
G Hercule.		17 59	18 40 10,5	40 36,7	41 3,5	18 19 50	19 8 13 + 6½	18 49 49,9
A Hercule.			18 45 7,3	45 33,5		17 50 35	18 10 13 + 7	17 50 37,8
δ Sagittaire.			18 48 24,5	48 50,7	49 17,5	78 42 30	83 15 4 + 4	78 42 25,8
ε Sagittaire.			18 51 1,5	51 29,5	51 57,5	83 13 39	88 12 6 + 5	83 13 35,4
λ Sagittaire.			18		56 47	74 21 0	79 4 14 + 1½	74 20 54,8
ζ Lyre.			19			11 9 1		
			19 21 24	21 46,5	22 10	52 24 53	55 14 8 + 6	52 24 49,6
γ Lyre.						16 [illegible] 2		
62ᵉ serp. Oph.	6	18 44	19	26 43,5	25 7	42 30 18	45 5 7 — 5½	42 30 17,0
		18 48	19 30 17,5	30 41		35 14 15	37 9 6 0	35 14 12,5
						[illegible] 51 [illegible]	37 14 3 — 5	35 51 2,7
	6 7	18 57	19 39 41,5	40 5	40 29,5	32 19 23	34 7 10 + 1	32 19 19,4
	6	18 58	19	40 49		32 19		
21 Aigle.	5	19 2	19 44 13,5	44 36		46 55 14	50 0 12 + 6	46 55 14,2
Sagitt. 764 May.	6 5	19 7	19 49 0	49 24,5	49 49,5	71 37 15	76 6 5 + 0	71 37 11,5
Jupiter.			19 56 22,5	56 47,2	57 12,5	71 13 2	75 15 7 + 1	71 13 2,3
ι Antinous.		19 25	20 6 55,5	7 18,5	7 41,5	50 36 37	53 15 12 — 3	49 36 34,3
	7	19 26	20		9 28	48 59 19	52 4 1 + 3	48 59 19,9
45 Antinous.		19	20 10 59	11 22,5	11 45	49 58 0	53 4 12 + 1½	49 57 58,0
47 Aigle.		19 32	20	14 14	14 37,5	37 32 4	40 0 9 + 0	37 31 58,7
49 Aigle.	6	19 35	20 16 35	16 57,5	17 21,5	41 46 36	44 8 11 + 5	41 45 37,5
γ Aigle.						38 45 25		
	7	19 38	20 19 41	20 4	20 27,5	38 41 41	41 4 6 — 1	38 41 36,9
α Aigle.		19 40	20	22 3,5	22 26,5	40 33 9	43 4 1 + 4½	40 33 5,9
	6 7	19 42	20		23 59,5	26 47 43	28 9 5 + 0	26 47 44,4
13 Renard.			20 25 40,5	26 5,5		25 20 29	27 0 8 — 3	25 20 27,5
	6	19 45	20	27 9,5	27 35,5	25 6 13	26 12 7 + 1	25 6 14,5
α Cygne.	5		20 29 32,5	29 59,5	30 28	14 21 9	15 4 15 + 6	14 21 12,5
	8		[illegible]			14 [illegible]		
16 Renard.	6	19 52	20	34 14,5	34 40	24 39 25	26 4 13 + 1	24 39 26,1
	6	19 52	20 34 15	34 40	35 5,5	24 31 29	26 2 9 — 5	24 31 26,5
	7	19 54	20		36 33,5	17 30 24	18 10 12 + 8	17 30 2[illegible],6
	7 6	19 56	20	37 55,5	38 22	17 16 16	18 6 8 — 5½	17 15 16,1
Renard.	6		20	39		[illegible]		
	7	20 0	20 41 40,5	42 14	42 38,5	28 35 0	30 7 13 0	28 34 57,9
	8		20 41 46,5	42 10,5	42 35			
Flèche.	7	20 1	20			28 21 50	30 4 1 + 0	28 45 56,15
	8	20 4	20 45 48	46 13,5	46 38,5	25 16 24	26 15 5 + 6	25 16 26,0
24 Renard.	6	20 7	20 48 5[illegible],5	49 21,5	49 46,5	24 51 6	26 8 2 + 4½	24 51 7,0
34 Cygne.	6	20 10	20 51 41,5	52 9	52 37	14 33 10	15 8 6 + 5½	14 33 16,6
	7	20 14	20 56 46	57 9	57 32	46 35 13	49 11 4 — 6	46 36 18,0
1 Dauphin.	6 7	20 20	21		2 10,5	38 40 48	41 4 1 + 0	38 0 31,1
	6	20 22	21 4 7	4 32,5	4 57,5	23 47 1	25 5 14 + 6	23 47 0,3

Ven. 17 sep. 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC	D. M. S.
n Dauphin.	6		21	5		36 53 58		
		20 25	21		7 26	34 55 29	27 4 0 + 5	[illegible]
6 Dauphin.			21	9 14,5	9 38,5	35 0 55	37 6 8 — 3	[illegible]
α Cygne.		20 34	21 15 20	15 52,5	16 24,7	4 21 30	4 10 6 + 0	[illegible]
ι Cygne.			21		19 43	15 42 0	16 11 15 + $2\frac{1}{3}$	[illegible]
		22 42	23	24 14,5	24 38,5	33 9 44	35 6 0 — $6\frac{1}{3}$	[illegible]
Fomalhaut.			23		27 47,5	79 33 11	84 13 11 — 2	[illegible]
	6		23	29 13	29 59,5	79 24 27	84 11 3 + 3	[illegible]
	7	22 52	23	33 45	34 7	33 47 19	36 0 10 + 2	[illegible]
	7	22 55	23	37 23,7	37 47,5	31 30 42	33 9 13 — 2	[illegible]
56 Pégase.	6 7	22 57	23	38		24 53 31		
	7 8	23 0	23	41 32	42 1,5	10 34 9	11 4 6 + $\frac{1}{3}$	10 54 7,9
	6 7	23 4	23 45 15,7	45 41,1	46 8	20 16 8		
	7	23 10	23 50 55,5	51 20,5	51 45	27 57 3	28 12 0 — 6	[illegible]
	7	23 12	23 53 13	53 38	54 3 5	24 7 44	25 11 13 — 5	[illegible]
67 Pégase.	6 5	23 15	23	56 5,5	56 32 5	17 40 6	18 13 8 + 7	[illegible]
	7	23 18	23 59 0,5	59 25,5	59 50 2	30 9 50	32 2 12 + $6\frac{1}{3}$	[illegible]
	6 7	23 21	0 2 24,5	2 50	3 16 5	21 39 8	23 1 8 + 6	[illegible]
71 Pégase.	6	23 23	0		4 53,5	27 33 18	29 6 4 + 7	[illegible]
	7 8	23 25	0	6 56,5	7 22,5	25 29 51	27 3 2 + 8	[illegible]
ι Andromède.	6	23	0	9 22,5	9 54	6 47 54	7 4 0 + 8	[illegible]
κ Andromède.	5 6	23 30	0		12 8,5	5 44 1	6 1 13 + 8	[illegible]
78 Pégase.	6 5	23 52	0 14 31,5	14 57	15 23,2	20 42 2	22 1 5 — $2\frac{1}{3}$	[illegible]
	7	23 33	0		16 47	29 38 39		
82 Pégase.	6 5	23 42	0 23 2,5	23 26	23 48,7	39 6 45	41 11 8 + $2\frac{1}{3}$	[illegible]
	6 7	23 44	0 25 30	25 53	26 17	42 59 12	45 13 10 + 0	[illegible]
Pégase ψ.		23 46	0	28 35,5	29 1	24 55 24	26 9 6 — $2\frac{1}{3}$	[illegible]
	6 7	23 48	0 30 45,5	31 11	31 36,5	23 8 42	24 11 0 + 6	[illegible]
85 Pégase.	6	23	0	32 43,5	33 9,5	22 55 38	24 7 5 — 5	[illegible]
	6 7	23 53	0	35 39,5	36 4,5	23 25 12	24 15 11 + 0	[illegible]
α Androm.			0	39 3,5	39 30,2	20 58 17	22 5 14 + 1	[illegible]
	7	0 3	0	45 41	46 9,5	18 31 48	19 12 4 — 1	[illegible]
θ Androm.	6 5		0		48 8,5	11 23 22	12 14 6 + $2\frac{1}{3}$	[illegible]
	7	0 8	0 49 42	50 11,5	50 41,2	9 20 28	9 15 7 — $3\frac{1}{3}$	[illegible]
	7	0 13	0 54 43,5	55 9	55 36	18 41 31	19 15 0 + 5	[illegible]
	6	0 16	0 57 58,7	58 29 5	59 1,5	5 40 31	6 0 14 — 5	[illegible]
	6	0 19	1 1 20,7	1 47,2	2 14,5	16 28 55	17 9 4 + $6\frac{1}{3}$	[illegible]
	6 7	0 23	1 5 11,2	5 34,5		36 40 48		
	6	0 24	1	6 35	6 58	36 50 5	39 4 10 + $1\frac{1}{3}$	[illegible]
Poissons.	6	0 28	1 9 59	10 24	10 48,5	28 36 48	30 8 5 + $4\frac{1}{3}$	[illegible]
	7	0 30	1		12 24	25 25 19	27 1 14 + 0	[illegible]
	7	0 34	1 15 34	16 5,7	16 37,5	5 11 42	5 8 10 + [illegible]	[illegible]
	7 8	0 38	1 19 35,5	20 7	20 39	5 3 9	5 6 3 + $6\frac{1}{3}$	[illegible]
	7	0 42	1 22 58	23 27	23 55,5	12 37 33	13 7 8 — $2\frac{1}{3}$	[illegible]
μ Androm			1 26 8,7	26 37	27 6	11 32 50	12 5 1 + $2\frac{1}{3}$	[illegible]
Etoile double	6 7	0 48	1 29 10,5	29 [illegible]	[illegible]	5 [illegible]	[illegible]	[illegible]
Samedi 18 sep.								
Th 17°.								
Bar. 28 p. 2 l.								
Soleil 1 bord.			0 26 4,2	26 36,5	26 40,2	47 35 56		
2 bord.			0	28 35,5	28 58,5	47 3 35	50 3 2 + 7	[illegible]
1 Dauphin.	7		21		2 7,5	38 10 46	41 4 1 — 3	[illegible]
ι Dauphin.	4		21	4 40,5	5 3,5	38 17 0	40 15 6 — 5	[illegible]
ζ Dauphin.	6		21	6 58	7 24,5	34 55 29	37 4 0 + 6	[illegible]
6 Dauphin.	4		21	9		35 0 [illegible]		
29 de l'Oie.	6	20 [illegible]	21	[illegible]		[illegible]		
	7	[illegible] 30	21	[illegible]		[illegible]		
δ Dauphin.	5 6		21	[illegible]		[illegible]		
	6	20 34	21	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]
Etoile double.	5	20 36	21	18,5		[illegible]		
31 de l'Oie.	6	20 42	21 24 10,5	24 37,5	25 3,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Sam. 18 sep. 1784.		H. M	H M. S.	M. S.	M. S.	D M S	PARTIES. SEC.	D M S.
	6 –	20 45	21	27 6	[illegible]	[illegible]	23 1 0 + 5	[illegible]
Ajoutez 9″ à cause	6	20 48	21	30 22	[illegible]	[illegible]	29 3 0 + 7	[illegible]
de la situation du	6	20 52	21 34 12,5	34 36,5	[illegible]	[illegible]	37 4 15 — 5	[illegible]
fil à-plomb.	6 7	20 57	21 38 46,5	39 10,2	39 34,5	34 5 38	36 5 5 — 4	[illegible]
	7		21	41 13	41 40	19 31 33	20 13 4 — 1½	[illegible]
ξ Cygne.		21 4	21	45 29	45 55,5	19 31 8	20 13 2 + 0	[illegible]
ν Cygne.			21 50 19,2	50 46,5	51 14,6	14 52 20	15 13 13 + 2½	[illegible]
ζ Capricorne.			21 55 34,5	55 58,5	56 2[illegible]	72 9 50	76 1[illegible] 9 — 2	[illegible]
β Verseau.			21 2 29,5	2 52,2	3 15 5	55 21 45	59 0 14 — 5	[illegible]
ι Capricorne.			22 6 14,5	6 39	7 3	6[illegible] 15 28	73 14 0 — 4	[illegible]
6 Pégase.		21 28	22	10 18	10 42,5	47 34 30	50 11 15 — 1	[illegible]
λ Capricorne.			22 16 12	16 25,5	16 59	61 11 55	65 4 7 + 0½	[illegible]
Jupiter 1 bord.			22 56 13	56 36	5[illegible] 0			
Centre.			22		5[illegible] 2	61 37 18	65 11 13 — 1½	[illegible]
2 bord.			22 56 17	56 40	57 3,[illegible]			
α Pégase.			23 14 11,5	14 38,5	15 5,5	19 46 14	21 1 7 — 1	[illegible]
λ Pégase.	4	22 36	23 17 29,5	17 54,5	18 19 5	2[illegible] 25 52	28 3 1 + 6	[illegible]
ε Pégase.			23 22 50,5	22 13,5	23 36,5	40 10 0	42 13 9 — 3½	[illegible]
ζ Pégase.			23 25 44	26 6,5	26 30	41 11 23	43 14 0 — 6	[illegible]
o Andromède.			23 33 15,5	33 46	34 16	7 42 9	8 3 7 + 7	[illegible]
α Andromède.						34 48 54		
A Poissons.			23 38 58	39 21,5	39 43,5	47 53 59	51 1 8 — 5½	[illegible]
γ Poissons.						46 45 4		
b Poissons.			23	51 4,5	51 28,2	44 39 8	47 10 1 — 5	[illegible]
ι Poissons.			23 57 12	57 35,7	57 58,2	48 46 44	52 0 7 — [illegible]	[illegible]
Lundi 20 sept. au matin.								
	6		5 [illegible]	[illegible]		53 48 42	61 2 2 + 6½	[illegible]
Rigel.		5 4	5		45 9,5	57 19 51	52 12 4 — 5	[illegible]
	6		5 [illegible]	[illegible]	52 46,5	49 27 58	53 4 11 — 2	[illegible]
	6		[illegible]	[illegible]	55 32	49 58 9	52 9 14 + 6½	[illegible]
δ Orion.		5 20	6 2 14,5	2 37,5	3 0,5	49 19 48	54 5 2 + 5½	[illegible]
ζ Orion.		5 29	6 11 7,5	11 29,7	11 52,5	50 55 35	58 7 11 + 6½	[illegible]
α Colombe.		5 32	6		13 18	82 57 13	76 1 13 + 4	[illegible]
γ Lièvre.		5 35	6	17 2,5	17 28,2	71 21 30	22 12 0 + 3	[illegible]
Taureau.	6		6 21 0,5	21 26,2	21 52,5	21 19 44	4 3 14 — 4	[illegible]
β Cocher.		5 43	6 24 50,5	25 22,2		3 58 36	51 9 9 + 9	[illegible]
Le 20, Sol. 1 b.		11 53	12 33 8,5	33 31,5		48 2 23	51 0 7 + 2	[illegible]
2 bord.					56 3,5	47 50 18		
Th. 17°.								
Bar. 27 p. 8 l.								
Vendredi 24 sept.								
Th. 13°.								
Bar. 28 p. 1 l.						— 1 33		
Soleil 2 bord.			0	49 53,5	50 16,5	49 56 3	53 4 3 + 4	[illegible]
						49 23 55	53 11 1 — 0½	[illegible]
γ Gémeaux.			7 6 10,5	6 42,5	7 6,5	32 18 2	34 7 4 + 3½	[illegible]
ι Gémeaux.			7 11 41	12 6,5	12 32	23 72 42	25 1 13 + 4½	[illegible]
Sirius.			7 16 37,5	17 0,7	17 25	65 16 24	69 10 0 — 1	[illegible]
Ajoutez 6″½.								
Dimanche 26 sep.								
	7	0 8	0	49 48	50 18	9 20 26	9 15 7 — 5	[illegible]
	6	0 16	0 57 34		58 37	5 40 30	6 0 13 + 7½	[illegible]
	6		1	1 24	1 51,5	16 28 48	17 9 4 + 4½	[illegible]
						— 1 38		
Regulus.			10 37 50,5			45 51 16	38 3 14 + [illegible]	[illegible]
Soleil 2 bord.					0 57,5	50 34 12	53 15 0 + 8½	[illegible]

Mar. 28 sep. 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	H. M. S.
Th 15° Bar. 28 p. o l..								
	7	19 10	19	51 39,5	52 6	21 59 34	23 7 6 —	[illegible]
	7	19 1[illegible]	19 [illegible]	55 46,5	56 14	15 45 2[illegible]	15 12 14 +	[illegible]
	7	19 1[illegible]	19		57 11	16 4 8	17 2 4 —	[illegible]
	7	19 18	19 59 12,6	59 40,5	0 9,2	12 53 5[illegible]	13 13 8 —	[illegible]
β Cygne.	5 4	[illegible]	20 2 [illegible]	19,5	3 45	21 21 7	22 12 7 —	[illegible]
	7	[illegible]	20 [illegible]	9 18,2	9 41,5	45 57 19	41 0 5 —	[illegible]
	8	19 [illegible]	20 1[illegible] 10	13 39	14 2,5	40 53 49	43 11 6 +	[illegible]
	8	20 [illegible]	21	22 0	22 28,5	14 5 48	15 0 9 +	[illegible]
Ajoutez 7″, à	7	20 [illegible]	21		27 49	20 1 21		
cause de la si-	6	20 [illegible]	21		27 6,5	21 37 21	23 1 0 +	[illegible]
tuation du fil.	6	20 [illegible]	21 29 [illegible]	29 57,5	30 22,5	27 21 53	29 3 0 +	[illegible]
	6 7	20 5[illegible]	21 [illegible]	33 56,2	34 24,5	13 40 58	14 9 8 +	[illegible]
	7	20 [illegible]	21	36 1,5	36 30,5	11 3 31	11 12 12 —	[illegible]
61 Cygne.	6	[illegible]	21 38 5	38 33	39 2	11 10 21	11 14 11 — 1	[illegible]
	6	[illegible]	21	41		19 31 33		
	7	21 4	21 [illegible]	45 28	45 56,5	13 57 6	14 14 2 — 1	[illegible]
ν Cygne.		21 10	21 49 24	50 22,5	50 49,5	14 52 10	13 13 13 0	[illegible]
	7 8	21 1[illegible]	21	53 53	54 25	9 25 23	10 0 13 + 3	[illegible]
	7 8	21 1[illegible]	21		55 54	18 51 6	20 1 12 — 2	[illegible]
	6	21 1[illegible]	21 59 [illegible]	59 28,5	59 55	22 11 25	23 10 12 — 5	[illegible]
	7	21 [illegible]	22 2 [illegible]	3 25	3 50,5	25 57 55	27 11 2 + 3	[illegible]
		2[illegible]	22 6 [illegible]	7 13,5	7 45,5	11 17 49	12 0 13 — 1	[illegible]
	7	21 [illegible]	22	10 48,5	11 2,5	5 8 18	5 7 11 + [illegible]	[illegible]
	7	21 [illegible]	22	13 2,5	13 33,5	6 34 22	7 0 3 — 3	[illegible]
	7	21 [illegible]	22		16 16	8 41 48	9 4 7 — 1	[illegible]
	7	21	22 20 18	20 42,5		29 24 0	31 5 12 0	[illegible]
	7	21 [illegible]	22	21 ½		19 41 30		
	6 7	21 4[illegible]	22 [illegible]	24 48,5	25 5	30 12 22	32 3 8 +	[illegible]
18 Pégase	6	21 4[illegible]	22 [illegible] 17,[illegible]	[illegible] 40,2	31 3,5	43 10 8	46 0 12 — 1	[illegible] 2
	7	21 [illegible]	22	35 13,5	35 36,5	39 39 30	42 4 13 + 1	39 [illegible]
	7	[illegible]	0	17 55,5	18 22	24 29 1	26 1 14 —	2[illegible]
79 Pégase.	6	[illegible]	0		20 30,5	21 13 27	22 10 4 —	21 [illegible]
	6	23 41	0 22 24	22 48	23 12,5	28 23 31	30 4 9 — 1	28 [illegible]
	7		0 22 41	23 4		28 19 11	30 3 5 + 0	28 [illegible]
	6	23 [illegible]	0 26 39	27 3,5	27 23,5	27 23 3	29 3 10 —	[illegible]
Pégase ¼.		23 [illegible]	0		28 32	24 55 21	26 9 6 +	[illegible] ,5
	7	[illegible]	0 30 17	30 42,5	31 8,5	23 8 42	24 11 0 + 2	[illegible] ,5
	6	[illegible]	0	32 15	32 41	22 55 32	24 7 4 + 5	[illegible] 3
	7	[illegible]	0 34 51	35 16,5	35 42,5	22 23 3[illegible]	23 14 4 — 3	2[illegible]
	7	[illegible]	0	36 51	37 17	21 30 48	22 15 3 — 5	2[illegible]
α Androm.	3	2[illegible]	0		39 0,5	20 58 3	22 5 14 — 3	[illegible]
	7	0 0	0		4[illegible] 38,5	25 35 38	28 5 14 0	[illegible]
γ Pégase.		0 2	0		43 53	34 52 39	37 3 4 — 3	[illegible]
	8	0 5	0	46 49	47 18	13 25 21		
σ Androm.	5	0 7	0	48 2[illegible],5	48 55,2	13 1[illegible] 53	14 2 11 —	[illegible]
	7	0 9	0	51 8,7	51 32,2	39 4 50	41 11 0 —	[illegible]
	8 7	0 13	0 54 14	54 41	55 [illegible],5	15 41 23	19 15 0 —	[illegible]
	7	0 16	0 57 16	57 39,5	58 3	34 1 56	36 4 13 +	[illegible]
Lune. B. écl tiré.	6		0		59 0,5	43 53 23	46 13 2 —	[illegible]
2 bord.	6		1	1 4,5	1 23,2	bord. sup.		
14 de Mayer.	8	0 21	1	5 45	6 8,5	50 32 48	53 14 10 + 3	[illegible]
15 de Mayer.		0 2[illegible]	1	8 20	8 43	50 32	53 14 10 — 2	[illegible]
		0 [illegible]	1	15 9	15 34	26 27 28		
		0 [illegible]	1 16 51	17 16,2	17 41,5	25 4[illegible] 31	27 [illegible] 14 +	[illegible]
Etoile double. 1re.		0 [illegible]	1 19 14	19 39,5	20 5	22 20 3	23 13 3 —	[illegible]
μ Androm.		0 [illegible]	1 25 40,5	26 8,7	26 38	11 32 45	12 5 1 —	[illegible]
	7	0 [illegible]	1 31 39,5	32 10	32 4[illegible],2	8 41 30	9 4 5 +	[illegible]
	8 9	0 32	1		34 21	10 2 27		
6 d'Androm.			1		37 32,2	6 5 8	6 7 13 +	[illegible]
δ Androm.		0 [illegible]	1	39 1,5	39 29,5	14 23 52	15 5 12 —	[illegible]

Mar. 28 sept. 1784.		H. M.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
	7 8	1 [illegible]	1	[illegible]	45 38,5	1 56 16	2 1 [illegible] + 1	[illegible]
	7 8	1 [illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + [illegible]	[illegible]
	6	1 [illegible]	1	[illegible]	50 59	21 15 41	[illegible] — [illegible]	[illegible]
	7	1 11	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + [illegible]	[illegible]
	7 8	1 [illegible]	1	[illegible]		[illegible]		
	7 8	1 [illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 9 — 4	[illegible]
A Androm.	6	1 [illegible]	1		[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 — 5	[illegible]
	[illegible] 7	1 21	2 2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 9 — 4	[illegible]
ζ Androm.	6	1 2[illegible]	2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 7 0	[illegible]
	6	1 [illegible]	2		[illegible]	[illegible]	[illegible] 14 + 7	[illegible]
	[illegible] 7	1 [illegible]	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 5 — 5	[illegible]
	[illegible] 7	1 [illegible]	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 1	[illegible] 12 13 — 2	[illegible]
Jeudi 30 sept.								
	7	[illegible]	0 17 27,5	17 52	18 17,5	24 29 2	26 1 13 + [illegible]	[illegible]
79 Pégase.		23 38	0 19 35	20 0,5	20 26,2	21 14 22	22 10 8 0	[illegible]
	[illegible]	[illegible] 41	0		25 8	28 25 51	30 4 9 + 0	[illegible]
Th. 8° ½.	6 7		0		[illegible]	[illegible]		
Bar. 28. p. 2 l. ½.		23 45	0 26 35	26 59,5	27 24	27 25 3	29 3 14 + 7½	[illegible]
	6 7	[illegible]	0	30 34	31 4,5	23 8 44	24 11 0 + 6¾	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	0 34 47	35 12	35 38	22 23 33	23 14 3 0	[illegible]
α Androm.		23 57	0 38 5	38 30,5	38 57	22 58 5	22 5 14 — 3	[illegible]
	7	0 0	0	42 9	42 34	26 55 38	28 5 14 — 0	[illegible]
γ Pégase.		0 2	0 43 1	42 24,7	43 48,5	34 52 42	37 3 4 + 1	[illegible]
ε Androm.		0 7	0	48 20,5	48 47,5	13 16 56	14 2 11 + 2	[illegible]
	7	0 9	0		51 28,2	39 6 5	41 11 5 + 1	[illegible]
	7	0 16	0 57 12	57 35	57 59	34 2 0	36 4 13 + 5	[illegible]
Poissons.	7	0 18	0	59 48	0 12	52 53 2	56 6 9 — 3	[illegible]
	7 8	0 20	1		2 14	51 50 20	55 4 11 + 6	[illegible]
	6 7	0 24	1 5 18	5 40,5	6 4	50 52 45	53 14 10 + 1	[illegible]
	7	0 27	1	8 15	8 39	50 52 45	53 14 10 + 1	[illegible]
16 de Mayer.	6	0 29	1		11 18	54 23 15	58 0 4 — 5	[illegible]
ζ Androm.	4	0 35	1 16 47,6	17 12	17 37,2	25 46 31	27 7 14 + 2	[illegible]
	7	0 42	1 22 26,5	22 55	23 24	12 37 30	13 7 7 + 6¾	[illegible]
μ Androm.		0 45	1 25 36	26 4,5	26 34	11 32 42	12 5 1 — 5	[illegible]
	7	0 50	1	32 5,5	32 35,5	8 41 28	9 4 5 + 3	[illegible]
	7	0 54	1	[illegible]	[illegible]	0 [illegible] 42		
ς Androm.		0 56	1		38 52	2 47 18	2 15 9 + 6¾	[illegible]
	6	1 0	1		41 56	4 41 21	5 0 0 + 6	[illegible]
	7	1 3	1	45 0,5	45 34,5	1 56 22	2 1 2 — 4	[illegible]
	7 8	1 5	1		47 20	2 55 51	2 12 5 + 5	[illegible]
	6	1 8	1 50 3,5	50 29	50 54,5	21 15 40	22 10 14 — 2	[illegible]
	7	1 11	1	52 41	55 8,5	15 45 50	16 15 0 + 7	[illegible]
	7 8	1 13	1	55 9	55 37,5	15 24	16 7 1 — 2	[illegible]
	7 8	1 14	1		5[illegible] 35,5	15 37 3	16 10 8 + 8	[illegible]
A Androm.	6	1 17	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]		
		1 21	2 2 39	3 7	3 36	12 44 50	13 9 9 — 3	[illegible]
υ Androm.			2		5 57	8 35 [illegible]	9 2 0 — 5	[illegible]
ζ Androm.	6	1 26	2	7 44	8 16	5 35 35	5 15 7 + 1½	[illegible]
	6	1 28	2	9 59	10 30	7 20 58	7 13 7 + 0	[illegible]
	7 6	1 31	2	12 48,5	13 15,5	17 46 12	18 15 4 + 6	[illegible]
	7	1 35	2	17 15,5	17 41	12 0 0	12 12 13 — 3	[illegible]
	7 8	1 39	2 20 11	20 35,5	21 0	29 25 26	31 6 3 — 4	[illegible]
	8	1 41	2		[illegible]	[illegible]		
	7	1 47	2	28 14	28 37	51 58 11	56 6 15 + 0	[illegible]
α Poissons.		1 51	2		32 31	47 8 17	50 4 8 — 2	[illegible]
[illegible]		1 55	2 35 23	35 47	36 12,5	27 15 9	29 1 1 + 5	[illegible]
[illegible]			2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8 + 0	[illegible]
16 [illegible]			2		40 22	30 25 18	32 6 10 + 4	[illegible]
Étoile double	8	2 4	2 45 46	46 11		21 [illegible]		
α Triangle.	7	2 6	2 47 18	47 43,5		21 15 [illegible]		
Lune.			2	52 22	52 46,2	30 55 21 B. au. cr.	32 15 12 — 3	30 55 19,3

Jours [illegible]		H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	[illegible]	D. M.
	8	2 14	2 55 25	55 50,5	56 16	23 48 13	25 6 4 + 1	23 48
	6 7	2 17	2		58 ?9	26 22 8	28 2 0 + 6½	26 22
γ Baleine.		2 24 25	3 5 25,5	5 ?8,5	6 11,5	44 12 ?8	47 2 9 + 3	44 12
34 Bélier.		2 27 48	3	9 21,5	9 48	22 41 34	24 4 2 + 1½	22 41
36 B. l. Mouche.			3 11 39	12 4,5	12 30,5	22 5 19	23 9 0 − 2	22 5
Boréale du lys.	4		3 15 54,5	16 20,5	16 45,7	20 31 40	21 14 5 + 7	20 31
	7	2 41 2	0 22 5	22 23,5	12 52,2	33 16 14	35 7 13 − 3	33 16
46 Bélier.	5	2 43 58	3	25 32,5	25 57	31 42 40	33 13 3 + 1	31 42
ι Bélier.			3	28 10,5	28 34,5	28 23 53	30 4 10 + 6½	28 23
α Baleine.			3 31 52,5	32 15,5	32 38,2	45 37 19	48 10 10 − 1½	45 37
54 Bélier.		2 55 51	3	37 24,2	37 48,5	30 51 30	32 15 8 − 2½	30 51
δ Bélier.			3 40 10,5	40 34,5	40 58,5	29 57 24	31 15 6 + 0	29 57
α Eridan.			3 45 35	44 0,7	44 28	78 38 13	83 14 1 − 3	78 38
α Persée.			3 49 40	50 14,5	50 49,5	89 48 36	95 12 10 − 3	89 48
			3		53 16	24 50 11	26 9 4 + 7	24 50
ξ Taureau.			3 56 21,5		57 8	39 53 24	42 8 13 − 4	39 53
Etoile double.	8	3 18	4		} 0 1 0 2,5	22 2 48		
	7	3 21 45	4 2 44	3 8	3 38,5	31 45 2	33 13 14 − 2	[illegible]
Taureau.	7	3 24 1	4	5 35	5 59	25 22 52	28 2 4 − 4	[illegible]
13.	6		4 10 45	11 9	11 34	29 52 8	31 13 12 0	[illegible]
	6 7		4	12 35	13 0,5	29 55 36	31 14 3 − 1	[illegible]
η Pléiades.			4 15 31,7	15 56,5	16 21,5	25 26 32	27 2 3 + 6	[illegible]
			[illegible]	[illegible]	18 2,5	25 26 13	27 3 0 − 7	[illegible]
u.			4	21 45	22 8	42 53 0	45 13 9 + 1	[illegible]
			[illegible]	[illegible]	25 48,5	27 1 21	28 13 3 + 0	[illegible]
	7		4	29 50	30 14,5	29 17 4	31 3 12 + 6	[illegible]
A.	5		4 32 49	33 13	33 37,5	27 23 8	29 3 7 + 0	[illegible]
ω Taureau.		3 56 22	4	37 53	38 17	29 50 21	31 13 4 + 1	[illegible]
γ Taureau.			4 48 24	48 48	49 12	33 46 17	36 0 3 + 7	[illegible]
δ.	4		4 51 22	51 46,2	52 10,5	31 50 30	33 13 7 − 1	[illegible]
Vendredi 1er oct.								
Soleil 1 bord.			13 12 22,2	12 45		52 39 [illegible]	[illegible]	[illegible]
2 bord.			13 14 31	14 53,5	15 17			
ζ Ophiucus.			17 6 2,2	6 25,5	6 49	58 58 11	62 14 6 + 6½	[illegible]
	7 8	19 2 14	19 43 12	43 34,5	43 58	40 36 6	43 4 13 − 5	[illegible]
	6	19 6 27	19 47 23,5	47 47	48 11,2	54 41 24	57 0 0 + 6½	[illegible]
	8	19 8 22	19	49 42	50 6,5	34 46 18	37 1 7 − 4	[illegible]
	7	19 10 14	19	51 34	52 0,5	21 59 32	23 7 5 + 6½	[illegible]
	7 6	19 14 19	19 55 12,5	55 39,5	55 7	15 ?5 21	16 12 11 + 2	[illegible]
	6 7	19 15	19		57 4	16 4 2	17 2 3 + 7½	[illegible]
	6 7	19 18 14	19 59 6	59 34	0 2,5	12 58 35	13 13 7 + 6½	[illegible]
β Cygne.		19 21 51	20 2 48	3 13,5	3 39,5	21 21 9	22 12 7 − 4	[illegible]
	6		20 2 50	3 15,5	3 41,5	21 20 44	22 12 5 − 1	[illegible]
ι Antin.	6		20	6 ½		50 35		
	6 7	19 29 26	20 10 23,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
γ Aigle.			20 16 54,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
α Aigle.			20 21 5,5	21 28,5	21 51,5	10 33 1	43 4 1 0	[illegible]
	7	19 48 52	20 29 49,5	30 12,5	30 36	38 7 53	0 10 12 + 3	38 [illegible]
	8	19 51 2	20	32 22	32 46,5	34 55 31	37 4 0 + 7	34 55
	7	19 52 40	20	34 0	34 24,5	34 12 12	37 3 2 + 6	34 12
15 Flèche.	6 7	19 54 18	20		36 1,5	32 12 6	34 8 6 + 1½	32 12
Renard.	5 6	19 57	20 38 25,5	38 50	39 15	25 51 51	27 9 6 + 6½	25 51
	7	20 1 28	20 42 22	42 47	43 11,5	28 31 48	30 1 1 − 3	28 31
	7	20 4 18	20	45 37,5	46 2,5	25 16 19	26 15 5 − 5	25 16
22 Renard.	6	20 6	20	47 24	47 48,5	25 0 27	27 11 13 + 7	25 [illegible]
	6 7	20 6	20	47		27 33 6		
	7	20 9 40	20 50 35,5	51 0,5	51 26,5	22 32 25	24 0 11 + 1	[illegible]
	8	20 12 39	20 53 30,5	53 56,5	54 23	18 17 23	19 3 8 + 6	18 [illegible]
h Cygne.	6	20 15 6	20 55 59,5	56 26	56 53,3	17 32 1	18 8 6 + 5½	17 32
	7 8	20 18 34	20	59 53,5	0 22,5	13 14 35	14 4 2 + 2	13 14

[illegible]		H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	D. M. S.	PARTIES. SEC.	D. M. S.
	7 8	20 21	21	2 21	2 44,5	33 46 19	36 0 6 — 1	33 46 18,1
ι Dauphin.		20 23	21	4 8	4 32	38 16 54	40 13 5 + 7	38 16 55,1
ι Dauphin.			21 8 21	8 44			40 12 6 + 7	38 15 57,4
α Dauphin.		20 23 52	21 9 28,5	9 52	10 15	39 31 28	42 2 9 — 5½	39 31 25,5
	7	20 32 0	21 12 45,5	13 18		3 57 45	4 3 10 — 1	3 57 43,6
α Cygne.			21 14 41,2	15 16	15 48,5	4 21 28	4 10 6 — 2	4 21 26,5
	6	20 45	21	26		45 7 50		
1 Petit cheval.	6		21	29 29	29 52	45 22 31	46 6 8 + 5	
	7	20 51 45	21	33 1,5	33 24,5	46 20 45	49 7 0 — 5	46 20 46,6
	7	20 53 40	21	34 59	35 22,5	46 45 47	49 14 1 + 2	46 45 47,3
	7 8	20 56 7	21 37 2,5	37 29	37 8	50 28 35	53 13 4 — 3	50 28 30,7
	7 8	20 59 0	21 39 52	40 14,5	40 37,5	46 46 54	49 14 6 + 6½	46 46 53,2
	8	21 1 4	21	43 2	43 24,5	47 5 24	50 3 11 — 6	47 5 21,8
	7 8	21 5 24	21		[illegible]	[illegible]		
	7	21 5 14	21 46 16	46 30,5	47 2,5	51 21 2	54 12 6 + 3	51 21 3,4
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	21 11	21	52 5	52 27	39 25 0	42 1 0 — 1	39 25 5,9
	6 7	21 14	21 54 42	55 5,5	55 28,5	39 36 19	42 3 15 — 5	39 36 15,6
33 Renard.	6	21 18 6	21	59 22,5	59 48	22 11 21	23 10 11 + 1	22 11 21,4
f Pégase.	6	21 20	22	1 24	1 49	26 9 51	27 14 8 + 6	26 9 49,6
		21 22	22	3 17	3 42,5	25 57 53	27 11 2 — 1	25 57 50,7
γ Capricorne.		21 27 52	22 8 51,5	9 15	9 40,2	66 27 55	70 14 5 + 4½	66 27 55,0
	6	21 30 52	22	12 20	13 43,5	48 32 41	51 12 8 — 4	48 32 37,7
ε Pégase.						[illegible]		
	7	21 33 11	22 17 11	17 34,5	17 58,5	[illegible] 52	39 8 10 + 0	37 4 4,3
Th. 9°.	7 8	21 38 53	22 19 52	20 16	20 40	34 5 55	36 5 15 + 0	34 5 52,4
Bar. 28. p. 4 l.	6 7	21 43 19	22 24 18	24 42	25 6,5	30 12 19	32 3 8 + 0	30 12 18,3
	7	21 43 40	22	25 25		30 9 25	32 2 11 — 5	30 9 21,9
Sam. 2 oct. à m'di.								
Th. 10°.								
Bar. 28 p. 6 l. ½								
36 Pégase.			22		58 53	40 49 40	43 8 12 + 6½	40 49 36,7
39 Pégase.		22 21 55	23	3 21,5	3 46,2	29 44 25	31 11 9 — 1	29 44 25,0
κ Verseau.		22 26 22	23 7 19	7 42	8 5	54 11 16	57 12 13 — 4	54 11 13,6
		[illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		[illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2 ψ Vers.		[illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
λ Vers.		[illegible] 41 8	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Fomalhaut.		[illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
β Poissons.	4 5	22 [illegible]	23 4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23 0	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 3	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	5	23 6	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	10	23 [illegible]	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		23 [illegible] 30	23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	9	23 [illegible]	23 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
κ Poissons.	5	23 [illegible]	23 [illegible] 6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	6		23 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2 6 14 — [illegible]	[illegible]
13 Poissons.	7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14 Poissons.		23 [illegible]	0 5 48	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
15 Poissons.	7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	8	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] + [illegible]	[illegible]
	7	[illegible]	0 5 27	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
γ Pégase.		23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	6 7	23 [illegible]	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] +	[illegible]
	8	23 [illegible]	0 52 18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] —	[illegible]
	6	23	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Sam. 2 oct. 1784.			H. M. S.	H. M. S	M. S.	M. S.			
		7	23 55	0	36 41,5	37 8,5	21 30 48	22 15 3 —	[illegible]
α Androm.				0		38 52	20 58 1	22 5 13 —	[illegible]
γ Pegase.				0	43 20,2	43 44	34 52 39	37 3 4 —	[illegible]
ι Andromède.		4		1 26 30	26 54	27 19	20 56 58	28 6 4 — 2	[illegible]
	7	8	0 51	1 31 58,5	32 23,5	32 49	23 43 57	25 5 0 + 7	[illegible]
		7	0 52	1	33		20 21 48		
78 Poissons.	6	7	0 56	1 36 51	37 18	37 45	18 0 44	19 3 7 — 5	[illegible]
β Pegase.							14 23 59		
85 Poissons ς.	6	5	1 2	1 42 50	43 14,5	43 40	25 25 42	27 2 0 — 5	25 [illegible]
	7	8	1 4 39	1	45 5,2	[illegible] 2,5	26 25 10	23 2 14 + 2	[illegible]
υ Poissons.		6	1 7 29	1	48 49	49 1,5	22 44 27	24 4 2 — 5	22 [illegible]
A Androm.		6	1 17 5	1 57 52	58 25	58 58,5	2 59 17	3 3 0 — 2	2 [illegible]
		7	1 20 20	2 1 12	1 [illegible],7	2 7,5	14 8 32	15 1 5 + 7	14 [illegible]
		7	1 22	2		3 12,5	14 22 31	15 5 5 + 5½	14 [illegible]
		7	1 22	2	3		12 45		
	6	5		2	5 22,5	5 52,5	8 33 11	9 2 0 — 7	8 33 9,9
		6	1 29	2 10 21,5	10 48,7	11 16,5	14 43 12	15 11 4 — 6	14 43 12,0
2 ♈.		6	1	2	12		29 39 2		
		6	1 32 54	2 13 58	14 22	14 46,2	29 51 52	31 13 11 — 1	[illegible]
3 ♈.		7	1 34 38	2	16 6	16 29,5	32 32 12	34 13 4 + 6	[illegible]
4 ♈.		6		2	17 41	18 6	32 39 45	35 3 0 — 5	[illegible]
		7	1 39 46	2 20 51	21 14,7	21 39	31 38 22	33 12 0 — 5	[illegible]
γ ♈.				2	22 54,5	23 19	30 37 56	32 10 12 + 6½	[illegible]
	7	8	1 44 38	2 25 36	26 6	26 30,5	8 14 22	8 12 10 — 5	[illegible]
		6	1 47 16	2		29 14,5	28 51 39	30 12 9 — 4½	[illegible]
11 ♈.		6	1 51 11	2		32 2,5	33 58 38		
κ Belier.		6	1 54 16	2 35 18	35 43	36 7,7	27 15 12	29 1 2 — 1½	[illegible]
			1 57 31	2 38 34	38 58		29 3[illegible]		
16 Belier.		6		2		40 18	30 23 21	32 6 10 + 4	30 23 21,5
		7	2 0 51	2		42 43	1 [illegible]		
	6	7	2 4 34	2 45 47	46 11,5	46 37	26 6 18	27 13 8 + 3	[illegible]
		8	2 9 40	2 50 48,5	51 13	51 36,5	33 41 41	35 15 0 + 7	[illegible]
	7	8	2 13 16	2 [illegible]	54 43,5	55 9,5	24 41 25	26 5 6 0	[illegible]
13 Triangle.	7	6	2 16	2		57 48	19 55 0	21 3 14 + 6	19 54 58,[illegible]
14 Triangle.		6	2 19 11	2 59 42	0 9,5	[illegible] 37,5	13 41 32	14 9 11 — 1½	13 41 32,5
		6	2 22 36	3 3 6	3 34,5	4 3,5	12 30 50	13 5 9 + 1	12 30 40,3
		7	2 25 13	3	6 11	6 39,5	12 5 22	12 14 5 + 3	12 5 22,0
5 Persée q.		7	2 28 24	3 9 23	9 52,5	10 22,0	9 36 9	10 3 14 + 5	9 36 12,4
37 Belier.		7	2 32 1	3 13 5,5	13 29,5	13 57,5	32 1 17	34 2 8 0	32 1 17,3
		8	2 34 54	3	16 19	16 43,5	26 8 19	27 14 3 + 1½	26 8 [illegible]
		6	2 40 55	3 21 59	22 23,5	22 47,5	33 16 16	35 7 13 0	33 16 13,0
ρ Belier.		6	2 43 58	3	25 28	25 52,5	31 42 40	33 13 3 + 1	31 42 [illegible]
ι Belier.		6		3	28 57	28 30,5	28 23 54	30 4 10 + 6	28 23 51,6
49 Belier.	6	7	2 49 0	3	30 24	30 40,5	23 16 12	24 13 2 + 5	23 16 13,6
		7	2 52 23	3 33 29,5	33 53,5	34 17	33 51 14	36 1 12 + 6	33 51 15,1
	8	9	2 57	3	38 34	38 55	30 19 5	32 5 7 — 5½	30 19 2,0
δ Belier.				3	41		29 57 55		
12 Eridan.				3 43 30	43 56,5	44 23,5	88 38 12	87 14 1 — 5	88 38 6,5
α Persée.				3 49 33,5	50 0,9	50 25,2	84 38 4	85 12 10 — 6	84 38 [illegible]
ξ Taureau.			3 15 20	3 56 17,2	56 40,5	57 3,5	[illegible]	[illegible] 8 13 0	[illegible]
	6	7	3 18 24	3 59 23,5	59 [illegible]	0 13	38 16 [illegible]	40 13 4 — 2	
		6	3 21 24	4 2 27	2 52,5	3 17,5	36 8 18	[illegible] 13 0 + 7	
[illegible] 9 Taureau.			3 [illegible] 1	4	5 29,5	5 54,2	[illegible] 22 55	28 2 4 0	
11 Taureau.		6	3 [illegible] 10	4 8 40	9 5,5	9 30,5	23 14 47	25 13 13 + 6	
	7	8	3 [illegible] 17	4			[illegible]		
m Taureau.	7	6	3 34	4 17 4,6	13 30	1[illegible] 53	24 13 [illegible]	26 5 14 — 5	24 43 [illegible],3
η Pleiades.				4 19 27,5	15 42,5	16 17,2	25 20 [illegible]	27 2 3 + 7	25 20 [illegible]
f Atlas.				4	17 10	17 4[illegible]	25 29 13	27 3 0 — 6	[illegible] 11,8
	7	8	3 39 3	4	20 29,5	20 53	24 [illegible]	5 13 11 + 2	[illegible] 21 2[illegible]
ζ Persée.		5		4 25 43	26 10	26 38,5	13 43 5	14 10 2 0	13 43 3,7
[illegible] Taureau.	6	7		4 29 21	29 45	30 9,5	29 17 7	31 3 13 — 6½	29 17 4,2
A Taureau.				4 32 44	33 8,5	33 33	27 23 14	29 3 7 — 0	27 23 14,1
		6	3 55 42	4 36 44	37 8,5	37 34,5	27 4 9		

[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
I[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2[illegible] 4 9 + 3	[illegible]
ζ Taureau.		[illegible]	[illegible]					
[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 1 0 + 5½	[illegible]
[illegible] Taureau.		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 2 1 + 0	[illegible]
	9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 7 10 + 6	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 6 [illegible] — 1	[illegible]
Aldebaran.			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 15 13 + 6	[illegible]
τ Taureau.			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 1 8 + 5½	[illegible]
[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 4 + 0	[illegible]
[illegible] Orion.	5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8 11 + 6	[illegible]
	6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 3 5 + 0	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 14 + 0	[illegible]
	8	[illegible]	[illegible]	[illegible] 20	[illegible]	[illegible]	[illegible] 10 0 + 6	[illegible]
γ d'Orion.	6	[illegible] 2	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 7 — 1	[illegible]
3 Eridan.	4		[illegible]	[illegible] 21	[illegible]	[illegible]	[illegible] 3 8 — 1	[illegible]
Chèvre.			[illegible]	[illegible]	12 [illegible]	[illegible]	[illegible] 5 [illegible]	[illegible]
[illegible]			[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible] 2 [illegible] 3	[illegible]
	7	5 8 1	[illegible]	[illegible] 22	[illegible]	[illegible]	[illegible] 3 13 + 0	[illegible]
	6	5 11	[illegible]		2 21	[illegible]	[illegible] 2 5 + 0	[illegible]
β Taureau.			[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible] 13 4 — 3	[illegible]
Étoile double.	6	5 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 8 [illegible] 6	[illegible]
δ Orion.	5	[illegible]	[illegible]	2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 9 14 — 2	[illegible]
c Orion.	6	5 2[illegible] 2	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible] 6 15 + 2	[illegible]
ε Orion.	4	5 [illegible] 2	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible] 0 8 0	[illegible]
ζ Orion.		5	[illegible]	[illegible]	[illegible] 2	[illegible]	[illegible] 5 3 — 4	[illegible]
	7	5 2 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 7 13 — 5	[illegible]
	6	5 [illegible] 2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 6 5 + 3	[illegible]
	7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 15 [illegible] + 0	[illegible]
α Orion.		5 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 4 6 + 6½	[illegible]
		5 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 1 11 + 2	[illegible]
H Gémeaux.		5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 5 [illegible] 6	[illegible]
		5 [illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 11 — 1	[illegible]
Th. 6e.		5 [illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible] 7 4	[illegible]
Bar. 28 p. 61.		6 [illegible]	6 [illegible]	2 [illegible]	12 [illegible] 2.	[illegible]	[illegible] 2 8 — 3	[illegible]
		6 [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 1 14 + [illegible]	[illegible]
μ Gémeaux.			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 0 3 + 1	[illegible]
γ Gémeaux.			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 7 4 — 1	[illegible]
ι Gémeaux.			[illegible]	[illegible] 2	[illegible]	2 [illegible]	[illegible] 1 13 + 0	[illegible]
Sirius.			[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] 9 15 + 6	[illegible]
α Gémeaux.			[illegible]	[illegible]	[illegible] 2	[illegible]	[illegible] 1 + 2	[illegible]
Procyon.			[illegible]	[illegible]	[illegible] 2	[illegible]	[illegible] 8 + 6	[illegible]
β Gémeaux.			[illegible]	[illegible] 14	[illegible]	[illegible] 2	[illegible] 3 — 3	[illegible]

OBSERVATIONS

DE LA PREMIÈRE COMÈTE de 1788.

Découverte et observée à Paris de l'Observatoire de la Marine, aux mois de novembre et de décembre (1).

Avec un détail abrégé du grand hiver de 1788 à 1789.

PAR M. MESSIER.

LA nuit du 25 au 26 novembre, le ciel fût parfaitement beau et pur; j'observai cette nuit l'émersion du quatrième satellite de Jupiter qui eut lieu à 12h 0' 15'' du tems vrai. Après cette observation, je parcourus le ciel avec une lunette de nuit, et je découvris à minuit et demi une nouvelle comète, qui paroissoit dans la grande Ourse, près de l'étoile ψ de 3me à 4me grandeur, qui est placée près une des pattes de derrière de cette constellation; la comète n'étoit pas visible à la vue simple; à la lunette de nuit elle paroissoit avec assez d'éclat, le noyau brillant, environné d'une nébulosité sensible, avec une queue de 2 à 3 degrés d'étendue, mais d'une lumière très-foible. Pour l'observer et déterminer son lieu, j'ai employé une grande

(1) C'est la vingt-huitième des comètes que j'observe à l'observatoire de la marine, et la LXXV dont on ait déterminé l'orbite, en suivant la table des comètes qui est rapportée dans l'Astronomie de M. de la Lande.

lunette acromatique à trois verres pour l'objectif de 3 pieds ½ de foyer, portant 40 lignes d'ouverture, garnie d'un micromètre à fils, et la lunette montée sur une machine parallatique, placée à peu de chose près dans le plan du méridien.

Je comparai la comète cette premiere nuit à une étoile télescopique de 8me à 9me grandeur, qui étoit double, ce fut la suivante des deux; pour connoître sa position, je la comparai à d'autres étoiles pour parvenir à l'étoile ψ de la grande Ourse (1); par ces observations, je déterminai le lieu de l'étoile double, que je trouvai de 166°. 3′ 11″ pour son ascension droite, et 46°. 59′ 48″ pour sa déclinaison boréale, de cette position je déterminai celle de la comète. Le 25 novembre, à 13h 39′ 12″, tems vrai, la comète suivoit l'étoile double au fil horaire du micromètre de 43′ 0″, elle étoit supérieure à l'étoile de 29′ 29″. De ces différences, il a résulté la position de la comète de 166°. 46′ 11″ en ascension droite, et 47° 29′ 17″ en déclinaison boréale; la comète, la même nuit, fut comparée encore deux fois à la même étoile.

Les détails de cette premiere observation font connoître la méthode qui a été employée pour déterminer les lieux de la comète, elle sera la même pour toute la durée de l'apparition; on trouvera ses positions, avec celle des étoiles, qui auront servi à sa détermination, dans deux tables que je rapporte à la suite de ce Mémoire.

Comme cette comète parut pendant la durée du grand hiver de 1788 à 1789, elle ne put être observée avec tout le soin qu'on auroit pu y apporter dans tout autre

---

(1) Les positions de ces étoiles qui passent 45° de déclinaison, se trouveront dans les observations de 8000 étoiles boréales que M. de la Lande va publier. L'étoile ψ, le premier janvier 1790, avoit 164°. 26′ 50″ d'ascension droite, et 44° 24′ 23″ de déclinaison, suivant M. de la Lande, ce qui diffère du Catalogue de Flamsteed, dont je me suis servi.

temps

tems de l'année ; dans un observatoire sans feu, avec les fenêtres ouvertes, on perd jusqu'à la faculté de manœuvrer ; la pendule qui servoit aux observations se trouvoit continuellement arrêtée ; la gelée avoit coagulé et épaissi les huiles ; j'étois souvent obligé de la mettre en mouvement pendant la durée de chaque observation, et souvent obligé de me servir de ma montre à secondes pour avoir l'heure.

Je place ici en abrégé, les effets qu'a produit à Paris ce grand hiver, et je reviendrai ensuite aux détails des observations de la comète.

Grand Hiver de 1788 *à* 1789.

Cette comète commença à paroître avec la première gelée de ce grand hiver : avant le 25 de novembre, la température avoit été très-douce, le thermomètre n'étoit descendu à zéro, que très-rarement ; mais le 25, à 7 heures du matin, par un ciel parfaitement beau et pur, le vent au nord-est, le thermomètre au mercure descendit à 2 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la glace ; depuis ce jour le froid augmenta, il fut d'une intensité et d'une durée, dont l'histoire ne fournit aucun exemple pour Paris : il geloit à toutes les heures du jour et de la nuit jusqu'au 25 décembre, qu'un faux dégel s'étoit annoncé ; mais la gelée reprit deux jours après avec plus de force qu'auparavant : le froid de cet hiver mémorable ne cessa que le 13 janvier 1789. Ce jour le thermomètre, à huit heures du matin, étoit encore à un degré au-dessous de la congélation, à midi il étoit remonté à un degré $\frac{1}{2}$ au-dessus ; il continua à remonter peu-à-peu, et se tint les jours suivans au-dessus de la glace, ce qui amena un dégel lent et sans beaucoup d'accidens.

Voici le détail abrégé de ce grand hiver, avec les plus grands froids que j'ai observés de mon observatoire à deux

thermomètres au mercure, les mêmes qui avoient déja servi à marquer le grand froid de l'hiver de 1776. (L'échelle de ces deux thermomètres de la glace à l'eau bouillante, est de 85 degrés.) On trouvera ces deux thermomètres décrits et gravés dans nos Mémoires pour 1776.

Le 24 novembre, la gelée commença. Dès le 26 novembre la rivière de Seine se trouva gelée en plusieurs endroits, peu de jours après elle fut entièrement prise, et continua de l'être pendant la durée de la gelée : la débacle des glaçons, qui étoient d'une grande épaisseur, n'arriva que le 20 janvier, vers midi et demi ; au-dessus du pont de la Tournelle, le 21, vers deux heures de l'après-midi : le 22 et le 23 la rivière charioit encore des glaçons ; ils avoient jusqu'à 18 pouces d'épaisseur.

Pendant que la rivière fut gelée, elle étoit fréquentée comme les rues ; on y voyoit passer, sans aucune crainte, les hommes et les femmes, même des animaux : on y avoit établi de petites boutiques de fruits et autres ; à côté des passages les plus fréquentés, qui répondoient aux guichets du Louvre, pour passer au fauxbourg Saint-Germain, les ponts n'étoient pas préférés, moi-même je la passai plusieurs fois. Curieux de connoître l'épaisseur de la glace sur une eau tranquille, j'écrivis pour avoir celle de l'épaisseur du canal de Versailles : M. le comte d'Angivillers voulut bien donner des ordres ; cette opération fut faite avec soin le 22 décembre ; on la trouva épaisse, dans plusieurs endroits, depuis 10 pouces $\frac{1}{2}$ jusqu'à 12 pouces $\frac{1}{2}$.

Du 5 au 6 décembre, il tomba à Paris environ 5 pouces de neige, qui se conserva dans sa totalité, la terre étant gelée.

Le 16, il en tomba 2 pouces $\frac{1}{2}$.

Le 27, un pouce et demi, ce qui fait environ 9 pouces de neige, existante pendant la durée du grand froid.

Voici les froids les plus grands et les plus vifs que

j'observai de mon observatoire aux deux thermomètres de mercure que j'ai cités.

Le 28 novembre, à 7 heures $\frac{1}{4}$ du matin, le vent nord, le ciel serein, les thermomètres marquoient onze degrés au-dessous du terme de la congélation.

Le 29, à la même heure, le vent étant le même, ainsi que le ciel, serein et très-beau, 10 degrés.

Le 10 décembre, aussi à la même heure, le vent étoit N-N-E, le ciel clair, les thermomètres marquoient 10 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 15, à la même heure, même ciel, 11 degés $\frac{3}{4}$.

Le 16, à 10 heures $\frac{1}{2}$ du soir, le vent N-E, et le même ciel, 10 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 17, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin, le vent N-N-E, même ciel serein, 12 degrès; à 10 heures du soir, 10 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 18, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin, le vent N-N-O, le ciel clair, le baromètre à 28 pouces 2 lignes, les thermomètres marquoient 14 degrés; à 9 heures $\frac{1}{2}$ du soir, 10 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 19, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin, le ciel clair et le vent S-E, 12 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 28 décembre, à 7 heures du matin, le vent N-N-E, 10 degrés $\frac{1}{4}$.

Le 29, à 7 heures $\frac{3}{4}$ du matin, le ciel clair, le vent N-N-E, les thermomètres étoient à 12 degrés $\frac{1}{2}$. Ce jour le froid étoit extrêmement piquant, bien plus sensible que lorsque les thermomètres étoient le 18 à 14 degrés, et cela à cause d'un vent sensible et âpre qui régna toute la journée.

Le 30, à 7 heures $\frac{1}{4}$ du matin, le ciel clair, le vent N-N-E, le baromètre à 28 pouces 4 lignes, les thermomètres etoient descendus à 14 degrés $\frac{1}{2}$, moins de vent que le jour précédent, et le froid, quoique plus grand de deux degrés, étoit moins piquant : à 9 heures du soir, le ciel étant le même que le matin, les thermomètres étoient encore à 14 degrés.

Le 31, à 7 heures $\frac{1}{4}$ du matin, le ciel étant le même, beau

et très-clair, le vent E-S-E, le baromètre à 28 pouces, 7 lignes $\frac{1}{2}$, les thermomètres marquoient 18 degrés $\frac{1}{4}$ et 18 degrés $\frac{3}{4}$; un peu de vent qui régnoit étoit extrêmement vif et piquant : ce jour fut le plus grand froid de cet hiver, et il n'y a pas d'exemple d'en avoir vu un semblable à Paris. A midi, même jour 31, les thermomètres remontèrent à 10 degrés, le baromètre descendit, le vent tourna au sud, et le ciel, vers les 8 heures du soir, se couvrit en partie de nuages légers ; le baromètre avoit descendu de 3 lignes depuis midi ; après 8 heures le ciel se couvrit également, et il tomba une neige très-fine, très-luisante, le vent avoit augmenté l'après-midi, et il incommodoit beaucoup par son âpreté ; les thermomètres étoient toujours restés à 10 degrés au-dessous de la congélation ; la neige fine qui étoit tombée, fut estimée d'un demi-pouce.

La nuit du 31 décembre au 1er janvier 1789, le ciel fut couvert.

Le 1er janvier, à 8 heures du matin, les thermomètres à 6 degrés au-dessous de zéro, le vent au sud, et le baromètre continuoit à descendre, le ciel étoit couvert d'un brouillard très-épais et bas, qui tomboit en pluie fine la matinée, ensuite il tomba une neige très-large et abondante, environ deux pouces : à 9 heures du soir, les thermomètres étoient remontés au terme de la congélation.

Le 2, les thermomètres restèrent presqu'au même terme de zéro.

Le 3, un grand brouillard très-épais et bas, dura toute la matinée et l'après-midi jusqu'à 7 heures du soir qu'il se dissipa : à 10 heures le ciel devint extrêmement clair, le vent s'étoit reporté vers le nord, le baromètre étoit remonté à une très-grande hauteur, à 28 pouces 6 lignes, et les thermomètres étoient descendus à 9 degrés au-dessous de la congélation.

Le 4, à 3 heures $\frac{1}{2}$ du matin, ils étoient à 12 degrés ; le soir à 7 heures, à 10 degrés.

Le 5, à 4 heures du matin, à 12 degrés $\frac{1}{4}$; à 8 heures du soir, à 12 degrés; le vent étoit N-E, le ciel étoit très-clair, et le baromètre étoit monté à une très-grande hauteur, 28 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$.

Le 6, le baromètre étant descendu de 3 lignes $\frac{1}{2}$, le ciel se couvrit pendant la nuit du 5 au 6; un grand vent de N-E s'éleva, et à 7 heures du matin, il tomba quelques parcelles de neige; le ciel ensuite s'éclaircit, les thermomètres étoient descendus à 8 dégrés; à huit heures du soir, 8 degrés $\frac{1}{2}$.

Le 7 janvier, à 4 heures du matin, le ciel étant clair et le vent N-N-E, très grand et très-piquant, les thermomètres étoient descendus à 12 degrés $\frac{1}{2}$; à 8 heures du matin ils étoient à 13 degrés; à midi, à 8, et à 8 heures du soir, à 9 degrés.

La nuit du 7 au 8 le ciel se couvrit, et il tomba environ un demi-pouce de neige.

Le 8, à 8 heures du matin, le ciel étant devenu clair, les thermomètres marquoient 8 degrés $\frac{1}{4}$, à midi 6 degrés, et à 9 heures du soir 4 degrés $\frac{1}{2}$; le baromètre avoit descendu pendant le journée, il étoit à 27 pouces 8 lignes; le vent à l'est; et le soir le ciel fut également couvert d'un brouillard élevé.

La nuit du 8 au 9, il tomba un demi-pouce environ de grésil, le grain rond et très-lourd.

Le 9, à 8 heures du matin, le vent qui étoit les jours précédens du côté du nord, avoit passé au sud par l'est; le ciel étoit éclairci; les thermomètres marquoient 4 degrés $\frac{1}{2}$, à midi 1 degré $\frac{1}{2}$, à 9 heures du soir 1 degré; le ciel fut assez beau pendant la matinée, il se couvrit également d'un brouillard élevé vers midi, et resta couvert le reste de la journée: couvert également pendant la journée du 10, le baromètre avoit continué de descendre, il étoit à 27 pouces 5 lignes, le vent au sud et les thermomètres à 2 degrés au-dessous du zéro.

Le ciel s'éclaircit la nuit du 10 au 11 ; le 11, à 7 heures $\frac{1}{2}$ du matin, les thermomètres marquoient 6 degrés au-dessous de la congélation ; à 8 heures le ciel se couvrit également, et resta couvert toute la journée ; le soir il l'étoit tellement, qu'on ne pouvoit pas voir la lune, quoique dans son plein ; l'après-midi il tomba une neige abondante et [illegible], environ 1 pouce.

Le 12, il gela encore toute la journée : à 8 heures du matin et à 9 heures du soir, les thermomètres marquoient encore 2 degrés et 2 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la glace ; le ciel fut couvert toute la journée, et l'après-midi, vers les six heures, il s'éleva un très-grand vent d'est.

La nuit du 12 au 13, le ciel fut couvert, et il tomba une petite grêle.

Le 13, à huit heures du matin, les thermomètres étoient encore à $\frac{1}{4}$ de degré au-dessous de la glace, à midi ils étoient pour la première fois remontés à 1 degré $\frac{1}{2}$ au-dessus, le vent étoit S-E, et depuis la veille le mercure dans le baromètre avoit baissé ; le 13, à 10 heures du soir, il étoit descendu à 27 pouces 3 lignes 5 douzièmes, le vent au sud.

Ce jour 13 janvier, fut le dernier de la gelée, qui avoit duré cinquante jours consécutifs, de la manière la plus opiniâtre et la plus constante.

Avant le 24 novembre, on n'avoit pas eu de froid, les thermomètres étoient restés au-dessus du terme de la congélation, excepté le 8 du même mois de novembre, où ils étoient descendus à 1 degré $\frac{1}{2}$ au-dessous de zéro, et ce fut même la première gelée de ce grand hiver ; il en fut de même le 13 janvier pour le dernier jour de la gelée ; les thermomètres se tinrent au-dessus du terme de la congélation, le reste du mois de janvier ; ce qui amena le dégel par degrés, la fonte de la glace, et de la grande quantité de neige qui étoit tombée qui s'étoit conservée ; cette neige qui avoit été foulée aux pieds étoit devenue très-serrée et très-compacte, il fallut du tems pour la fondre ; de manière

que les rues de Paris furent long-tems presque impraticables.

Ce grand hiver se fit sentir avec le même degré de froid, non-seulement en France, mais aussi dans une grande partie de l'Europe.

Observations de la Comète.

Le 26 novembre 1788, le soir il tomboit de la neige; le ciel s'éclaircit la nuit du 26 au 27, je ne montai à mon observatoire qu'à 6 heures du matin, le ciel étoit clair, et la comète paroissoit; elle étoit alors si près du zénith, que la lunette montée sur sa machine parallatique ne put y atteindre; je fus obligé de n'en prendre que la configuration avec les étoiles voisines au moyen d'une lunette de nuit, elle formoit un triangle très-obtus avec les deux étoiles γ et β du carré de la grande Ourse, j'en ai rapporté la position estimée, dans la première table des lieux apparens de la comète, qui est à la suite de ce Mémoire.

Le 27 au soir, le ciel étoit beau, mais le thermomètre étoit descendu à 10 degrés au-dessous de la glace, je trouvai la pendule arrêtée; elle fut mise en mouvement avant mes observations : je comparai la comète directement à l'étoile β de seconde grandeur du carré de la grande Ourse (1); j'ai rapporté dans la première table trois positions de la comète déterminée à différentes heures : la comète paroissoit avoir un peu plus de lumière que la nuit du 25 au 26.

Le 28, beau temps le soir, je reconnus que la comète avoit augmenté en lumière, que le noyau étoit plus sensible,

(1) On trouvera dans la Connoissance des Temps de 1793 les corrections que M. de Lambre a calculées pour les ascensions droites de cette étoile et de toutes les étoiles principales; mais pour celle-ci il n'y a qu'une seconde à ôter du catalogue de la Caille, qui est dans la Connoissance des Temps de 1790. Pour γ c'est 18".

environné de nébulosité, avec une apparence de queue très-courte; elle étoit placée sur le parallele de l'étoile α du carré de la grande Ourse, à laquelle elle fut comparée directement : cinq positions à des heures différentes sont rapportées dans la première table.

Le 29, il y eut du brouillard l'après-midi, il continua d'exister le soir, les étoiles paroissoient à travers, je vis la comète, que je comparai directement à l'étoile λ de la queue du Dragon.

Le 30, le ciel fut couvert le soir de brouillard élevé, à minuit il existoit encore, je quittai mon observatoire; mais à 4 heures du matin le 1er décembre, le brouillard étoit dissipé et le ciel étoit devenu très-beau, la comète paroissoit près du pôle avec plus de lumière que les jours précédens, et je pouvois la voir à la vue simple; sa grande hauteur au-dessus de l'horison à 4 heures du matin, ôta tout moyen de pouvoir l'observer avec la grande lunette; tout ce que je pus faire, ce fut d'en prendre la configuration avec les étoiles voisines; elle formoit un triangle obtus avec l'étoile polaire et l'étoile κ, 3me grandeur de la queue du Dragon : cette configuration fut prise vers 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin; j'ai rapporté cette position estimée dans la première table.

Le 1er décembre, le ciel fut couvert le soir jusqu'à onze heures que je quittai mon observatoire; mais à 4 heures du matin le 2, le ciel s'étoit éclairci, la comète paroissoit près de l'étoile polaire, la comète et l'étoile étoient contenues dans le champ de la lunette, la lunette d'observation ne put y atteindre, et je fus obligé d'estimer le lieu de la comète par une configuration qu'elle formoit avec les étoiles voisines; cette estime fut faite vers 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin.

Le 2, le ciel fut assez beau depuis 6 jusqu'à 9; la comète et l'étoile polaire, avec deux autres étoiles de 6me et de 8me grandeur, étoient contenues dans le champ de la lunette de nuit; ce ne fut pas sans peine que je pus comparer

parer la comète à l'étoile de 6me grandeur, à cause de sa grande hauteur; il fallut incliner de beaucoup le pied de la lunette d'observation, pour pouvoir y atteindre, de manière que la détermination de la comète qui en a résulté, et que j'ai rapportée dans la première table, doit être regardée comme douteuse : l'étoile 6me grandeur, qui n'étoit pas connue, sa position fut déterminée les jours suivans, par sa comparaison avec l'étoile polaire, au moyen d'étoiles intermédiaires; c'est l'étoile n°. 1 de la seconde table.

Le 3, beau tems le soir, la comète paroissoit au-dessus de l'étoile polaire et près de γ de Céphée qui étoit près du méridien; la grande hauteur où se trouvoit la comète, rendit encore la lunette d'observation inutile, elle ne put y atteindre; il fallut me restreindre à dessiner une configuration de la comète avec les étoiles voisines, et c'est de cette configuration que j'ai estimé la position de la comète. Le 4, à 4 heures du matin, la comète devoit se trouver près du méridien au-dessous du pôle, où la lunette d'observation pouvoit atteindre; mais le ciel se trouva également couvert d'un brouillard élevé qui dura jusqu'au jour.

Le 5, vers les 4 heures du matin, le ciel étant fort beau, la comète paroissoit au-dessous du pôle, avec la même lumière que les jours précédens; elle étoit près d'une étoile de 5me à 6me grandeur, qui ne se trouve pas dans le catalogue de Flamsteed. A $4^h\ 47'\ 20''$ de tems vrai, la comète avoit même déclinaison que l'étoile; la comète fut comparée 4 fois à cette étoile : à la dernière comparaison, la comète avoit, à peu de chose près, même ascension droite que l'étoile. Pour connoitre la position de cette étoile que je rapporte dans la seconde table sous le n°. 22, je la comparai à l'étoile ι de Céphée 4me grandeur.

Le 7, je changeai la position de la lunette qui, jusqu'à ce jour, avoit été placée à une fenêtre du nord de mon observatoire, parce que je pouvois voir la comète les jours suivans d'une croisée placée au midi. Le soir vers les

8 heures, le ciel s'éclaircit; mais la lune qui étoit sur l'horison répandoit une très-grande lumière, j'eus beaucoup de peine à trouver la comète avec la lunette d'observation, celle de nuit étoit insuffisante; enfin je la trouvai, et j'avois commencé à la comparer à une étoile de 6me grandeur, lors du passage de l'étoile au fil horaire du micromètre qui suivoit la comète; le ciel se couvrit également d'un brouillard élevé; avant l'observation j'avois eu soin de prendre la configuration que formoit la comète avec les étoiles κ, α et β de Cassiopée, γ de Céphée et la Polaire; c'est de cette configuration que j'ai estimé la comète que j'ai rapportée dans la première table.

Le 9 décembre, le ciel fut très-beau pendant la journée, avec un peu de brouillard; le soir le brouillard étoit un peu augmenté, et la lune qui étoit sur l'horison, répandoit une grande lumière; la comète étoit difficile à découvrir; je la cherchai depuis 6 heures jusqu'à 8 aux environs de la main d'Andromède; je continuai encore ces recherches depuis 10 heures jusqu'à 11 $\frac{1}{2}$ sans pouvoir la trouver. M. Méchain, à l'observatoire, fut plus heureux que moi; il l'observa, et l'observation qu'il m'en a donnée, est rapportée dans la première table, et sur la carte céleste de sa route, que j'en ai tracée.

Le ciel fut couvert les nuits suivantes jusqu'au 14 décembre; le 14, le ciel étant beau le soir, je cherchai la comète avec la grande lunette d'observation, je la trouvai entre deux belles étoiles α d'Andromède et β de Pégase; comme je n'avois pu voir la comète depuis le cinq, je la trouvai ce soir diminuée de lumière, on ne pouvoit plus la voir avec une lunette de nuit; le noyau encore brillant, étoit environné d'une légère nébulosité, qui s'étendoit assez pour indiquer encore la direction de sa queue, qui étoit extrêmement foible. Je comparai la comète directement à l'étoile β de Pégase, et à une étoile nouvelle estimée de 7me grandeur, qui étoit fort près de la comète; la position

de cette étoile fut connue en la comparant directement à β, je l'ai rapportée dans la seconde table sous le n°. 14. Les positions de la comète qui ont résulté des observations, sont dans la première.

Le 15, le ciel fut également couvert le soir.

Le 16, dans l'après-midi, il tomba environ deux pouces de neige; vers les 8 heures du soir le ciel commença à s'éclaircir, et devint fort beau, point de lune, et je reconnus sensiblement que la comète avoit perdu beaucoup de sa lumiere, et qu'en éclairant les fils du micromètre, une trop grande lumière la faisoit disparoître. Elle paroissoit près de trois étoiles estimées de 8me grandeur, et sur le parallèle de deux étoiles τ et υ de Pégase, qu'on trouve dans le catalogue de Flamsteed; la comète fut comparée à l'une et à l'autre de ces deux étoiles : j'en ai rapporté les positions dans la première table, et celle des deux étoiles dans la seconde.

Le 17, dans la matinée, il tomba plus de deux pouces de neige; le ciel se découvrit le soir; j'observai la comète, que je comparai plusieurs fois à l'étoile υ de Pegase; j'en ai rapporté deux positions dans la première table.

Le 18, léger brouillard le soir, et ce ne fut pas sans peine que je pus voir la comète; je la comparai à deux étoiles qui étoient sur son parallèle; ces deux étoiles étoient r^1 et r^2 de Pégase : on ne trouve dans le grand catalogue de Flamsteed que la position de la seconde, et toutes les deux sont rapportées sur la carte de son atlas : je déterminai la position de r^1 par r^2. De la position de ces deux étoiles, j'ai déduit celle de la comète; on la trouvera dans la première table, et celles des deux étoiles dans la seconde : les déterminations de la comète furent un peu douteuses; à cause du brouillard qui affoiblissoit sa lumière.

Les 19, 20, 21 et 22, le ciel fut couvert les soirs.

Le 23 décembre, le ciel devenu parfaitement beau, je cherchai la comète avec la grande lunette d'observation;

je la trouvai près de l'étoile 74me de Pégase, 7me grandeur, suivant le catalogue de Flamsteed; je la comparai plusieurs fois à cette étoile et à l'étoile 76me, 6me grandeur de la même constellation. La comète étoit très-difficile à voir, et la moindre lumière employée pour éclairer les fils du micromètre, la faisoit disparoître : au milieu de la nébulosité on distinguoit encore une lumière plus forte; les observations de ce soir indiquoient que la comète ne seroit plus visible que pendant quelques jours.

Le 24 et le 25, le ciel fut couvert.

Le 26, le ciel clair par intervalle, je cherchai la comète qui devoit se trouver sur le parallèle de la belle étoile *Markab*, je la trouvai placée entre deux étoiles, l'une de 7me à 8me grandeur, et la seconde de 8me. Je comparai la comète avec ces deux étoiles qui furent déterminées les jours suivans par comparaison avec *Markab*; j'ai rapporté les positions de la comète dans la première table, et celles des deux étoiles dans la seconde, sous les n°s 13 et 19. Comme la comète se trouvoit sur le parallèle de *Markab*, j'avois commencé à observer le passage de cette étoile au fil horaire du micromètre, mais à celui de la comète le ciel se trouva couvert.

Le 27, le ciel fut couvert le soir.

Le 28, le ciel fut fort beau le soir, la comète se voyoit avec beaucoup de peine avec la grande lunette d'observation; pour l'observer je fus obligé de supprimer toute lumière pour éclairer les fils du micromètre; j'estimai son passage au fil, de manière que les observations devinrent douteuses. Je la comparai trois fois de cette manière à une étoile nouvelle de 6me à 7me grandeur, que je connus en la comparant à l'étoile *q* de pégase; la position de la comète qui a résulté de cette étoile déterminée, est rapportée dans la première table, et celle de l'étoile dans la seconde, sous le n°. 21.

Le 29, beau temps le soir, mais le ciel n'étoit pas pur, je ne vis la comète qu'avec beaucoup de peine, il n'étoit

plus possible d'éclairer les fils du micromètre, sans la faire disparoître : le micromètre porte deux reticules, l'un est à fils très fins, pour les observations à faire de jour ; l'autre porte des lames et sert aux observations qui se font la nuit, sans avoir besoin d'éclairer, parce que l'astre se cache un instant pour reparoître, et fait juger par-là de son passage au fil horaire ; il en est de même du curseur. Les parties du micromètre sont les mêmes pour les deux reticules : ce micromètre est fait avec soin, il a été construit par M. Mégnié, l'un de nos meilleurs artistes en instrumens d'astronomie. Je comparai la comète directement à l'étoile *η* de Pégase ; j'en ai rapporté trois observations dans la première table, et ce sont les dernières, n'ayant pu revoir la comète les jours suivans.

Suivant mes observations la comète a été observée depuis le 25 novembre jusqu'au 29 décembre 1788, ce qui fait un intervalle de 29 jours.

Je rapporte dans une table qui suit, les déterminations de la comète, en ascension droite et en déclinaison, avec les différences de passages qui ont eu lieu entre la comète et les étoiles au fil horaire du micromètre ; il en sera de même pour les différences en déclinaison qui ont été déterminées entre la comète et les étoiles ; ces différences sont marquées des signes + et —, le premier indique qu'il faut ajouter ces différences aux positions des étoiles avec lesquelles la comète aura été comparée, pour avoir l'ascension droite et la déclinaison de la comète ; le second signe indique qu'il faudra ôter.

Les deux colonnes qui contiennent ces différences forment la base de toutes les observations, et peuvent servir à rectifier les positions de la comète, lorsque dans la suite on déterminera avec plus de précision la position des étoiles, comme l'annonce M. de la Lande.

La seconde table contient les ascensions droites et les déclinaisons des étoiles, qui ont été employées à la déter-

mination du lieu de la comète, tant celles qui ont été prises des catalogues, que celles que j'ai déterminées en les comparant à des étoiles connues. Leurs positions sont réduites au tems des observations; je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les catalogues, sous le titre de *variation annuelle*.

Je joindrai à la suite de mon Mémoire sur la troisième comète qui a paru en 1790, et que j'ai observée, une carte céleste pour cette troisième comète, sur laquelle je rapporterai la route apparente de celle dont je viens de parler, parmi les étoiles fixes, et il sera facile de juger de sa position et de celles des étoiles qui auront été employées à sa détermination; elles seront enfermées dans un cercle. L'on verra aussi par cette carte que cette comète a commencé à paroître dans le carré de la grande Ourse, près de l'étoile ♈; qu'elle a passé près de la queue du Dragon, et traversé le cou de la Giraffe; qu'elle a passé à deux degrés du Pole, et à un peu plus d'un degré de l'étoile Polaire; puis entre le pied droit de Céphée et le Renne, ensuite entre Céphée et Cassiopée, près de la main droite d'Andromède, et qu'elle a cessé de paroître sur l'aile australe de Pégase, après avoir traversé le carré de cette constellation.

M. Méchain, qui a observé cette comète, a déterminé, d'après ses observations, les élémens de son orbite de la manière suivante, dans la Connoissance des Temps de 1791, page 369.

Lieu du nœud ascendant.	5. 7. 10. 38
Inclinaison de l'orbite.	12. 28. 20
Lieu du Périhélie dans l'orbite. . . .	3. 9. 8. 27
Logarithme de la distance Périhélie. .	0, 0265381.

Passage au Périhélie le 10 novembre, à $7^h\ 55'$, temps moyen à Paris.

Sens du mouvement. . . . . retrograde.

TABLE PREMIÈRE

DES LIEUX APPARENS DE LA COMÈTE [illegible]

COMPARÉE AUX ÉTOILES FIXES.

1788	TEMPS VRAI	Ascension droite de la Comète observée.	Déclinais. de la Comète observée. Boréale.	Différence en ascens. dr. de la Comète avec les ét.	Différence en déclinais. entre la Co. et les étoiles.	[illegible]	[illegible]	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S	M. S.			
Nov. [illegible]	13 39 12	166 46 11	47 29 17	+ 0 43 0	+ 29 29	8 9	3	
	14 16 14	166 45 26	47 35 55	+ 0 42 15	+ 35 45	8 9	3	La même déterminée.
	1[illegible] 57 38	166 44 11	47 45 48	+ 0 41 30	+ 44 0	8 9	3	
2[illegible]	18 0 0	166 5 0	55 30 0	. . . .	. . . . .	2	β γ	Gr. Ourse. Comète estimée.
[illegible]	10 2 0	165 50 29	5[illegible] 8 [illegible]	+ 3 55 45	— 41 40	2	β	
	10 33 0	165 49 59	56 5 2[illegible]	+ 3 59 15	— 37 8	2	β	
	10 59 0	165 49 10	56 [illegible] 14	+ 3 54 30	— 3[illegible] 55	2	β	
[illegible]	10 4 17	164 57 37	62 37 7	+ 2 19 15	+ 3 36	2	α	Grande Ourse.
	10 27 20	164 56 37	63 3 24	+ 2 18 15	+ 9 27	2	α	
	10 59 30	164 45 52	63 12 19	+ 2 17 30	+ 18 52	2	α	
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	α	
	11 25 0	164 52 52	63 19 1	+ 2 14 3	+ 25 34	2	α	
[illegible]	10 55 0	163 20 42	70 6 30	— 6 25 15	— 22 52	3 4	λ	Dragon.
	11 25 0	163 13 12	70 15 24	— 6 27 45	— 13 57	3 4	λ	
30	17 30 0	162 30 0	82 30 0	. . . .	. . . . . .	. . .	. . .	Position de la Comète
Déc. 1	17 30 0	162 0 0	87 0 0	. . . .	. . . . . .	. . .	. . .	estimée par configurations.
[illegible]	8 30 30	13 0 14	84 5[illegible] 18	+ 7 1 30	— 16 2	6	1	Nouv. déterm.
	9 0 0	358 30 0	76 46 0	. . . .	. . . . . .	. . .	. . .	estimée par configuration.
[illegible]	16 47 20	354 40 24	66 37 2[illegible]	+ 0 14 45	— 0 0	5	22	
	17 2 16	354 37 39	66 32 38	+ 0 12 0	— 4 43	5	22	Nouv. la même, déterminée.
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
	18 46 43	354 30 46	66 2 38	+ 0 5 7	— 34 43	5	22	
[illegible]	8 0 0	352 30 0	48 55 0	. . . .	. . . . . .	6	18	D'Andromède. Estimée
[illegible]	10 8 30	351 48 16	40 12 2	. . . .	. . . . . .	. . .	. . .	Position par M. Méchain.
1[illegible]	6 37 45	351 25 47	26 37 22	+ 0 4 45	— 4 45	7	14	Nouv. la même, déterminée
	7 59 26	351 25 32	26 32 3	+ 0 4 30	— 10 4	7	14	
	8 18 30	351 25 43	26 28 27	+ 8 2 30	— 27 57	2	β	Pégase.
	8 22 19	351 26 2	26 27 46	+ 0 5 0	— 14 21	7	14	Nouv. ci-dessus.
	9 16 4	351 25 32	26 23 54	+ 0 4 30	— 18 13	7	14	
16	9 42 27	351 25 34	22 54 34	+ 3 53 30	+ 20 2	6	τ	
	10 1 [illegible]	351 25 34	22 55 33	+ 3 55 30	+ 19 0	6	τ	
	10 1 [illegible]	351 24 39	22 55 41	+ 2 43 15	+ 39 38	6	υ	
17	6 56 12	351 25 54	21 38 22	+ 2 44 30	— 35 44	6	υ	
	7 18 4	351 26 9	21 37 37	+ 2 41 45	— 36 29	6	υ	
18	6 21 57	351 26 56	20 22 52	— 4 1 30	— 10 14	6	1	Pégase.
	6 21 57	351 26 56	20 22 52	— 3 57 15	— 6 28	6	1	
23	6 49 40	351 41 19	15 30 45	— 0 0 52	— 8 14	7	74	
	7 5 28	351 41 0	15 30 19	— 0 1 7	— 8 20	7	74	
	[illegible] 54	351 41 7	15 30 30	— 0 1 0	— 8 21	7	74	
	[illegible]	[illegible]	15 29 59	— 1 16 37	+ 21 17	6	70	
26	7 35 37	351 56 50	13 31 49	+ 0 42 15	+ 5 19	7 8	13	Nouv. déterminée.
	[illegible]	[illegible]	13 33 15	— 0 24 30	— 7 21	8	19	
28	7 9 57	352 4 40	12 27 2	— 1 37 30	+ 28 4[illegible]	6 7	21	Nouv. la même, déterminée.
	[illegible]	[illegible]	12 26 6	— 1 37 30	+ 27 40	6 7	21	
	[illegible]	[illegible]	12 25 3[illegible]	— 1 39 0	+ 27 12	6 7	21	
29	6 25 1[illegible]	352 8 40	11 58 3	+ 2 32 45	+ 22 49	5 6	η	Pégase.
	6 43 4[illegible]	352 8 45	11 58 4	+ 2 33 0	+ 22 50	5 6	η	
	[illegible]	[illegible]	11 58 0	+ 2 33 15	+ 22 40	5 6	η	

TABLE SECONDE

Des Ascensions droites et des Déclinaisons des Etoiles avec lesquelles la première Comète de 1788 a été comparée.

Les positions sont réduites au temps des observations.

Ascension droite des Etoiles.	Déclinais. des Etoiles Boréale.	Grandeur des Etoiles.	N.° les Etoiles.	NOMS DES ETOILES QUI ONT SERVI A LA DÉTERMINATION DU LIEU DE LA COMÈTE.
D. M. S.	D. M. S.			
5 58 41	85 8 20	6	1	Déterm. par la Polaire, la Comète comparée le 2 décembre.
162 14 10	57 30 35	2	β	Grande Ourse. Comète comparée 3 fois le 27 novembre.
162 58 22	62 53 27	2	α	Grande Ourse. Comète comparée 5 fois le 28 novembre.
165 31 51	45 38 36	4 5	ψ	Grande Ourse, déduite de Flamsteed.
166 51 41	46 12 41	8	2	Déterminée par ψ ci-dessus.
166 5 11	46 50 58	8 9	3	Déterminée, double, la suiv. des 2, comp. à la Comète le 25 novembre.
167 37 41	46 28 50	8	4	Déterminée par l'étoile n°. 2 ci dessus.
169 45 57	70 21 22	3 4	λ	Dragon, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 29 novembre.
340 28 54	65 5 51	4	ι	Céphée déduite de Flamsteed.
343 23 13	26 51 24	2	β	Pégase, déduite de la Conn. des Temps. Comète comp. le 14 décembre.
347 30 9	66 4 23	6	5	Nouv. determinée par ι de Céphée.
348 15 0	74 23 36	7	6	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
348 21 9	66 5 8	6 7	7	Nouv. déterminée par ι de Céphée.
348 39 50	74 12 26	5	8	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
347 32 4	22 34 51	6	τ	Pégase, déduite de Flamsteed, Comète comparée 2 fois le 16 décembre.
347 46 40	74 6 41	6 7	9	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
348 41 24	22 14 6	6	υ	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée les 16 et 17 décembre.
349 24 9	66 41 37	7	10	Nouv. déterminée par ι de Céphée.
349 55 55	11 35 14	5 6	q	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée 3 fois le 29 décembre
349 37 39	21 55 18	7	11	Nouv. déterminée par υ de Pégase.
350 33 10	74 3 15	6 7	12	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
351 14 35	15 26 0	7 8	13	Nouv. déterminée par Markab. Comète comparée le 26 décembre.
351 21 2	26 42 7	7	14	Nouv. connue par α d'Andromède. Comète comp. 4 fois le 14 décembre.
351 22 24	66 19 2	7	15	Nouv. déterminée par ι de Céphée.
351 47 7	15 38 59	7	74	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée 3 fois le 23 décembre.
351 42 24	66 0 12	6 7	16	Nouv. connue par l'étoile ι de Céphée.
351 48 40	11 42 4	8	17	Nouv. determinée par l'étoile q de Pégase.
352 13 21	27 3 57	7	18	Nouv. connue par α d'Andromède.
352 21 1	15 40 41	8	19	Nouv. connue par Markab. Comète comparée le 25 décembre.
352 42 15	76 27 4	3 4	γ	Céphée.
352 55 0	74 7 23	6	20	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
352 57 44	15 8 42	6	76	Pégase. Comète comparée le 23 décembre.
353 42 10	11 58 20	6 7	21	Nouv. connue par l'étoile q de Pégase. Comète comp. 3 fois le 28 décemb.
354 29 39	66 37 21	5	22	Nouv. déterminée par ι de Céphée. Comète comp. 4 fois le 4 décembre.
354 18 54	21 41 49	6	23	Nouv. connue par la Comète.
355 24 11	20 21 20	6	r	Pégase, connue par r'. Comète comparée le 18 décembre.
355 28 56	20 33 36	6	r'	Pégase, deduite de Flamsteed. Comète comparée le 18 décembre.
355 55 30	74 21 17	6 7	24	Nouv. déterminée par γ de Céphée.
357 42 1	27 15 21	6	25	Nouv. déterminée par α d'Andromède.
357 54 46	27 51 15	6	26	Nouv. connue par la même α.
358 5 10	27 22 54	7	27	Nouv. connue par la même α.
359 22 31	27 55 39	2	α	D'Andromède, déduite de la Connoissance des Temps.

OBSERVATIONS

DE LA SECONDE COMÈTE DE 1788,

Découverte en Angleterre par Miss HERSCHEL, *le 21 décembre, observée à Paris à l'Observatoire de la Marine, le 5 et le 7 janvier* 1789 (1).

PAR M. MESSIER.

JE ne fus instruit de la découverte de cette comète que le 3 janvier, par un mot d'écrit de M. de S**, qu'il avoit extrait d'une lettre de M. Blagden, adressée à M. Bertholet : voici cette note. « Miss Herschel a » découvert une nouvelle comète le 21 décembre; elle » étoit un peu moins d'un degré au sud de β de la Lyre, » et la comète précédoit cette étoile : le 22, au matin, » ayant revu la comète, son mouvement parut très-lent, » dirigé vers δ de la même constellation; le soir, à 5 heures » 31 minutes, elle précédoit β de la Lyre de 7 min. 5 sec. » en temps et dans le parallèle de la petite étoile double ».

Le 3 janvier, je cherchai la comète le soir, avec la grande lunette d'observation, mes recherches furent inutiles, il ne fut pas possible de la découvrir; j'en attribuai la cause à sa petitesse et à la lumière de la lune qui étoit sur l'horison.

(1) C'est la XXIXe des Comètes que j'observe, et la LXXVIe dont on ait déterminé l'orbite.

Le 4 janvier, vers les 3 heures ½ du matin, par un beau ciel et sans lune, je parcourus avec soin la constellation de la Lyre, et sur-tout les environs de la belle étoile α, où la comète devoit se trouver, d'après l'observation de Miss Herschel; je trouvai au-dessus de cette étoile un petit amas de lumière, d'une foiblesse extrême; dans la lunette cet amas disparoissoit de temps à autre; on n'y remarquoit aucune apparence de noyau, ni de queue, une lumière seulement foible et égale : je dessinai son lieu à l'égard des étoiles voisines, et environ une heure après cette opération, je reconnus que cette configuration n'étoit plus la même, ce qui me fit reconnoître que c'étoit la comète; le crépuscule qui vint à la suite de ces recherches, ne permit pas de la suivre plus long-temps et d'en déterminer la situation.

Le 4, au soir, je cherchai la comète, mais la lumière de la lune empêcha de la trouver; le 5, vers les 3 heures ½ du matin, je la cherchai de nouveau, et ce ne fut pas sans peine que je pus la voir, quoique le ciel fut beau et pur; la moindre lumière employée pour éclairer les fils du micromètre, la faisoit disparoître : il fallut m'en passer, et les observations que j'ai faites pour la détermination de son lieu, peuvent être regardées comme un peu douteuses; mais comme sa position a été déterminée plusieurs fois, on pourra prendre un milieu : je rapporte ici la première observation qui a été faite, les autres se trouveront dans la table qui suit. A 3 heures 53′ 3″ de temps vrai, la comète précédoit, au fil horaire du micromètre, une étoile nouvelle, estimée de 7me grandeur, de 32′ 0″, elle étoit supérieure à l'étoile de 1′ 10″. En ôtant ces différences de la position de l'étoile que j'avois établie par π de la Lyre, de 277 degrés 20′ 47″, et sa déclinaison de 42 degrés 53′ 30″ boréale, il en est résulté celle de la comète, de 276 degrés 48′ 47″ pour son ascension droite, et 42 degrés 52′ 20″ pour sa déclinaison.

Le 7 janvier, au matin, le ciel fut très-beau, et la comète très-difficile à observer, elle avoit la même lumière que le 5 au matin; je la comparai directement à l'étoile π de la Lyre, que Flamsteed, dans son Catalogue, marque de 6me grandeur, j'estimai qu'on devoit la regarder comme de la 4me à la 5me, parce qu'on la voyoit aisément à la simple vue, et qu'une étoile de 6me grandeur est très-difficile à appercevoir.

Je cherchai encore la comète les jours suivans, mais le ciel n'étoit pas pur, il régnoit un léger brouillard, j'abandonnai mes recherches vers le 12 janvier, et je n'ai d'observations que les deux jours cités ci-dessus : elle fut observée en Angleterre par Miss Herschel et par M. Maskelyne; à Paris, par M. Méchain, le 15 et le 18 de janvier : je rapporte en table ces observations, qui m'ont été communiquées, et une carte céleste de sa route apparente, sur laquelle l'on verra qu'une des observations de M. Maskelyne, celle du 28 décembre s'écarte un peu de la route.

TABLE PREMIÈRE QUI CONTIENT

Les Lieux apparens de la seconde Comète de 1788.

[illegible]	TEMPS MOYEN.	Ascension droite de la Comète observée.	Déclinaison de la Com. observée. Boréale.	Différence en asc. droite de la Comète avec les ét.	Différence en déclin. entre la Co. et les étoil.	Grandeur des Étoiles.	N.º et l. des Étoil.	ÉTOILES AVEC LESQUELLES LA COMÈTE A ÉTÉ COMPARÉE.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
[illegible] 21	17 42 44	278 48 5	33 7 10	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	De Miss Herschel.
[illegible]	6 45 20	278 15 0	36 7 0	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	De M. Maskelyne.
[illegible]	5 43 20	277 58 50	37 31 50	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	
[illegible] 2	6 21 20	277 12 50	41 9 50	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	
[illegible]	15 59 7	276 49 47	42 52 20	— 0 51 0	— 1 10	7	2	Déterminée par π.
	16 12 28	276 49 46	42 52 1	— 0 13 45	— 10 54	6 7	4	Déterminée par π.
	16 12 23	276 49 47	42 52 20	— 0 52 0	— 1 10	7	2	La même que ci-dessus.
	16 26 43	276 49 31	42 57 21	— 0 44 0	— 9 38	6 7	4	La même que ci-dessus.
	16 21 43	276 49 47	42 53 20	— 0 52 0	— 1 10	7	2	La même que ci-dessus.
[illegible]	17 18 31	276 28 25	44 20 2	— 5 45 59	+ 7 9 0	4 5	π	De la Lyre.
[illegible]	7 25 0	274 42 35	50 50 12	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	De M. Méchain.
18	8 4 30	273 54 13	52 56 59	. . . . . .	. . . . .	. . .	. . .	

TABLE SECONDE

DES POSITIONS DES ÉTOILES

AVEC LESQUELLES LA COMÈTE A ÉTÉ COMPARÉE.

Ascension droite des Étoiles.	Déclinaison des Étoiles. Boréale.	Grandeur des Étoil.	N.° et lettr. des Étoil.	NOMS DES ÉTOILES QUI ONT SERVI A LA DÉTERMINATION DU LIEU DE LA COMÈTE.
D. M. S.	D. M. S			
276 36 2	43 55 39	8	1	Déterminée par π de la Lyre.
277 20 47	42 53 30	7 8	2	Déterminée par π. Comète comparée le 4 janvier.
277 29 55	44 37 28	8	3	Déterminée par la même π.
277 33 31	43 3 0	6 7	4	Déterminée par la même. Comète comparée le 4 janvier.
278 39 54	41 4 26	7 8	5	Déterminée par la même.
279 9 1	44 43 21	8	6	Déterminée par la même.
282 12 24	43 40 22	4 5	π.	De la Lyre, déduite de Flamsteed. Comète comp. le 6 Janvier.

D'après les observations des lieux apparens de la Comète, rapportés dans la première Table qui précède, M. Méchain en a déterminé les élémens de son orbite de la manière suivante; on les trouve imprimés dans la Connoissance des Temps de 1792, page 354.

	s	°	'	"
Longitude du nœud ascendant. . . .	11	22	24	26.
Inclinaison de l'orbite.		64	30	24.
Lieu du Périhélie sur l'orbite.	0	22	49	54.
Logarithme de la distance Périhélie. .	9,8792757.			

Passage au Périhélie, 20 novembre, à $7^h\ 25'$, temps moyen à Paris.

Sens du mouvement. . . . . direct.

FIN.

